

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра "Сопротивление материалов"

# УПРУГИЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛОВ

Методические указания к лабораторной работе



*Ut tensio sic vis*  
*Robert Hooke*

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad G = \frac{\tau}{\gamma} \quad \mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right|$$



Волгоград 2010

УДК 539.4

Упругие свойства металлов: метод. указ. к лабораторной работе / Сост.: В. И. Водопьянов, О. В. Кондратьев, А. А. Белов – ВолгГТУ. – Волгоград, 2010. – 16 с.

В работе описаны методики определения упругих постоянных конструкционных материалов, практическое определение деформаций методом тензометрии. Приведены список учебной и специальной литературы, а также вопросы контроля знаний студентов.

Предназначена для студентов дневной, вечерней и заочной форм обучения.

Ил. 5. Табл. 3. Библиогр.: 6 назв. Рецензент А. Н. Савкин

Печатается по решению редакционно-издательского совета Волгоградского государственного технического университета

© Волгоградский государственный  
технический университет, 2010

Составители: Валентин Иванович Водопьянов  
Олег Викторович Кондратьев  
Андрей Анатольевич Белов

## УПРУГИЕ СВОЙСТВА МЕТАЛЛОВ

*Методические указания к лабораторной работе*

Темплан 2009 г. Поз. № 39

Подписано в печать 2010 г. Формат 60×84 1/16.

Бумага газетная. Печать офсетная. Усл.-печ. л. 0,93.

Тираж 200 экз. Заказ . Бесплатно.

Волгоградский государственный технический университет.  
400131 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 1

Отпечатано в типографии  
Волгоградского государственного технического университета  
400131 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 7.

**Цель работы:** экспериментальное определение модуля нормальной упругости, модуля касательной упругости, коэффициента упругой поперечной деформации; проверка справедливости закона Гука, установление связи между упругими постоянными; практическое определение деформаций тензометрическим методом.

## ВВЕДЕНИЕ

Исследуя часовые пружины – этого требовал век, нуждающийся в точных часах для навигации, член Лондонского королевского общества Р. Гук<sup>1</sup> свои заявки на приоритет оговорил в странной работе "Десяток изобретений, которые я намерен опубликовать", вышедшей в 1676 г. Среди других там была "Истинная теория упругости и жёсткости". Под этим заголовком стояла лишь анаграмма *ceiinossttuu*, которую можно было понимать как угодно. Лишь двумя годами позже в трактате "*De potentia restitutiva*" ("О восстанавливающей силе") с описанием опытов над пружинами и деревянными брусками Гук расшифровал её латинской фразой "*Ut tensio sic uis*" – "Каково удлинение, такова и сила". Это утверждение известно как закон Гука. Оно является краеугольным камнем всей техники.

Однако при такой формулировке возникает неопределённость: сходные кривые "удлинение - сила" можно получить для различных материалов подбирая соответствующим образом форму и размеры тела. Т. Юнг<sup>2</sup> в 1807 г., то есть по прошествии 130 лет, пришел к выводу, что если абстрагироваться от размеров элемента и вида нагрузки, а пользоваться относительным значением деформации и силы (термин "напряжение" введён А. Навье<sup>3</sup> в 1826 г., то есть спустя 148 лет после Р. Гука), то закон Гука можно записать в следующем виде

$$\frac{\text{Напряжение}}{\text{Деформация}} = \frac{\sigma}{\epsilon} = \text{Константа.}$$

Юнг заключил, что эта константа является неотъемлемой характеристикой каждого химического вещества и представляет его жёсткость. Константу упругости называли **модулем Юнга** и обозначили **E**. Эту константу ещё называют модулем нормальной упругости или модулем первого рода. Вводя закон Гука, Юнг обращает внимание на то, что этот закон сохраняет силу лишь до известного предела, за которым часть деформации получается не упругой, а составляет её необратимую, остаточную долю.

---

<sup>1</sup> Роберт Гук (Hook), (1635–1703) – английский физик, архитектор, изобретатель, инженер.

<sup>2</sup> Томас Юнг (Young), (1773–1829) – английский физик, медик, астроном, филолог.

<sup>3</sup> Анри Навье (Navier), (1785–1836) – французский инженер, строитель мостов, впоследствии академик.

Описывая опыты на растяжение и сжатие брусьев, Юнг обращает внимание на тот факт, что продольная деформация всегда сопровождается некоторым изменением поперечных размеров. Количественная связь между поперечной и продольной деформациями была исследована Пуассоном<sup>4</sup>. Опыты показали, что коэффициент Пуассона, как и модуль Юнга, отражает особенности атомных взаимодействий, т. е. является отголоском фундаментальных свойств материи.

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Деформация изотропного тела в упругой области может быть полностью описана, если известны упругие характеристики данного материала (упругие постоянные): модуль нормальной упругости  $E$ , модуль касательной упругости  $G$  и коэффициент поперечной упругой деформации  $\mu$ .

