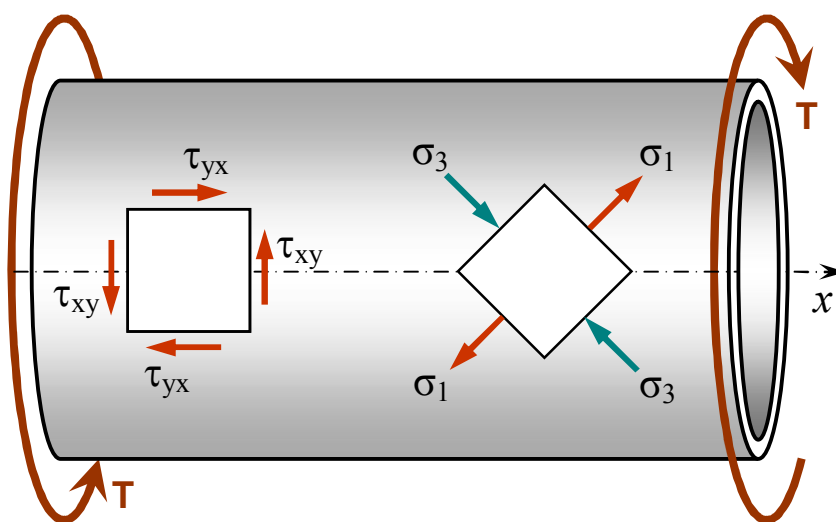


ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Волгоградский государственный технический университет

Кафедра «Сопротивление материалов»

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ

Методические указания к лабораторной работе



РПК
«Политехник»
Волгоград
2008

УДК 539. 3

Исследование плоского напряжённого состояния: метод. указ. к лабораторной работе / Сост.: В. П. Багмутов, А. А. Белов, О. В. Кондратьев – ВолгоГТУ. – Волгоград, 2008. – 16 с.

Описана методика определения главных нормальных напряжений и положения главных площадок для случая плоского напряжённого состояния на примере чистого сдвига. Приводятся рекомендации по экспериментальной проверке теоретических формул.

Приводятся правила техники безопасности, вопросы контроля знаний студентов и список учебной литературы.

Предназначена для студентов дневной, вечерней и заочной форм обучения.

Ил. 15 . Табл. 2. Библиогр.: 3 назв. Рецензент В. И. Водопьянов

Печатается по решению редакционно-издательского совета Волгоградского государственного технического университета

© Волгоградский государственный
технический университет, 2008

Составители: Вячеслав Петрович Багмутов,
Андрей Анатольевич Белов,
Олег Викторович Кондратьев

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ

Методические указания к лабораторной работе

Темплан 2007 г. Поз. №

Подписано в печать 2007 г. Формат 60×84 1/16.

Бумага газетная. Печать офсетная. Усл.-печ. л. 0,93.

Тираж 100 экз. Заказ . Бесплатно.

Волгоградский государственный технический университет. 400131

Волгоград, проспект им. В. И. Ленина, 28.

РПК «Политехник»

Волгоградского государственного технического университета

400131 Волгоград, ул. Советская, 35.

Цель работы: экспериментальное определение главных деформаций, главных напряжений и ориентации главных площадок методом тензометрии на примере чистого сдвига

ВВЕДЕНИЕ

Метод тензометрии заключается в измерении малых деформаций в отдельных точках детали и последующем переходе от них к напряжениям с использованием закона Гука.

В настоящее время во многих отраслях машиностроения на смену традиционным металлам приходят металлические и неметаллические композиционные материалы: матрица – армирующие волокна. Направление (углы) и плотность укладки волокон назначают с учётом величины главных нормальных напряжений и ориентации главных площадок.

Применяемые в инженерной практике критерии (теории) прочности используют главные нормальные напряжения. В упомянутых в качестве примера случаях разработка и реализация расчётных методик подчас связана со значительными затратами труда и времени. Кроме того, для оценки результата, полученного расчётным путём, требуется его экспериментальная проверка.

Методы экспериментального определения деформаций и напряжений играют исключительно важную роль в инженерном деле. Они используются как при определении констант упругости (см. МУ к лабораторной работе «Упругие свойства металлов»), так и для проверки различных теоретических или проектных решений, выполняемых на моделях или на реальных опытных объектах. Например, для определения потока внутренних усилий в нагруженном теле, изучают траектории главных напряжений. Знание траекторий главных напряжений во многих случаях даёт возможность придать рациональную форму детали или части конструкции. При создании композиционных материалов основу усиливают высокопрочными нитями в направлении потока растягивающих усилий в элементах конструкций (рис. 1). Определив траектории главных напряжений при изгибе,

