

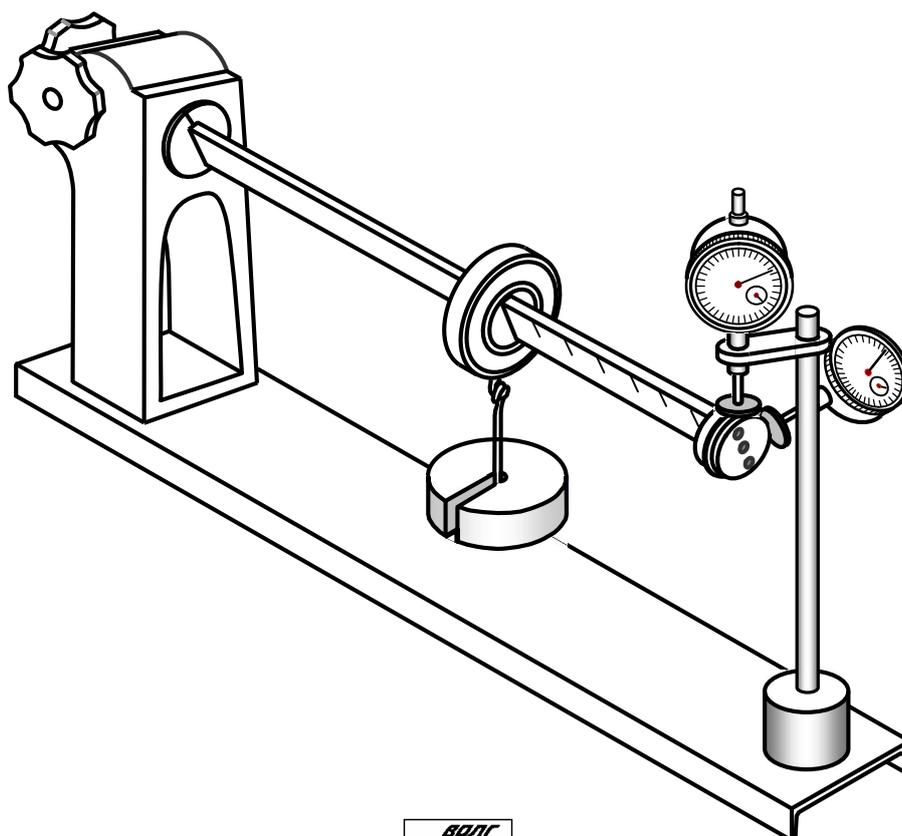
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра "СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ"

ДЕФОРМАЦИЯ БАЛОК ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

Методические указания к лабораторной работе



Волгоград 2015

УДК 539.3

Рецензент
профессор кафедры «Сопротивление материалов» ВолгГТУ
д-р техн. наук *А. Н. Савкин*

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

Деформация балок при косом изгибе. Метод. указ. к
лабораторной работе / Сост.: В. П. Багмутов, О. В. Кондратьев;
ВолгГТУ. – Волгоград, 2015. – 16 с.

Содержит теоретический материал, касающийся одного из подразделов темы «Сложное сопротивление». Выведена формула для расчета перемещения при косом изгибе применительно к имеющемуся лабораторному оборудованию. Приведены примеры вычисления напряжений и деформаций при косом изгибе. Описана методика проведения эксперимента на лабораторной установке. Указаны правила по технике безопасности. Дан список учебной литературы, а также вопросы для проверки усвоения темы лабораторной работы.

Предназначены для студентов всех форм обучения.

Ил. 9. Табл. 1. Библиогр.: 3 назв.

© Волгоградский государственный
технический университет, 2015

© В. П. Багмутов, О. В. Кондратьев

Учебное издание
Составители
Вячеслав Петрович Багмутов
Олег Викторович Кондратьев

ДЕФОРМАЦИЯ БАЛОК ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

Методические указания к лабораторной работе

Темплан 2015 г. Поз. № 143. Подписано в печать 03.04. 2015 г.
Формат 60×84 1/16. Гарнитура Times New Roman. Бумага газетная.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,93.
Уч.-изд. л. 1,1. Тираж 10 экз. Заказ . Бесплатно.

Волгоградский государственный технический университет.
400005 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 1.