1.1. *Модуль нормальной упругости  $E$*  характеризует сопротивляемость материала в упругой области деформации растяжения или сжатия. При постоянной температуре модуль нормальной упругости для данного материала, как при растяжении, так и при сжатии имеет практически одинаковую величину. Эта упругая характеристика материала входит, например, в формулу закона Гука при растяжении и сжатии для определения абсолютного удлинения (укорочения)  $\Delta\ell = \ell_1 - \ell$  (рис. 1) или относительной линейной деформации  $\varepsilon = \Delta\ell / \ell$  стержня,

$$\Delta\ell = \frac{N \cdot \ell}{E \cdot A} \quad \left( \text{или} \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E} \right), \quad (1)$$

где  $N$  – внутреннее осевое усилие ( $\sigma$  – нормальное напряжение,  $\sigma = N/A$ );

$\ell$  – длина стержня или его участка, в пределах которого определяется деформация (начальная длина);

$\ell_1$  – длина стержня в деформированном состоянии;

$A$  – площадь поперечного сечения стержня.

Произведение  $E \cdot A$  называется **жесткостью сечения при растяжении** или сжатии. Если тело испытывает упругопластические деформации, то зависимость между  $\Delta\ell$  и  $N$  становится более сложной и закон Гука теряет силу. Из формулы (1) можно экспериментально определить модуль нормальной упругости  $E$

$$E = \frac{N \cdot \ell}{\Delta\ell \cdot A} \quad \left( \text{или} \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \right), \quad (2)$$

определяя деформацию  $\Delta\ell$  (или  $\varepsilon$ ), соответствующую усилию  $N$  (или напряжению  $\sigma$ ).

---

<sup>4</sup> Симеон Дени Пуассон (Poisson), (1781–1840) – французский физик, механик, математик, астроном.

Из формулы (2) и рис. 2 следует геометрический смысл модуля упругости – *модуль нормальной упругости соответствует тангенсу угла  $\alpha$  наклона начального участка диаграммы растяжения.*

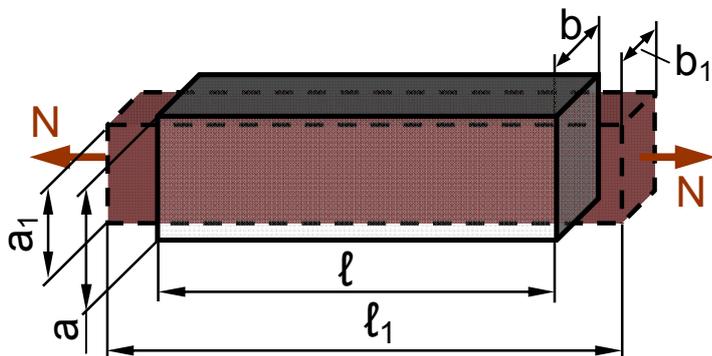


Рис. 1. Схема деформирования стержня при растяжении.

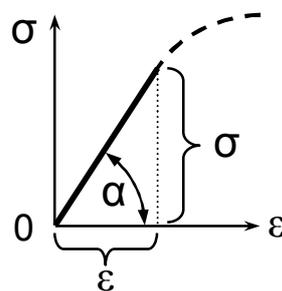


Рис. 2. Схема, поясняющая геометрический смысл модуля упругости.

Модуль упругости  $E$  имеет размерность напряжения (см. формулу (2)),  $\text{Н/м}^2 = \text{Па}$ ,  $\text{Н/мм}^2 = \text{МПа}$ , из чего следует что модуль упругости – *напряжение, которое следует приложить к стержню, чтобы увеличить его длину вдвое ( $E = \sigma$  при  $\epsilon = 1$ , то есть  $\Delta\ell = \ell$ ).* Для реальных конструкционных материалов это напряжение примерно в тысячу раз превышает предел упругости. Значения характеристик упругости для ряда конструкционных материалов приведены в приложении.

1.2. *Коэффициент поперечной упругой деформации  $\mu$  (коэффициент Пуассона) – упругая постоянная материала, устанавливает связь между относительными поперечными  $\epsilon'$ ,  $\epsilon''$  и относительной продольной  $\epsilon$  деформациями в упругой области при линейном напряженном состоянии (растяжении или сжатии) (рис. 1).*

Относительные деформации стержня, соответственно в продольном и поперечных направлениях, определяются по формулам

$$\epsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}, \quad \epsilon' = \frac{\Delta a}{a}, \quad \epsilon'' = \frac{\Delta b}{b}, \quad (3)$$

где  $\Delta a = a_1 - a$  и  $\Delta b = b_1 - b$  – абсолютные деформации стержня в поперечных направлениях.