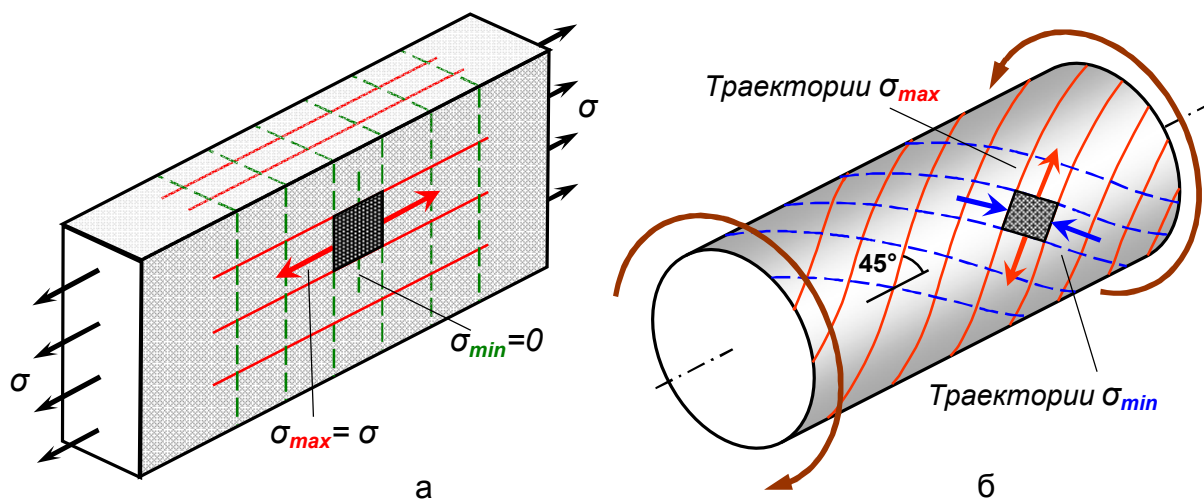


Рис. 1. Траектории главных напряжений при растяжении (а) и кручении (б).

создают рациональную схему армирования железобетонной балки (рис. 2).

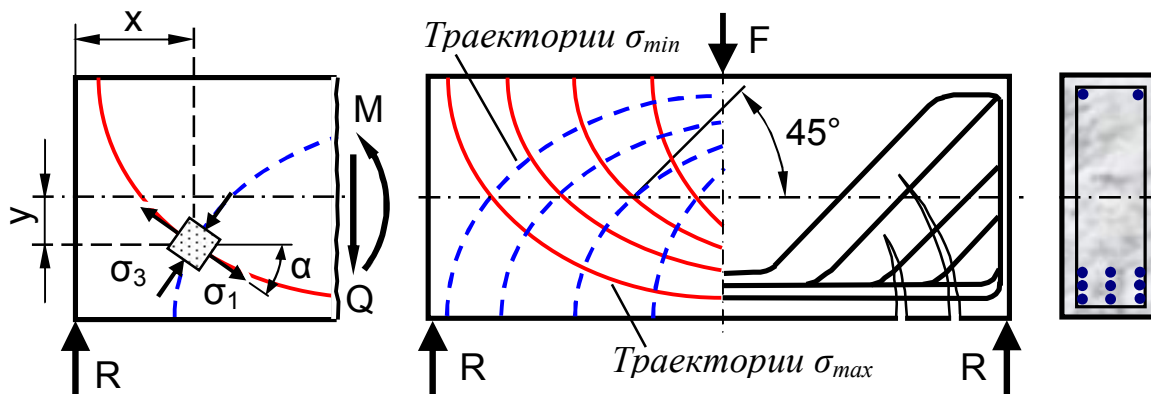


Рис. 2. Траектории главных напряжений при изгибе и схема армирования железобетонной балки

Под исследованием напряжённого состояния понимают: а) определение главных напряжений; б) определение главных площадок; в) нахождение площадок, по которым действуют экстремальные касательные напряжения; г) вычисление напряжений на площадках произвольной ориентации по заданным на взаимно перпендикулярных площадках напряжениям.

В настоящей лабораторной работе экспериментально определяют положение главных площадок и величину главных напряжений, которые затем сопоставляют с аналитическим расчётом. Используются три варианта ориентации прямоугольной тензометрической розетки на лабораторном образце, приводящие к одному и тому же результату. Схема нагружения лабораторного образца (реализовано напряжённое состояние чистого сдвига) выбрана таким образом, чтобы результаты аналитического расчёта были получены с минимальными затратами труда и времени.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Теории напряжений и деформаций были созданы О. Коши¹ в 1822 г. Выведено три уравнения равновесия элементарного четырехгранника, доказан закон парности касательных напряжений, введено понятие главных осей и главных напряжений и др.

Напряжение – величина, характеризующая интенсивность внутренних усилий, возникающих в деформируемом теле под влиянием внешних воздействий, то есть внутренняя сила, приходящаяся на единицу площади в окрестности рассматриваемой точки. Напряжение p – величина векторная, раскладывается на составляющие: по нормали к сечению σ и в плоскости сечения τ , причём $p^2 = \sigma^2 + \tau^2$.

Напряжение нормальное σ – перпендикулярное к сечению.

Напряжение касательное τ – действующее в плоскости сечения.

¹ Огюстен Луи Коши (Cauchy A. L. 1789-1857) – французский учёный. Опубликовано более 800 работ по математике, механике, физике, астрономии.

Напряжённое состояние – совокупность напряжений, действующих по всевозможным площадкам, проходящим через рассматриваемую точку.

Рассмотрим простейший случай нагружения – растяжение. В поперечном m - m сечении бруса (рис. 3, а) от действия продольной внешней нагрузки F возникает внутреннее усилие N ($N = F$) и напряжение $\sigma = N/A$

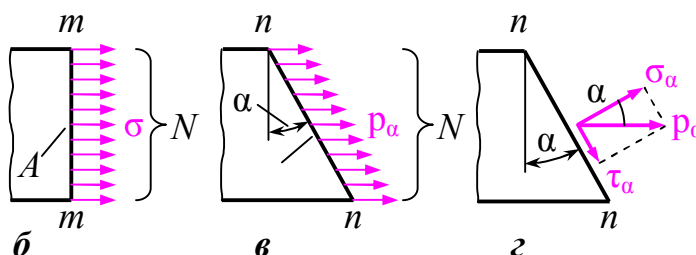


Рис. 3. Пример линейного напряжённого состояния

(рис. 3, б). Площадь A_α произвольно ориентированной наклонной площадки n - n (рис. 3, в) больше площади A поперечного сечения: $A_\alpha = A/\cos\alpha$. Полное напряжение p_α на наклонной площадке

$$p_\alpha = \frac{N}{A_\alpha} = \frac{N}{A} \cos \alpha = \sigma \cos \alpha \leq \sigma. \quad (1)$$