Отпечатано в типографии ИУНЛ
Волгоградского государственного технического университета
400005 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 7

Цель работы. Экспериментально проверить формулы для определения величины и направления прогиба балки, испытывающей деформацию косоугольного изгиба; сопоставить величины прогиба балки при плоском и косоугольном изгибах.

1. Теоретическая часть

1.1. Сложное сопротивление

В общем случае нагружения в теле возникают шесть внутренних усилий – проекции на декартовы оси координат главного вектора и главного момента. Это *три силы*: продольная N и две поперечных Q_y и Q_z , а также *три момента*: крутящий $M_x = T$ и два изгибающих M_z , M_y . Различают *простые виды* сопротивления и *сложное*.

К *простым видам* сопротивления относят такие, при которых лишь *одно* внутреннее усилие отлично от нуля. Это растяжение ($N > 0$) или сжатие ($N < 0$), сдвиг (Q_z или Q_y), кручение ($M_x = T$), изгиб (M_z или M_y).

Сложное сопротивление – вид нагружения, представляющий собой комбинацию (сочетание) нескольких простых видов сопротивления.

В случае сложного сопротивления в поперечных сечениях элемента возникают два и более внутреннего силового фактора. При этом расчет элементов при сложном сопротивлении ведется на основании принципа независимости действия сил (*суперпозиции*). Каждый из простых видов сопротивления, входящих в состав сложного, рассматривается независимо от остальных, а результат их действия является суммой (алгебраической или геометрической).

Принцип суперпозиции применим для определения внутренних усилий, напряжений, деформаций в линейно-упругих системах и при возникновении линейного напряженного состояния. К числу таких видов сложного сопротивления можно отнести следующие:

- пространственный и косоугольный изгиб;
- изгиб с растяжением (сжатием);
- внецентренное растяжение или сжатие.

Принцип суперпозиции неприменим при возникновении в элементе сложного напряженного состояния (плоского). Примеры таких видов сопротивления:

- кручением с изгибом;
- кручением с растяжением (или сжатием).

В этих случаях расчет ведут с использованием теорий прочности. В данной лабораторной работе рассмотрены вопросы, связанные с косоугольным изгибом.

1.2. Косой изгиб

Поясним термины, упомянутые в предыдущем абзаце. Если два или более внешних силовых факторов лежат в разных *главных плоскостях инерции* (рис. 1, а), то имеет место *пространственный изгиб*.

Случай, при котором все силовые факторы лежат в *одной плоскости* (рис. 1, б), называют *плоским косым изгибом*. Лаборатория снабжена оборудованием для проведения опыта при плоском косом изгибе. В дальнейшем для обозначения этого понятия слово «плоский» будет опущено.

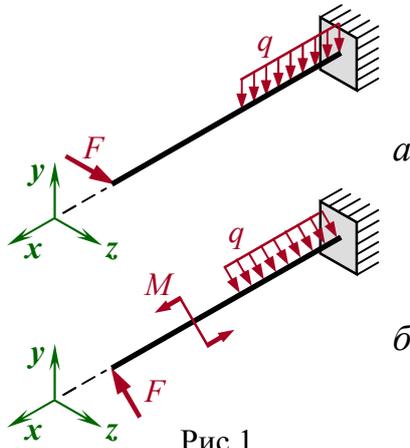


Рис.1

Косой изгиб – изгиб, при котором силовая плоскость, не совпадает ни с одной из главных плоскостей инерции.

Силовая плоскость – плоскость, в которой расположены внешние нагрузки (рис. 1, б), (рис. 2, а, плоскость $P-P$).

Главная плоскость инерции – плоскость, проходящая через геометрическую (продольную) ось бруса и одну из главных центральных осей инерции поперечного сечения (рис. 2, а, плоскости xOy , xOz).