Величину коэффициента Пуассона  $\mu$  для данного материала определяет отношение поперечной деформации к продольной, взятое по модулю ( $\Delta a < 0$ ,  $\Delta b < 0$  так как поперечные размеры уменьшаются)

$$\mu = \left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| = \left| \frac{\epsilon''}{\epsilon} \right|. \quad (4)$$

Кроме того, величину коэффициента Пуассона можно оценить из известного аналитического соотношения между  $E$ ,  $G$  и  $\mu$ :

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (5)$$

Выражение (5) показывает, что из трёх постоянных, характеризующих упругие свойства изотропного материала, независимыми могут быть только две, так как любую третью можно определить, зная две другие упругие постоянные. Так, из формулы (5) следует

$$\mu = \frac{E}{2G} - 1. \quad (6)$$

1.3. *Модуль касательной упругости*  $G$  (модуль сдвига, модуль упругости второго рода) характеризует сопротивляемость материала деформации сдвига в упругой области. Закон Гука при кручении сформулирован в 1784 г. Ш. Кулоном<sup>5</sup>

$$\varphi = \frac{T \cdot \ell}{G \cdot I_p} \quad \left( \text{или} \quad \gamma = \frac{\tau}{G} \right), \quad (7)$$

где  $\varphi$  – угол закручивания ( $\gamma$  – относительный угол сдвига);

$T$  – крутящий момент, внутреннее усилие ( $\tau$  – касательное напряжение);

$I_p$  – полярный момент инерции поперечного сечения;

$\ell$  – длина стержня или участка, в пределах которого определяется деформация.

Крутящий момент и полярный момент инерции в пределах данного участка должны быть постоянными. Произведение  $G \cdot I_p$  называется **жесткостью сечения при кручении**.

Аналогично растяжению, из формулы (6) можно вычислить модуль сдвига для материала образца

$$G = \frac{T \cdot \ell}{\varphi \cdot I_p} \quad \left( \text{или} \quad G = \frac{\tau}{\gamma} \right). \quad (8)$$

Модуль  $G$  имеет размерность напряжения  $\text{Н/м}^2 = \text{Па}$ ,  $\text{Н/мм}^2 = \text{МПа}$ . Напомним, что для круглого сплошного сечения

$$I_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}.$$

## 2. ПРИБОРЫ И ОБОРУДОВАНИЕ

К настоящему времени разработан ряд экспериментальных методов определения упругих постоянных, из которых можно выделить основные три группы. Это статические, динамические: по скорости распространения

<sup>5</sup> Шарль Кулон (Coulomb), (1736 – 1806) – французский математик, астроном, военный инженер, строитель мостов и дорог, академик. Занимался механикой, электричеством, магнетизмом.

упругой волны и по частоте колебаний (Т. Юнг определил величину модуля упругости стали из наблюдения частоты вибраций камертона) и рентгенографические. Преимущество статических методов определения упругих постоянных заключается в том, что для их реализации не требуется специального оборудования – достаточно штатных испытательных машин и приборов, имеющихся в заводской лаборатории. Статические методы основаны на использовании закона Гука при растяжении и кручении. Используется и связь между продольной и поперечной деформациями.

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}, \quad G = \frac{\tau}{\gamma}, \quad \mu = \frac{\varepsilon_{\text{поп.}}}{\varepsilon_{\text{прод.}}}$$

Из приведенных зависимостей следует, что для определения упругих характеристик необходимо *измерение* линейных и угловых *деформаций*, то есть правильно поставленная **тензометрия** (от лат. *tendo* – на прягаю, растягиваю и греч. *μετρεω* – измеряю). Тензометрия – область техники измерения, занимающаяся определением значения деформации, вызванной механическими напряжениями.

Приборы для измерения деформаций по принципу их действия можно подразделить на механические тензометры (использующие систему рычагов и стрелочных указателей), оптические и электрические. Электрические тензодатчики, в свою очередь, подразделяются на несколько типов, характеризующихся принципом измерения. Индуктивные (перемещение → изменение индуктивности → электрический сигнал), ёмкостные (перемещение → изменение ёмкости → электрический сигнал), резистивные (от лат. *resisto* – сопротивляюсь, противостою), работающие по принципу: перемещение → изменение размеров проводника, или изменение положения реохорда, или изменение проводимости электролита, или изменение фотосопротивления → электрический сигнал.

2.1. *Измерение линейных деформаций при растяжении* в настоящей работе осуществляют с помощью резистивных тензодатчиков (тензорезисторов).

*Конструкции и основные характеристики тензорезисторов.*

Для измерения деформаций в деталях машин и конструкций в широком диапазоне температур применяют тензорезисторы с чувствительным элементом из микропровода (проволочные) или из металлической ф́ольги (ф́ольговые).