Как видно, полное напряжение p_α меньше нормального σ в поперечном сечении. Полное напряжение p_α может быть разложено на нормальную σ_α и касательную τ_α составляющие на наклонной площадке (рис. 3, г)

$$\sigma_\alpha = p_\alpha \cos \alpha = \sigma \cos^2 \alpha \leq \sigma, \quad (2)$$

$$\tau_\alpha = p_\alpha \sin \alpha = \sigma \cos \alpha \sin \alpha \leq \sigma.$$

Выражения (2) показывают, как изменяются напряжения, если наклонное сечение располагается под различными углами. Когда $\alpha = 0$ плоскость n - n совпадает с плоскостью поперечного сечения m - m . Нормальные напряжения максимальны, касательные напряжения равны нулю. По мере увеличения угла α нормальные напряжения убывают и становятся равными нулю при $\alpha = \pi/2$, а это показывает, что между продольными волокнами стержня нормальные напряжения отсутствуют. Касательное напряжение τ_α равно нулю при $\alpha = 0$ и при $\alpha = \pi/2$, а своего максимального значения достигает при $\alpha = \pi/4$: $\tau_{\max} = \sigma/2$. Несмотря на то, что максимальное касательное напряжение составляет лишь половину максимального нормального напряжения, его роль в процессах разрушения бывает значительной или даже определяющей. Например, при анализе вязкого разрушения разрывного образца типа «конус-чашка» (см. лабораторную работу) наблюдаются два механизма разрушения. Центральная часть образца перпендикулярна его оси (дно «чашки») – результат работы нормальных напряжений. Периферия – конус (края «чашки») является следом сдвиговых процессов от касательных напряжений.

Из анализа формул (1) и (2) следуют два важных вывода. *Во-первых*, любое из значений p_α , σ_α , τ_α меньше напряжения σ в поперечном сечении, следовательно не столь опасны. *Во-вторых*, они зависят от угла α наклона площадки, а таких площадок в нагруженном теле можно выделить бесчисленное множество, значит и вариантов описания напряжённого состояния столько же.

В теле, нагруженном произвольной системой сил в окрестности произвольно взятой точки выделяют достаточно малую область, для которой

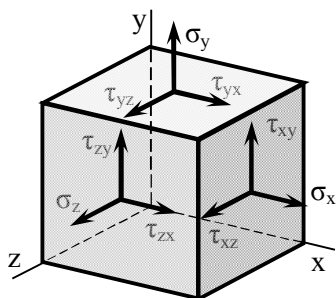


Рис. 4. Напряжения, действующие по граням элементарного параллелепипеда.

напряжённое состояние можно считать однородным. В этой области рассматривают элементарный объём в виде прямоугольного параллелепипеда (рис. 4). Полное напряжение, возникающее на любой грани, раскладывают на три составляющие: одну по нормали к площадке и две в плоскости сечения. Индекс в обозначении указывает направление нормали к площадке (адрес площадки). Вторым индекс указывает ось, в направлении которой действует напряжение. В обозначении нормальных напряжений σ присутствует только первый индекс.

Напряжённое состояние в окрестности точки определяется девятью компонентами, а с учётом парности касательных напряжений $\tau_{xy} = |\tau_{yx}|$, $\tau_{xz} = |\tau_{zx}|$, $\tau_{yz} = |\tau_{zy}|$ – шестью независимыми компонентами и описывается тензором напряжений. Тензор обычно задают в виде таблицы-матрицы

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}.$$

Тензор [от лат. tendere натягивать, напрягать] – величина особого рода, задаваемая числами и законами их преобразования; является развитием и обобщением векторного исчисления и теории матриц. Тензорное исчисление широко применяется в дифференциальной геометрии, теории римановых пространств, теории относительности, механике, электродинамике и других областях науки.

Если взамен исходной системы осей x , y , z выбрать какую-то новую систему, компоненты тензора изменятся, то есть значения σ_x , σ_y , ... будут иными. Однако сам тензор напряжённого состояния остаётся тем же. Сказанное поясняется на примере вектора, показанного на рисунке 5.

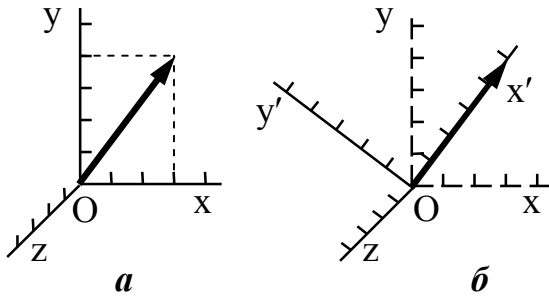


Рис. 5. Варианты описания вектора в разных координатных системах: а – произвольно выбранная; б – система, в которой ось совпадает с направлением вектора.

В координатной системе x, y, z (рис. 5, а) вектор определён матрицей, членами которой являются координаты конца вектора $(3, 4, 0)$, а в системе осей x', y', z (рис. 5, б) для того же вектора – матрицей $(5, 0, 0)$. Обратите внимание: положение вектора в пространстве осталось неизменным, но выбрана такая система координатных осей («локальная» система), в которой вектор проецируется на одну из осей в натуральную величину, а проекции его на другие две оси равны нулю.

Аналогичный приём рационального выбора координатных осей рекомендуется в разделе «статика» курса теоретической механики. В программных продуктах AutoCAD, ArchiCAD наряду с так называемой «мировой» системой координат для удобства работы применяется пользовательская система координат.

Операции над тензором сложнее операций над вектором, однако, в произвольно нагруженном теле можно найти такие три взаимно перпендикулярные площадки, на которых касательные напряжения равны нулю (рис. 6).