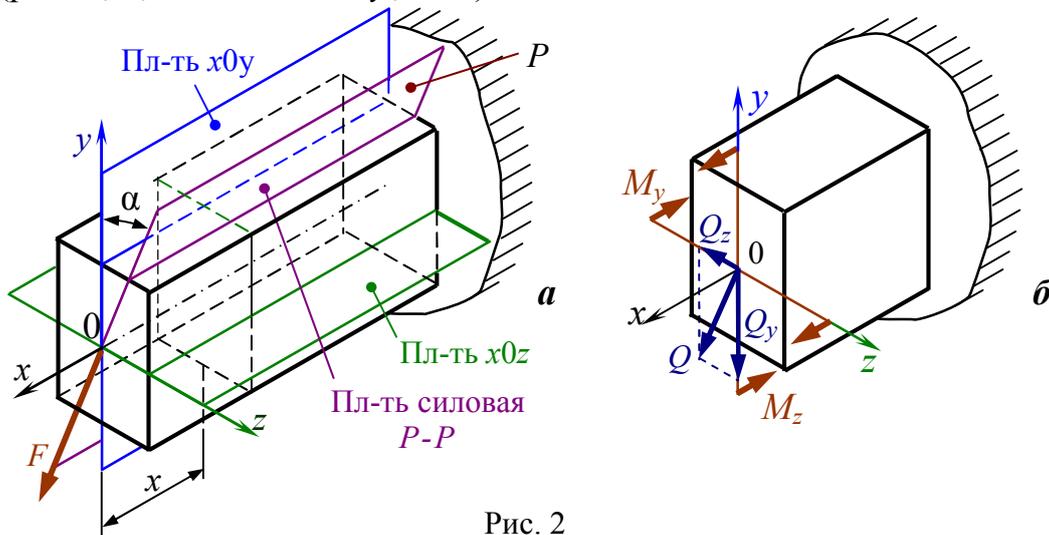


Рис. 2

На примере бруса прямоугольного поперечного сечения (как в лабораторной работе), нагруженного на консоли сосредоточенной силой F , определим внутренние усилия методом сечений. Рассекаем брус в произвольном сечении x (рис. 2, а), Отбрасываем левую по рисунку часть с приложенной к ней сосредоточенной силой F , Заменяем действие отброшенной части внутренними усилиями, действующими в силовой плоскости $P-P$ (от англ. *Power* – сила, мощь, энергия), и, используя Уравнения равновесия, находим их (рис. 2, б):

$$\begin{aligned} \sum X = 0; \quad N = 0; \quad \sum M_x = 0; \quad T = 0; \\ \sum Y = 0; \quad Q_y = F \cdot \cos \alpha; \quad \sum M_y = 0; \quad M_y = F \cdot x \cdot \sin \alpha = M \cdot \sin \alpha; \\ \sum Z = 0; \quad Q_z = F \cdot \sin \alpha; \quad \sum M_z = 0; \quad M_z = F \cdot x \cdot \cos \alpha = M \cdot \cos \alpha. \end{aligned}$$

В общем случае косоуго изгиба (как и в рассмотренном частном) в поперечных сечениях возникают *четыре* внутренних усилия: две поперечные силы Q_y, Q_z и два изгибающих момента M_y, M_z . Влиянием поперечных сил на прочность и жесткость при расчете на изгиб длинных ($l/h > 5$) балок часто пренебрегают ввиду их малости. Кроме того, в точках сечения, где действуют максимальные нормальные напряжения σ (чаще всего угловых) касательные напряжения τ равны нулю (см. раздел «Плоский поперечный изгиб»). В дальнейшем будем учитывать только изгибающие моменты.

1.2.1. Напряжения при косом изгибе

От каждого из внутренних усилий M_z и M_y возникают нормальные напряжения, приложенные к *одной* паре площадок (рис. 3, б). Две другие пары площадок свободны от напряжений. Имеет место **линейное напряженное состояние**. Нормальные напряжения в произвольной точке с координатами z, y определяют алгебраической суммой напряжений от моментов M_z, M_y :

$$\sigma = \pm \sigma' \pm \sigma'' = \pm \frac{M_z \cdot y}{I_z} \pm \frac{M_y \cdot z}{I_y}. \quad (1)$$

Из рисунка следует, что опасными являются точки, в которых складываются напряжения с *одним* знаком, то есть точки A и C . Выберем точку A , расположенную в I квадранте ($z_A > 0, y_A > 0$), где внутренние усилия положительны ($M_z > 0, M_y > 0$)

$$\sigma = \frac{M \cdot y}{I_z} \cos \alpha + \frac{M \cdot z}{I_y} \sin \alpha, \quad (2)$$