Одной из основных характеристик тензорезистора является его **база**  $S$ , определяемая как длина активной части чувствительного элемента между внутренними краями поперечных участков в направлении главной оси (рис. 3). Минимальная база, установленная ГОСТ 21616–76, равна 0,25 мм, максимальная – 200 мм. Наиболее употребительны базы от 5 до 30 мм. Тот же ГОСТ устанавливает ряд номинальных **сопротивлений** 50, 100,

200, 400 и 800 Ом.

В исходном состоянии электрическое сопротивление проволоки

$$R = \rho \frac{\ell}{A},$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление материала проволоки;

$\ell$  – начальная длина деформируемого участка проволоки;

$A$  – площадь поперечного сечения проволоки.

При растяжении проволоки на  $\Delta\ell$  её сопротивление изменяется на величину  $\Delta R$ .

Из метрологических характеристик важнейшей является **функция преобразования**, устанавливающая зависимость информативной составляющей выходного сигнала тензорезистора (отношение приращения сопротивления тензорезистора к его начальному значению  $\Delta R/R$ ) от информативной составляющей входного сигнала (деформации  $\Delta\ell/\ell$ ). В диапазоне упругих деформаций функция преобразования для всех типов тензорезисторов практически линейна. Поэтому она может быть заменена одним числом – **чувствительностью  $K$**

$$\frac{\Delta R}{R} = K \frac{\Delta\ell}{\ell}.$$

Выходной сигнал является безразмерным. В документации его выражают в миллионных долях ( $\text{млн}^{-1}$ ) и ЕОД – единицах относительной деформации ( $\text{ЕОД} = 10^{-6}$ ).

Конструкции и материал тензорезисторов зависят от их назначения и условий работы. Наиболее употребительным материалом для изготовления проволочных тензорезисторов является константановая проволока диаметром 20–30 мкм. Решетка фольговых тензорезисторов – полосы прямоугольного сечения толщиной 4–12 мкм. Преимущество таких тензорезисторов – возможность изготовления решеток любого рисунка, наиболее полно удовлетворяющих условиям измерений. Так прямоугольные тензорезисторы наиболее подходят для измерения линейных деформаций, розеточные – для измерения крутящих моментов на круглых валах, мембранные – для наклейки на мембраны. Приклеиваемые фольговые (рис. 3) изготовлены из константановой фольги на полиамидной пленке КФ4 или термостойкой бумаге КФ5. Для измерения деформаций при высоких температурах применяют тензорезисторы высокотемпературные НМТ–450 привариваемые. Материал решетки – проволока из никель-молибденового сплава.

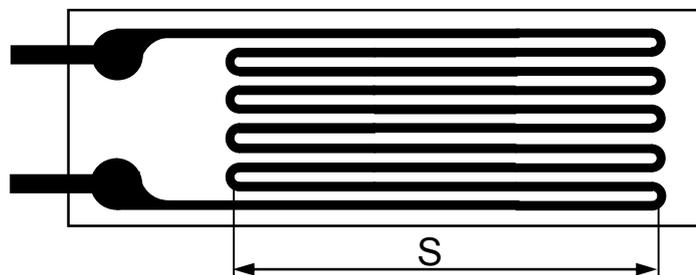


Рис. 3. Тензорезистор фольговый одиночной формы (фотокопия). База  $S = 10$  мм

Чувствительные элементы тензорезисторов изготавливают в виде одиночной решетки (рис. 3), цепочки одиночных тензорезисторов, равноугольной розетки (главные оси ориентированы под углом  $120^\circ$ ), моста для установки на мембрану и других форм. Подробнее ознакомиться с существующими типами тензорезисторов можно по специальному стенду в лаборатории сопротивления материалов.

*Схемы включения тензорезисторов.* Выходной сигнал тензорезистора представляет собой сумму деформационной, температурной и временной ("дрейф") составляющих. Поэтому для выделения информативной (деформационной) составляющей сигнала рабочего тензорезистора применяют мостовую схему включения резисторов.