Площадки, по которым касательные напряжения отсутствуют, называются главными. Нормальные напряжения, действующие на этих площадках, называются главными напряжениями. Они принимают экстремальные значения. Главные напряжения нумеруют в порядке убывания в алгебраическом смысле

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3.$$

Тензор напряжений в этом случае **не меняя своей величины** принимает вид

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}.$$

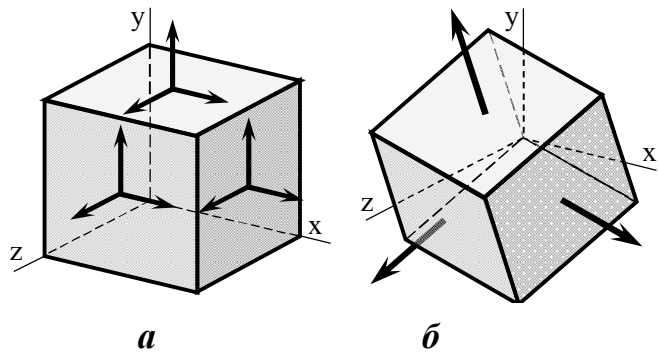


Рис. 6. Напряжённое состояние в произвольной системе координат (а); главные площадки с действующими на них главными напряжениями (б).

Большое внимание к главным нормальным напряжениям в инженерной расчётной практике объясняется не только простотой описания напряжённого состояния в точке с их помощью, но в первую очередь свойством экстремальности этих величин и, как следствие, возможностью оценки прочности на их основе. Определение главных напряжений является необходимым промежуточным этапом при ведении расчётов в общем случае напряжённого состояния.

Упомянем ещё о двух понятиях, используемых в расчётах. **Главные направления напряжённого состояния** – направления, параллельные главным напряжениям. **Главные деформации** – относительные удлинения рёбер параллелепипеда, параллельные главным напряжениям; $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_2 \geq \varepsilon_3$.

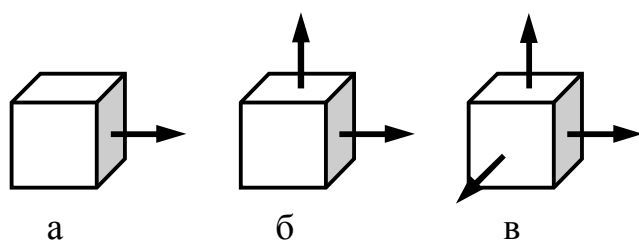
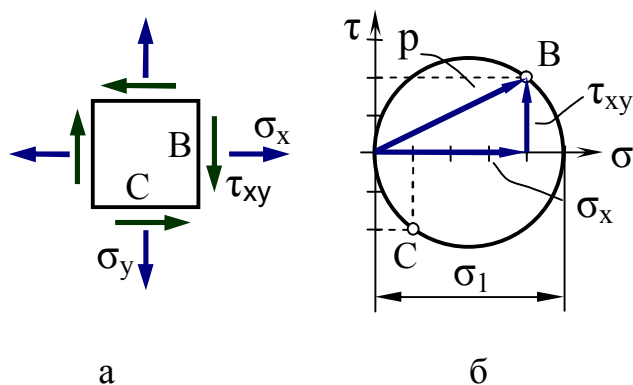


Рис. 7. Виды напряжённого состояния: а – линейное; б – плоское; в – объёмное.

Различают три вида напряжённого состояния: линейное (рис. 7, а), если две пары граней свободны от напряжений; плоское (рис. 7, б), если одна пара граней свободна от напряжений и объёмное (рис. 7, в).

Определить вид напряжённого состояния и расставить индексы 1, 2 или 3 при главных напряжениях можно лишь **вычислив** главные напряжения. Так, напряжённое состояние, изображённое на рисунке 8, при некотором сочетании нормальных и касательных напряжений является линейным, хотя на первый взгляд кажется плоским. Один из вариантов (первая строка таблицы) изображён в виде круга Мора².



σ_x	σ_y	τ_{xy}	σ_1	σ_2
20	5	10	25	0
10	10	10	20	0
5	20	10	25	0
4	25	10	29	0
2	50	10	52	0

Рис. 8. а – нормальные и касательные напряжения, действующие на гранях произвольно ориентированного элемента; б - графическое изображение напряжённого состояния, показанного на рис. (а); в – некоторые варианты сочетания нормальных и касательных напряжений, при которых напряжённое состояние, изображённое на рис. (а), является линейным.

² Отто Христиан Мор (Mohr O. H. 1835-1918) – немецкий механик и инженер, профессор Высшей технической школы в Дрездене. Круговая диаграмма предложена в 1882 г.

Плоское напряжённое состояние встречается на практике во многих случаях. В частности, оно возникает при изгибе балок (см. рис. 2), в сферической или цилиндрической оболочках, находящихся под давлением жидкости или газа (цистерна, газовый баллон), в тонкой пластине, нагруженной в её плоскости любой взаимно уравновешенной системой сил, при кручении (см. рис. 1, б) или совместном действии кручения и изгиба и т. д.

При плоском напряжённом состоянии величину главных напряжений аналитически определяют по формуле

$$\sigma_{\max, \min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (3)$$

а положение главных площадок по формуле

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}. \quad (4)$$

Графический расчёт выполняется путём построения круга Мора. Покажем оба варианта расчёта на примере образца лабораторной установки.