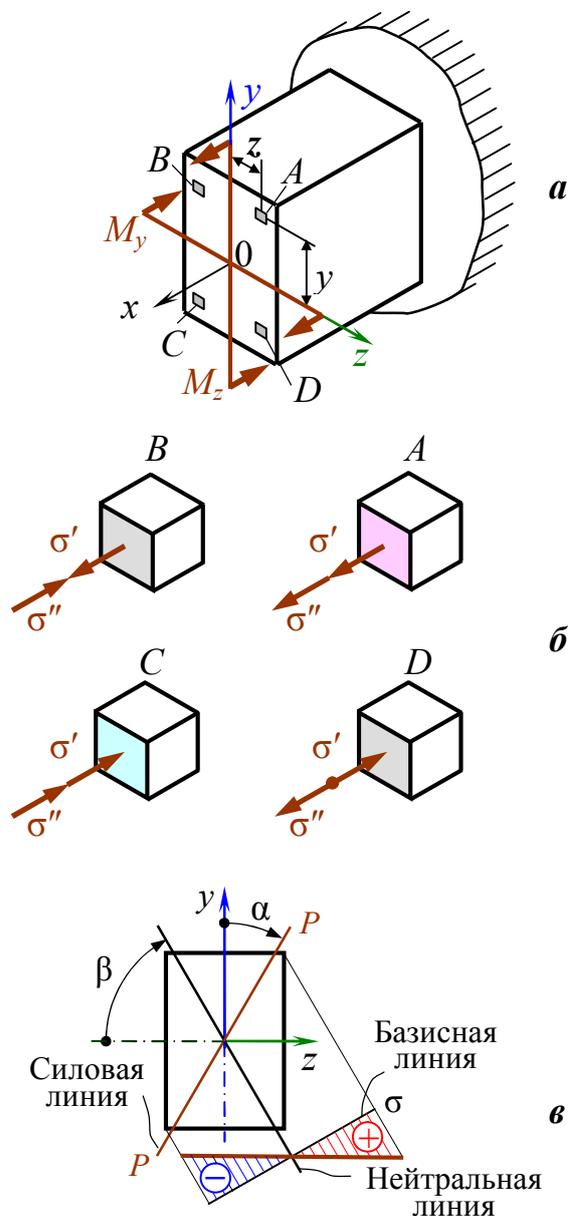


Рис. 3

$$\text{или } \sigma = M \left(\frac{y \cdot \cos \alpha}{I_z} + \frac{z \cdot \sin \alpha}{I_y} \right). \quad (3)$$

Пример. Для схемы нагружения, аналогичной рис. 2, а установить вклад каждого из слагаемых формулы (2) в общее напряжение при изменении положения силовой плоскости в диапазоне $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$.

Исходные данные: стальной брус длиной $\ell = 500$ мм, сечением прямоугольной формы $b \times h = 10 \times 20$ мм одним концом защемлен, а на другом конце нагружен силой $F = 10$ Н.

Решение. Подготовив промежуточные данные:

$$M = F \cdot \ell = 10 \cdot 500 = 5000 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

$$I_z = bh^3/12 = 10 \cdot 20^3/12 = 6667 \text{ мм}^4;$$

$$I_y = b^3h/12 = 10^3 \cdot 20/12 = 1667 \text{ мм}^4,$$

воспользовались программным продуктом *Microsoft Excel* и рассчитали напряжения для точки с координатами $z_{\max} = b/2$ и $y_{\max} = h/2$ (рис. 4).