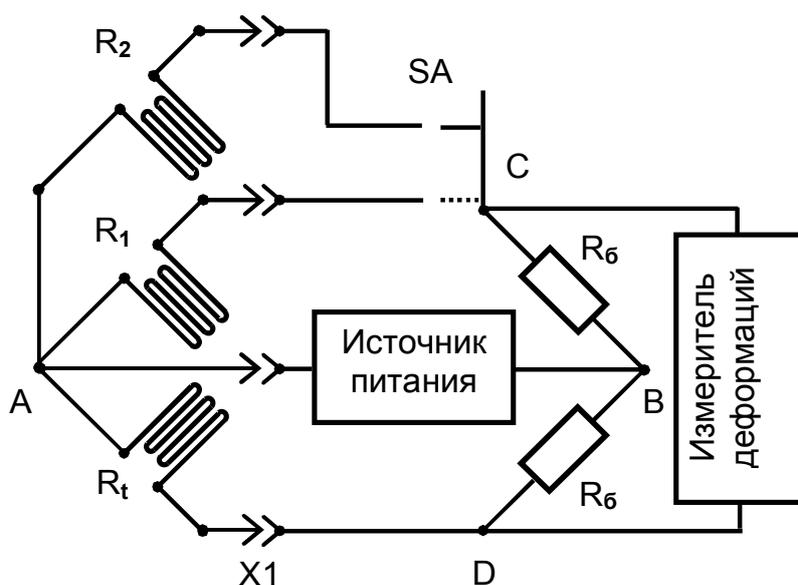


Рис. 4. Схема измерительного моста

На рис. 4 показан мост при небалансном (в отличие от нулевого) методе измерения и включении тензорезисторов по трёхпроводной схеме (применяют еще четырёх- и пятипроводные). В одно плечо включен рабочий тензорезистор  $R_1$ . В другое плечо включен тензорезистор  $R_t$  температурной компенсации, наклеенный на материал с таким же

температурным коэффициентом линейного расширения (ТКЛР), что и деталь, в которой измеряют деформации. Рабочий и компенсационный тензорезисторы устанавливают в зонах с одинаковой температурой и соединяют с измерительным прибором кабелем со штепсельным разъёмом X1. В третье и четвертое плечи включены балластные резисторы  $R_6$ , расположенные в измерительном приборе. К диагонали  $AB$  подключён источник питания, а в диагонали  $CD$  измеряют сигнал разбаланса цифровым измерителем деформации (ИДЦ). Коммутатор  $SA$  вручную или автоматически, выборочно или по заданной программе (зависит от конструкции прибора) подключает различные рабочие тензорезисторы (на рис. 3 показаны два тензорезистора  $R_1$  и  $R_2$ ).

*Приборы.* Разработаны различные конструкции измерителей деформации на основе рассмотренной выше схемы. С прибором, применяемым в настоящей лабораторной работе, можно ознакомиться в процессе её выполнения.

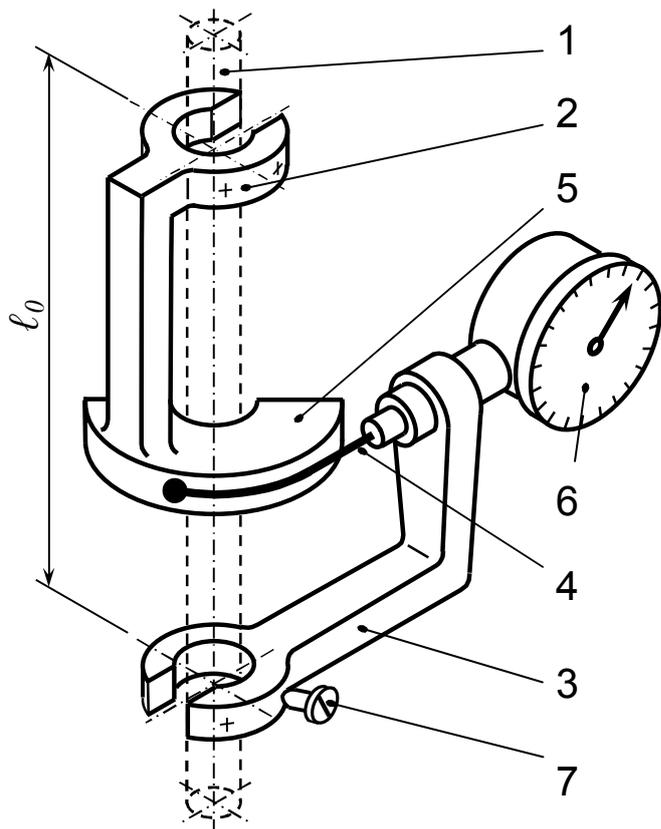


Рис. 5. Схема торсиометра

2.2. Измерение сдвиговых деформаций при кручении в данной лабораторной работе производится механическим тензометром – торсиометром (от англ., фр. torsion – кручение, скручивание). Принципиальная схема прибора представлена на рис. 5. От приложенного к образцу 1 крутящего момента опора 2, закреплённая на образце в верхней его части, поворачивается относительно опоры 3, закреплённой в нижней части образца на расстоянии  $l_0$  (база образца), и увлекает за собой тягу 4, накручивая её на сектор 5, изменяя показания индикатора 6. Круговой сектор 5 обеспечивает пропорциональную зависимость показаний индикатора от

угла закручивания  $\varphi$ , то есть

$$\varphi = c \cdot n, \quad (10)$$

где  $n$  – изменение показаний индикатора в делениях,

$c$  – цена одного деления прибора в радианах.

Постоянная прибора  $c$  зависит от радиуса сектора и цены деления индикатора. Для используемого в работе торсиометра  $l_0 = 0,1$  м,  $c = 0,0002$  радиана.