Графическое решение. Под действием приложенной нагрузки в поперечных сечениях образца, имеющего трубчатое сечение, возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент T (рис. 9). Систему координат выберем так, чтобы ось x абсцисс совпадала с геометрической осью образца. Грани B и C элемента (рис. 9, а) ориентируем так, чтобы они были параллельны и перпендикулярны выбранным нами осям координат. Вдоль пары граней B действуют касательные напряжения $-\tau_{xy}$ (знак отрицательный, т. к. против хода часовой стрелки), а вдоль граней C – равные им (по закону парности) напряжения τ_{yx} . Величина этих напряжений, действующих на периферии сечения,

$$\tau_{yx} = -\tau_{xy} = \tau_{\max} = \frac{T}{W_p}. \quad (5)$$

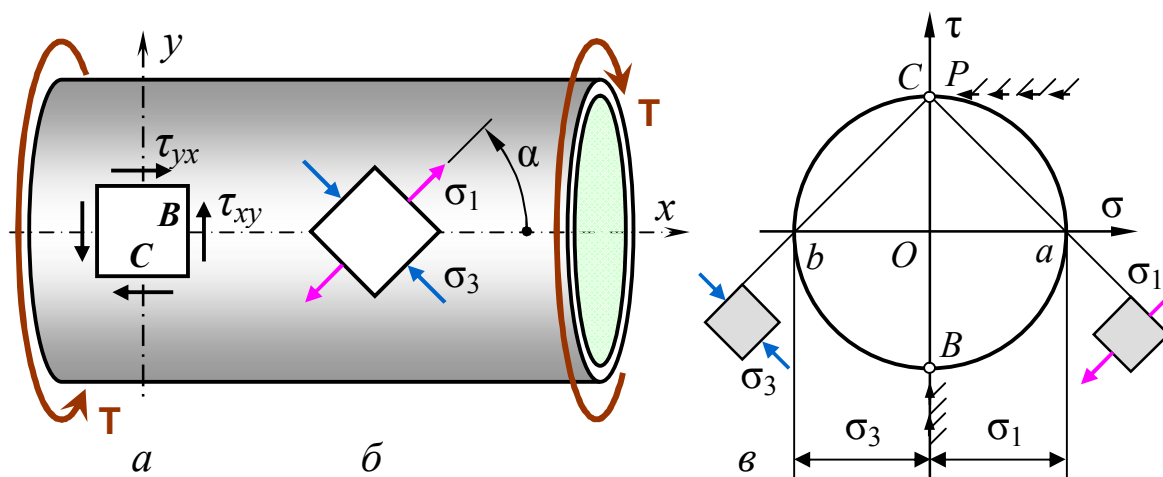


Рис. 9. Анализ напряжённого состояния в образце лабораторной установки графическим способом.

Напряжённое состояние грани элемента характеризуется парой координат (σ, τ) . В нашем примере В (σ_x, τ_{xy}) и С (σ_y, τ_{yx}) или В $(0, -\tau_{\max})$ и С $(0, \tau_{\max})$. В координатной системе $\sigma - \tau$ (рис. 9, в) поставим точки В и С. Из центра О радиусом $OB = OC$ проведём окружность. Круг пересекает ось σ в двух точках a и b . Ординаты этих точек равны нулю ($\tau = 0$), следовательно, они соответствуют главным площадкам. Абсциссы этих точек равны главным напряжениям $Oa = \sigma_1 = \tau_{\max}$, $Ob = \sigma_3 = -\tau_{\max}$ (отрицательно), $\sigma_2 = 0$. Найдём положение главных площадок. Площадка В на рис. 9, а ориентирована вертикально; на рис. 9, в через точку В проводим вертикальную линию (штриховка). Площадка С ориентирована горизонтально; через точку С на рис. 9, в проводим горизонтальную линию. Точка пересечения указанных линий определит положение полюса Р. Из полюса Р в точки a и b проводим лучи, которые определяют положение главных площадок. Угол aPb прямой (опирается на диаметр), грани главных площадок взаимно перпендикулярны и ориентированы под углом 45° к продольной оси бруса. Положение главных площадок показано на рис. 9, б.

Аналитическое решение. Так как $\sigma_x = \sigma_y = 0$ (нет ни растяжения, ни сжатия вдоль осей x, y), то из формулы (3) следует

$$\sigma_{\max} = \sigma_1 = +\tau_{xy} = \tau_{\max}; \quad \sigma_{\min} = \sigma_3 = -\tau_{xy} = -\tau_{\max}; \quad \sigma_2 = 0. \quad (6)$$

Знаменатель формулы (4) равен нулю, поэтому

$$\operatorname{tg} 2\alpha = +\infty; \quad 2\alpha = 90^\circ; \quad \alpha = 45^\circ. \quad (7)$$

Поскольку $\tau_{xy} < 0$ и перед формулой знак минус, угол α положителен, его значение откладывают против хода часовой стрелки (см. рис. 9, б).

В данном случае имеет место чистый сдвиг. **Чистый сдвиг** – частный случай двухосного напряжённого состояния, при котором на гранях элемента возникают только касательные напряжения. Чистый сдвиг эквивалентен напряжённому состоянию, создаваемому действием растягивающего напряжения в одном направлении и равного ему по величине сжимающего напряжения в перпендикулярном направлении (см. рис. 9, б). Состояние чистого сдвига возникает также в площадках, расположенных в нейтральном слое балки при изгибе (см. рис. 2); там $\sigma = 0$, $\tau = \tau_{\max}$, $\alpha = 45^\circ$.

По всей длине образца лабораторной установки напряжённое состояние однородно; во всех поперечных сечениях образца картина напряжённого состояния соответствует показанной на рис. 9, б. Следовательно, траектории главных напряжений – винтовые линии, наклонённые под углом 45° к оси образца, как показано на рис. 1, б.