### 2.3. Испытательное оборудование для нагружения осевой силой

Для нагружения образца осевой нагрузкой при определении модуля нормальной упругости используется разрывная машина Р-0,2 с механическим приводом и максимальным усилием 0,2 тс (тонн силы) или 2000 Н. Её конструкция аналогична конструкции разрывной машины Р-5, используемой в лабораторной работе «Характеристики прочности и пластичности металлов». Машина Р-0,2 не укомплектована диаграммным аппаратом, из-за чего определение модуля упругости по тангенсу угла наклона начального участка диаграммы растяжения (см. рис. 2) не представляется возможным.

## 2.4. Испытательная машина для нагружения крутящим моментом

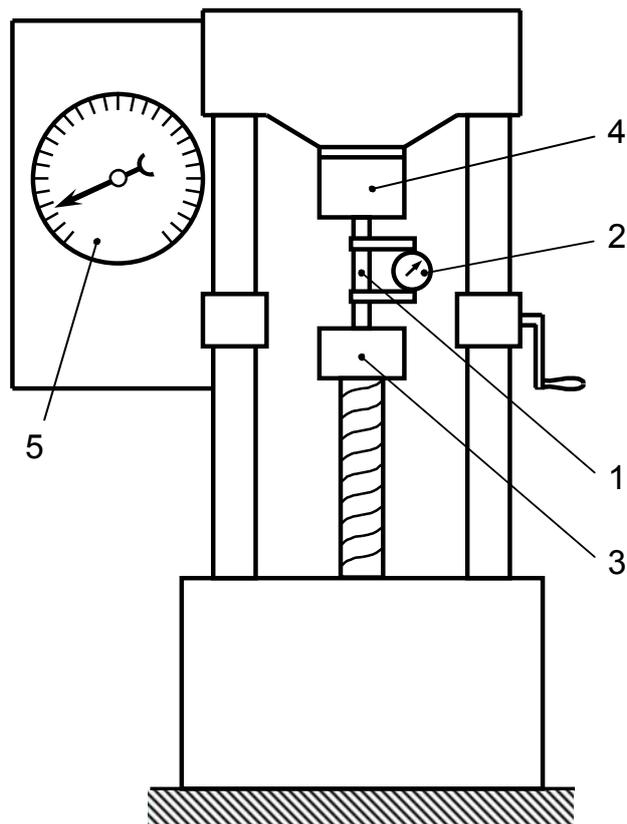


Рис. 5. Схема испытательной машины для закручивания образца

Для нагружения образца крутящим моментом при определении модуля касательной упругости применяется испытательная машина КМ-50-1, внешний вид которой приведен на рис. 5. Образец 1, с установленным на нем торсиометром 2, закреплен в захватах 3 и 4, подвергается закручиванию с помощью механического или ручного привода. Величину крутящего момента определяют моментометром 5, а соответствующий ему угол закручивания – торсиометром 2. Испытательная машина диаграммным аппаратом не укомплектована.

## 2.5. Испытываемые образцы

Образец для растяжения представляет собой тонкую полосу прямоугольного поперечного сечения. Для испытания на кручение применяется цилиндрический образец. Размеры образцов указаны на рабочем месте.

Таблица 1 – Протокол испытаний

Нагрузка $F$ , Н	Показания прибора		Приращения			Накопление приращений	
	$n_{пр}$	$n_{поп}$	Нагрузки $\Delta F$	Показаний		Нагрузки	Показаний
				$\Delta n_{пр}$	$\Delta n_{поп}$	$\Sigma \Delta F_i$	$\Sigma \Delta n_{i(пр)}$
200							
600							
1000							
1400							
1800							

### 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ НОРМАЛЬНОЙ УПРУГОСТИ И КОЭФФИЦИЕНТА ПОПЕРЕЧНОЙ УПРУГОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Особенностью статических методов определения упругих постоянных является опасность перегрузки образца и выхода в область пластических деформаций (недостаток методов). Поэтому основным требованием к методике проведения эксперимента является обеспечение нагружения образца именно в упругой области. С этой целью, во-первых, нагружение выполняют ступенями, измеряя деформацию на каждой ступени. Построив диаграмму растяжения по точкам, убеждаются в её линейности и только после этого вычисляют модуль упругости. Во-вторых, из расчёта исключают начальный участок диаграммы растяжения при малых нагрузках, когда выбираются зазоры в сочленениях, происходит самоустановка образца. Этими требованиями обусловлена методика испытаний. Ниже приведён порядок выполнения эксперимента.

Образец, закрепленный в захватах испытательной машины, нагрузить силой 200 Н. Снять показания прибора ИДЦ, соответствующие продольной деформации  $n$  и поперечной деформации  $n'$ , занести их в таблицу 1. Затем увеличивать нагрузку равными ступенями  $\Delta F$  по 400 Н, и каждый раз снимать показания ИДЦ. Испытание ограничить нагрузкой 1800 Н, после чего разгрузить образец до 100 Н. Используя результаты вычислений двух последних колонок таблицы, построить график "нагрузка – удлинение". Линейность графика свидетельствует о том, что нагружение действительно происходило в **упругой** области деформаций и на основании данных эксперимента можно приступить к расчёту **модуля упругости**.

Определить среднее приращение показаний продольной и поперечной деформаций, соответствующих ступени нагружения  $\Delta F$ , равной 400 Н

$$\Delta n_{\text{ср(пр)}} = \frac{\sum \Delta n_{i(\text{пр})}}{m} \quad \text{и} \quad \Delta n_{\text{ср(поп)}} = \frac{\sum \Delta n_{i(\text{поп})}}{m}, \quad (11)$$

где  $m$  – число ступеней нагружения.

Вычислить значения приращений относительной продольной деформации

$$\Delta \varepsilon_{\text{ср}} = \Delta n_{\text{ср(пр)}} K, \quad (12)$$

где  $K$  – постоянная прибора. Вычислить приращение напряжений

$$\Delta \sigma_{\text{ср}} = \frac{\Delta F}{A}. \quad (13)$$

Модуль нормальной упругости определить по формуле (2). В данном случае внутреннее усилие  $N$  равно приращению внешней нагрузки  $\Delta F$ , напряжение  $\sigma$  и деформация  $\varepsilon$  равны соответствующим приращениям (12) и (13).

Величина коэффициента поперечной упругой деформации  $\mu$ , в соответствии с (4) определится из выражения

$$\mu = \left| \frac{\Delta n_{\text{ср(поп)}}}{\Delta n_{\text{ср(пр)}}} \right| \quad (14)$$

Сравнить полученные экспериментальные значения  $E_{\text{эксп}}$  и  $\mu_{\text{эксп}}$  с табличными  $E_{\text{табл}}$  и  $\mu_{\text{табл}}$  для данного материала, найти погрешность (в процентах по отношению к табличным).

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ КАСАТЕЛЬНОЙ УПРУГОСТИ

Образец, установленный в захватах испытательной машины, нагрузить начальным крутящим моментом, равным 5 Н·м (0,5 кгс·м), снять соответствующие этому значению показания торсионметра (в делениях индикатора). Повторить измерения при ступенчатом увеличении крутящего момента. Занести эти данные в протокол испытаний (табл. 2). Разгрузить образец до  $M = 2$  Н·м.

Таблица 2 – Протокол испытаний

Крутящий момент $M$ , Н·м	Показания торсионметра, деления	Приращения		Накопление приращений	
		момента $\Delta M$	показаний $\Delta n$	момента $\Sigma \Delta M_i$	показаний $\Sigma \Delta n_i$
5					
10					
15					
20					
25					

Построить график изменения угла закручивания (или пропорциональной ему величины показаний торсионметра  $\Sigma \Delta n_i$ ) в зависимости от величины крутящего момента  $\Sigma \Delta M_i$ , для чего использовать две последние колонки таблицы. Если экспериментальная зависимость  $\varphi = \varphi(M)$  линейная (то есть нагружение происходило в упругой области), то полученные данные можно использовать для определения модуля упругости второго рода.

Определить средний угол закручивания образца  $\Delta \varphi_{\text{ср}}$ , соответствующий одной ступени нагружения крутящим моментом  $\Delta M$ , равным 5 Н·м, по формуле

$$\Delta \varphi_{\text{ср}} = c \cdot \Delta n_{\text{ср}} = c \frac{\Sigma \Delta n_i}{m}, \quad (15)$$

где  $c$  – цена деления шкалы торсионметра в радианах;

$m$  – число ступеней нагружения. По формуле (8) определить модуль касательной упругости  $G$ . В данном случае внутреннее усилие – крутящий момент  $T$  равен приращению  $\Delta M$  внешнего скручивающего момента.

## 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА ИЗ ОПЫТНЫХ ЗНАЧЕНИЙ МОДУЛЕЙ НОРМАЛЬНОЙ И КАСАТЕЛЬНОЙ УПРУГОСТИ

Определить коэффициент Пуассона (поперечной упругой деформации) из опытных значений модулей нормальной и касательной упругости по формуле (6).

Сравнить вычисленную величину с данными прямого определения (выражение 14) и с табличным значением. Сделать вывод о взаимозависимости трех упругих постоянных  $E$ ,  $G$  и  $\mu$ .

Сделать вывод о результатах выполненного экспериментального исследования в соответствии с целью лабораторной работы.