Траектория главных напряжений – линия, в каждой точке которой касательная совпадает с направлением главного напряжения в этой точке. Она даёт наглядное представление о потоке внутренних усилий в нагруженном теле. Примеры траекторий главных напряжений для некоторых видов нагружения приведены на рисунках 1 и 2. Знание траекторий главных напряжений во многих случаях даёт возможность придать рациональную форму детали или части конструкции.

2. ОБОРУДОВАНИЕ, ПРИБОРЫ

2.1. Лабораторный образец 1 (рис. 10) представляет собой стальной тонкостенный трубчатый профиль, имеющий два фланца. Один из фланцев жёстко закреплён. К другому фланцу через рычаг 3 длиной ℓ передаются нагрузка F . Величина нагрузки контролируется динамометром 4. Шарнирная неподвижная опора 5 снабжена подшипником качения. При этом внутреннее усилие в образце 1 – крутящий момент T равен внешнему моменту M , то есть $T = M = F \cdot \ell$. Возникающее на поверхности образца касательное напряжение от кручения определяется по формуле (5), где W_p – полярный момент сопротивления. Для трубчатого профиля

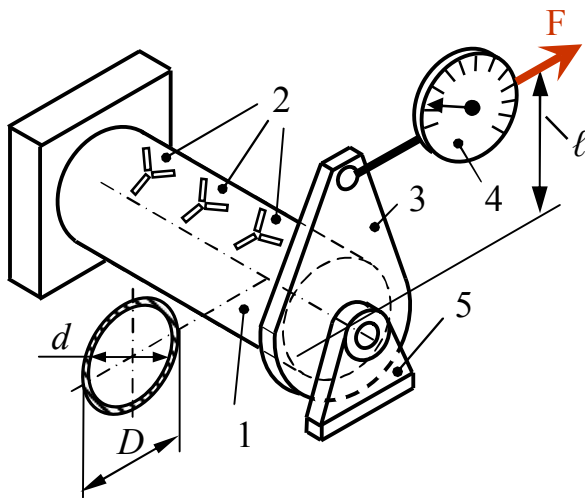


Рис. 10. Схема испытательной установки: 1 – образец; 2 – розетки тензодатчиков; 3 – рычаг; 4 – динамометр; 5 – шарнирная опора.

где $c = d/D$ – коэффициент пустотелости поперечного сечения образца. Наружный диаметр $D = 100$ мм; внутренний диаметр $d = 96$ мм. Длина рычага $\ell = 300$ мм.

2.2. Экспериментальное определение деформаций и напряжений методом тензометрии широко применяется в инженерной практике, часто используется для проверки различных теоретических предположений и решений на моделях или реальных опытных изделиях.

Изложим более подробно суть метода тензометрии. Он заключается в измерении малых деформаций в отдельных точках испытуемого образца и последующем переходе от них к напряжениям с использованием обобщенного закона Гука. В случае плоского напряжённого состояния, как в данном исследовании, когда $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 \neq 0$, закон Гука в обратной форме для определения напряжений через деформации в случае изотропного тела можно записать:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_3), \quad \sigma_3 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_3 + \mu\varepsilon_1). \quad (9)$$

В формулах (9) μ – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга.

При измерении деформации могут встретиться следующие характерные случаи.

1. Заведомо известно, что в данной точке в соответствующем направлении имеет место сжатие или растяжение (рис. 11). Для определения σ

достаточно поставить один тензометр или наклеить один тензорезистор,

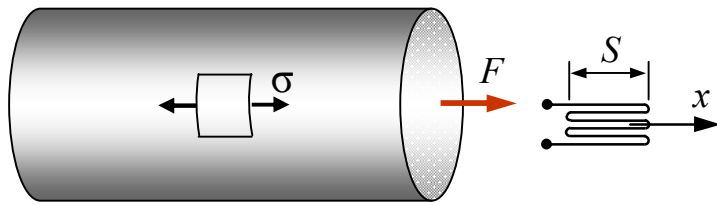


Рис. 11. Измерение деформации образца при растяжении или сжатии.

базу S которого надо расположить в направлении действия σ . Определив из опыта $\varepsilon = \Delta S/S$, по закону Гука находят $\sigma = \varepsilon \cdot E$. **База тензорезистора** – длина тензо-чувствительной части датчика.

2. В данной точке известны только направления главных напряжений σ_1 и σ_2 (например, меридиональное σ_m и окружное σ_t в тонкостенной оболочке под давлением p). Для определения значений этих напряжений необходимо поставить два тензометра или наклеить два тензодатчика таким образом (рис. 12), чтобы их базы располагались в направлениях σ_1 и σ_2 (или σ_1 и σ_3).

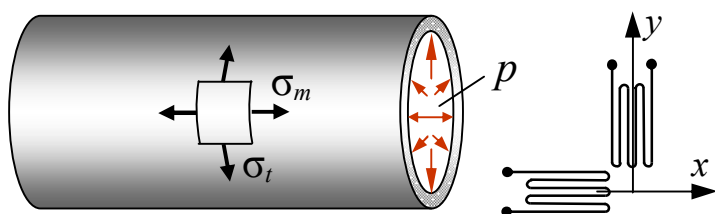


Рис. 12. Измерение деформаций на поверхности образца, если известны направления главных напряжений.

С их помощью находят главные деформации ε_1 и ε_3 , а затем по (9) – главные напряжения.

3. В исследуемой точке имеет место произвольное сочетание нормальных σ и касательных τ напряжений, как например, при изгибе с кручением (карданный вал автомобиля, вал в системе газораспределения

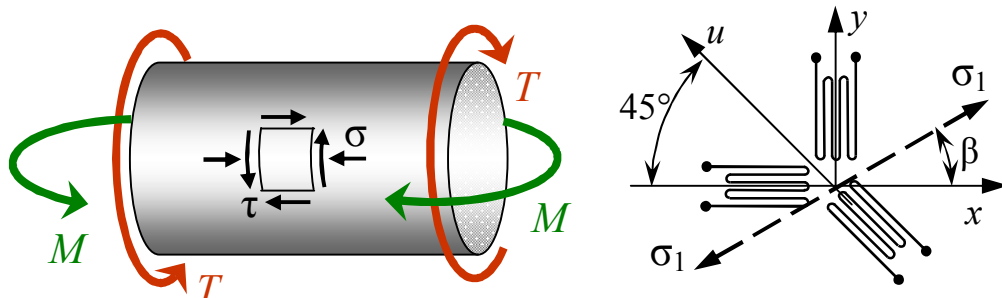


Рис. 13. Измерение деформаций на поверхности образца, для определения величины главных напряжений и их направлений.

ДВС, вал редуктора и др.). Необходимо определить главные напряжения σ_1 и σ_3 , а также угол β , который образует направление σ_1 с произвольно выбранной осью x (рис. 13).

Для определения трёх неизвестных σ_1 , σ_3 и β надо получить из эксперимента значения трёх деформаций: ε_x , ε_y в направлении взаимно перпендикулярных осей x , y , а также ε_u под углом 45° к ним. Для этого три тензо-

датчика располагают так, как показано на рис. 13. Такое расположение тензодатчиков называется прямоугольной розеткой.

Выведем расчётные формулы для прямоугольной розетки. Обозначим угол между направлением главной деформации ε_1 и направлением тензорезистора розетки ε_x , через угол β , тогда углы между направлением ε_1 направлениями ε_u и ε_y соответственно равны $\beta + 45^\circ$ и $\beta + 90^\circ$.

Зная, что деформации в произвольном направлении в данной точке определяются через главные деформации следующим образом:

$$\varepsilon_\beta = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2\beta,$$

то можно записать:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2\beta; \\ \varepsilon_u &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2(\beta + 45^\circ); \\ \varepsilon_y &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cdot \cos 2(\beta + 90^\circ). \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Решая эти уравнения относительно ε_1 , ε_3 и β , помня, что ε_x , ε_y и ε_u известны из опыта, путем математических преобразований получим

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{\varepsilon_\delta + \varepsilon_\delta}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon_\delta - \varepsilon_u)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_u)^2}, \quad (11)$$

и угол наклона главных площадок

$$\operatorname{tg} 2\beta = - \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y - 2\varepsilon_u}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}. \quad (12)$$

По найденным главным деформациям ε_1 и ε_3 можно, используя (9), определить главные нормальные напряжения σ_1 и σ_3 .

Особенностью данной лабораторной работы является то, что при сопоставлении результатов расчёта с экспериментальными данными по определению в пространстве положения главных площадок *используются четыре варианта системы координат x, y вдоль оси образца.*

При аналитическом и графическом расчётах абсцисса x совпадает с геометрической осью образца (см. рис. 9). Это *первый* вариант. Для анализа экспериментальных данных в качестве исходной ориентации оси x принимают положение первого (то есть x) из трёх тензодатчиков прямоугольной розетки (см. рис. 13). В лабораторной установке используется три прямоугольные розетки различно ориентированные по отношению к продольной (геометрической) оси бруса. Следовательно, каждой розетке присуще **своё начало** отсчёта угла, под которым ориентирована главная площадка.

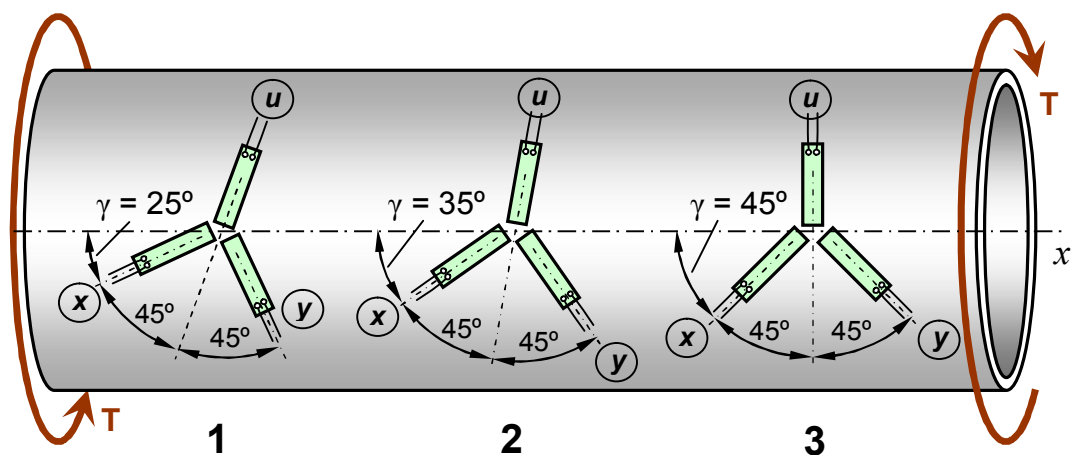


Рис. 14. Схема расположения розеток тензорезисторов.

Так, в розетке 1 ось x , соответствующая первому датчику, ориентирована под углом $\gamma = 25^\circ$ к оси бруса с одноимённым названием (рис. 14). Это *второй* вариант. *Третий* и *четвёртый* варианты реализованы в розетках 2 и 3, где первые датчики ориентированы по отношению к оси x образца под углами $\gamma = 35^\circ$ и $\gamma = 45^\circ$ соответственно.

3. ПРОВЕДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

3.1. Измерение деформаций проводится с помощью цифрового измерителя деформаций ИДЦ. До проведения измерений включите прибор в электрическую сеть и дайте ему прогреться в течение 10 минут.