## 6. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Перечислите упругие постоянные для изотропного материала, укажите их размерности.
2. Что характеризует модуль нормальной упругости? Какова его размерность?
3. Напишите формулу закона Гука при растяжении или сжатии и объясните смысл всех членов, входящих в формулу.
4. Что называется жёсткостью поперечного сечения при растяжении и сжатии?
5. Перечислите методы определения модуля нормальной упругости.
6. Что характеризует модуль касательной упругости? Какова его размерность?
7. Напишите формулу закона Гука при кручении. Объясните смысл всех членов, входящих в формулу.
8. Что называется жёсткостью сечения при кручении?
9. По какой формуле определяется полярный момент инерции круглого поперечного сечения и какова его размерность?
10. Что называется коэффициентом Пуассона и какова его размерность?
11. Напишите формулу, устанавливающую связь между тремя константами упругости  $E$ ,  $G$  и  $\mu$ .
12. Каким методом определяется упругая линейная деформация образца при определении модуля нормальной упругости?
13. Почему при измерении линейной  $\Delta\ell$  и угловой  $\varphi$  деформации необходимо ступенчатое нагружение растягивающей силой и крутящим моментом?
14. Какой вид имеют графики  $\Delta\ell = f(F)$  и  $\varphi = f(M)$  при нагружении в упругой области?
15. Пользуясь схемой, расскажите об устройстве машины на кручение.
16. Каким прибором измеряется упругая деформация при кручении? Каковы база прибора, цена деления шкалы?

17. Какие величины необходимо измерить опытным путем при определении модуля нормальной упругости?
18. Какие величины необходимо измерить опытным путем при определении модуля сдвига?
19. Какой величины не должны превышать возникающие в образце напряжения при определении модулей нормальной и касательной упругости? Почему?
20. Как изменится абсолютное удлинение образца и во сколько раз, если площадь поперечного сечения увеличить в два раза (при той же базе прибора и нагрузке)?
21. Какими методами можно определить коэффициент Пуассона?
22. Какие относительные деформации в растягиваемом или сжимаемом образце больше: продольные или поперечные?
23. Какие знаки имеют продольные и поперечные деформации при растяжении и при сжатии образца?
24. Как изменится угол закручивания и во сколько раз, если диаметр образца увеличить в два раза (при той же базе прибора и крутящем моменте)?
25. С какой целью до снятия первых отсчетов по шкалам приборов образец нагружается предварительной нагрузкой?
26. Что характеризует наклон прямолинейного участка диаграммы растяжения в координатах  $\sigma - \varepsilon$  ?
27. Как влияет значение модуля  $E$  на величину деформации образца?
28. Что происходит с поперечными размерами бруса при его растяжении и сжатии?
29. Назовите величины  $E$ ,  $G$  и  $\mu$  для стали и некоторых других материалов.
30. Изобразите схему для измерения деформаций с помощью тензорезисторов и объясните её работу.

## **7. ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ**

1. Запрещается приступать к работе до получения инструктажа от преподавателя и росписи в журнале по технике безопасности.
2. Испытательные машины на растяжение и кручение должны быть заземлены. При отсутствии заземления приступать к работе запрещается.
3. Помните, что испытательные машины подключены к сети напряжением 380 Вольт. Не касайтесь без надобности металлических частей машины.
4. Осторожно обращайтесь с торсиомером. Помните, что это очень чувствительный прибор, который при неосторожном обращении легко может быть выведен из строя.
5. При работе каждый эксперимент выполняется самостоятельно.

## 8. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Феодосьев, В. И.* Сопротивление материалов / В. И. Феодосьев – М.: Наука, 1986. – 512 с. (гл. I, § 9; гл. II, § 20-21; гл. VII, § 56).
2. *Беляев, Н. М.* Сопротивление материалов / Н. М. Беляев – М.: Наука, 1976. – 607 с. (см. гл. II, § 8-9, гл. XI, § 57-61).
3. *Золоторевский, В. С.* Механические свойства металлов / В. С. Золоторевский – М.: Metallurgy, 1983. – 350 с.
4. Сопротивление материалов: Лаб. работы: Учебн. пособие для вузов / И. А. Цурпал, Н. П. Барабан, В. М. Швайко.- Киев: Выща шк., 1988. – 255 с.
5. ГОСТ 1497-84. Металлы. Методы испытаний на растяжение. – Введ. 01.07.90.
6. ГОСТ 25.503-80. Расчеты и испытания на прочность. Методы механических испытаний металлов. Метод испытания на сжатие. – Введ. 01.07.81.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Модули упругости и коэффициенты поперечной деформации  
некоторых материалов

Материал	$E$ , ГПа	$G$ , ГПа	$\mu$
Вольфрам	420	150	0,3
Стали углеродистые	200-210	81	0,24-0,28
Чугуны серые	110-150	45-60	0,23-0,27
Титановые сплавы	110-115	40-43	0,3
Медь прокатанная	110	40	0,31-0,34
Дуралюмин прокатанный	71	26-27	0,32-0,36
Бетон марки 200	20-26	–	0,16-0,18
Древесина (сосна, ель):			
вдоль волокон	10-12	5,5	0,49
поперек волокон	0,5-1	–	–
Оргстекло	3-4	–	0,35-0,38
Каучук	0,008	–	0,47