3.2. Нагрузите образец силой 100 кгс (1000 Н). Запишите показания тензодатчиков в соответствующие ячейки таблицы 1. Выполните те же действия при нагрузке на образец 400 кгс (4000 Н). Подсчитайте величину приращения Δn_i , для каждого тензодатчика.

Таблица 1. Деформации по различным направлениям

Нагрузка F , Н	Показания датчиков, деления					
	Датчик x (канал)		Датчик u (канал)		Датчик y (канал)	
	n_x	Δn_x	n_u	Δn_u	n_y	Δn_y
1000						
4000						

Величина относительной деформации ε_i в каждом направлении (соответственно x , u , y) определяется произведением приращения показаний Δn_i на постоянную прибора K : $\varepsilon_i = \Delta n_i \cdot K$. Постоянная K прибора измеряется в единицах относительной деформации (1 ЕОД = 10^{-6}); она указана на рабочем месте.

4. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОФОРМЛЕНИЮ ОТЧЕТА

4.1. В теоретической части отчета дайте определение напряжённого состояния, укажите его виды и поясните, чем они характеризуются. Запишите тензор напряжения для сложного напряжённого состояния. Объясните, что такое чистый сдвиг. Нарисуйте элемент, находящийся в плоском напряжённом состоянии, покажите действующие напряжения.

4.2. Предварительно вычислив по формуле (8) полярный момент сопротивления, подсчитайте по формуле (5) максимальные касательные напряжения на поверхности испытуемого образца при кручении его заданным крутящим моментом $\Delta T = \Delta F \cdot \ell$ и определите теоретические значения главных нормальных напряжений по формулам (6). Положение главных площадок по отношению к оси бруса (рис. 15) определяется по формуле (7), а также из рис. 9.

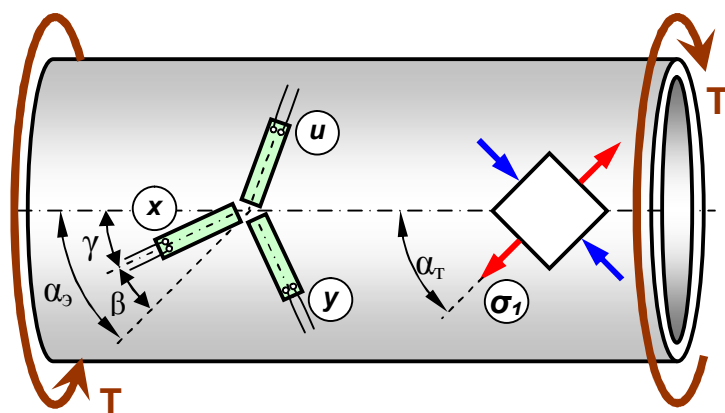


Рис. 15. Схема к определению направления главных напряжений.

площадок, вычислив угол β по формуле (12). С учётом ориентации первого тензодатчика розетки (угол γ) найдите направление первого главного напряжения (рис. 15)

$$\alpha_3 = \gamma + \beta.$$

4.5. Сравните результаты эксперимента и расчёта. Подсчитайте процент расхождения теоретических α_T и экспериментальных α_3 углов, определяющих положение главных площадок, а также величины главных нормальных напряжений σ_1 и σ_3 .

Таблица 2. Сопоставление данных расчёта с результатами эксперимента

Направление главных напряжений			Величина главных напряжений, МПа					
α_T°	α_3°	$\eta, \%$	σ_{1T}	σ_{13}	$\eta, \%$	σ_{3T}	σ_{33}	$\eta, \%$

4.6. Сделайте выводы по работе. Охарактеризуйте возможности экспериментального исследования напряжённого состояния в точке и т. п.

5. ПРАВИЛА ПО ТЕХНИКЕ БЕЗОПАСНОСТИ

1. Перед началом работы убедитесь в исправности заземления.
2. Не касайтесь руками токоведущих частей, в частности, тензодатчиков.
3. Без преподавателя работать на установке запрещается.

6. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Дайте определение объёмному, плоскому и линейному напряжённым состояниям.
2. Дайте определение главным площадкам и главным напряжениям.
3. Как найти величину главных нормальных напряжений аналитически?
4. По какой формуле определить положение главной площадки?
5. Какие деформации называют главными?
6. Как связаны главные деформации с главными напряжениями?
7. Как экспериментально определить величину главных деформаций?
8. Какое напряжённое состояние возникает в произвольной точке при кручении бруса круглого поперечного сечения? Нарисуйте круг Мора.
9. Какое напряжённое состояние возникает в произвольной точке сечения при растяжении стержня? Нарисуйте круг Мора.
10. Стержень растягивают силой, приложенной вдоль его оси. Возникнут ли в каком-либо сечении стержня касательные напряжения?
11. Чему равна величина главных нормальных напряжений при кручении?
12. Чему равна величина главных нормальных напряжений при сжатии?
13. Как вычислить касательные напряжения при кручении?
14. Как вычислить полярный момент сопротивления кольцевого сечения?
15. Приведите примеры нагружений, при которых возникают различные виды напряжённых состояний.
16. Какие характеристики свойств материала используются при экспериментальном определении главных нормальных напряжений?
17. Дайте определение понятию «чистый сдвиг». Как найти главные напряжения при чистом сдвиге?
18. Как ориентированы главные площадки по отношению к оси бруса при чистом сдвиге?

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А. В., Потапов В. Д., Державин Б. П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 1995. – 560 с.
2. Сопротивление материалов. Учеб. пособие / Н. А. Костенко, С. В. Балясникова, Ю. Э. Волошановская и др.; Под ред. Н. А. Костенко. – М.: Высш. шк., 2000. – 430 с.
3. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1986. – 512 с.