Зависимость напряжения в угловой точке поперечного сечения от положения силовой плоскости при отношении сторон прямоугольника $h/b = 2$

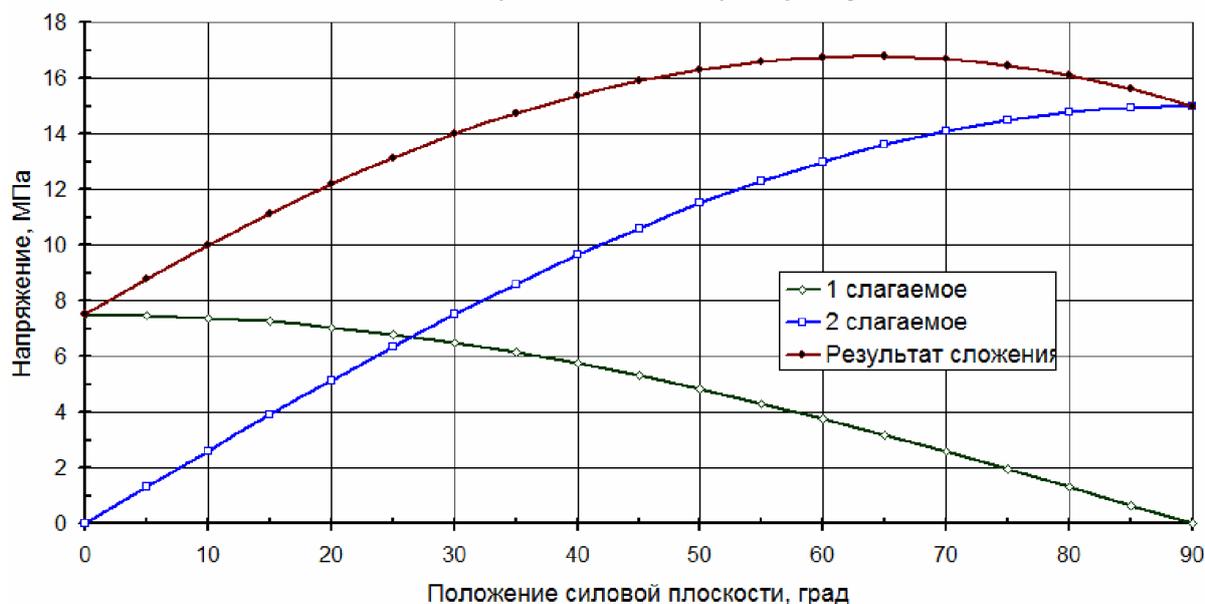


Рис. 4

Анализ графика, представленного на рис. 4.

1. При двух положениях силовой плоскости: $\alpha = 0$ и $\alpha = 90^\circ$ имеют место плоские изгибы относительно оси z и оси y соответственно.

2. Первое слагаемое, связанное с косинусом угла, уменьшается; второе слагаемое, зависящее от синуса угла – увеличивается. В целом, напряжение в выбранной точке при косом изгибе увеличивается и при некотором значении угла достигает **экстремума** – максимума, превышая напряжение при плоском изгибе ($\alpha = 0$) в 2,24 раза. **Вывод: косой изгиб опаснее плоского.**

1.2.2. Нейтральная линия при косом изгибе

В уравнениях (2) и (3), связывающих напряжение в произвольной точке с ее координатами, *переменными* являются координаты y, z . Поскольку они в *первой степени*, то, следовательно, напряжения распределяются по *линейному* закону и должна быть линия, на которой напряжения равны нулю.

Нейтральная линия (нейтральная ось) – геометрическое место точек сечения, в которых нормальные напряжения равны нулю.

Приравняем нулю правую часть уравнения (3), состоящего из двух сомножителей

$$0 = M \left(\frac{y \cdot \cos \alpha}{I_z} + \frac{z \cdot \sin \alpha}{I_y} \right).$$

Поскольку $M \neq 0$, то уравнением нейтральной линии является выражение $y \cdot \cos \alpha / I_z + z \cdot \sin \alpha / I_y = 0$. Преобразуем его к виду, известному из школьного курса, *уравнению прямой* с угловым коэффициентом k и свободным членом b : $y = k \cdot z + b$. Получено *уравнение нейтральной линии*

$$y = \left(-\frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \alpha \right) \cdot z \quad (4)$$

где собственно угловой коэффициент наклона линии вычисляют

$$k = -\frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \beta. \quad (5)$$

Анализ уравнений (4) и (5)

1. Свободный член уравнения (4) равен нулю, следовательно, прямая проходит **через начало координат** (см. рис. 3, в). Нейтральная линия разделяет сечение на **сжатую** и **растянутую** области. Максимальные по величине напряжения находятся в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии.

2. Суммарное нормальное напряжение (формула (2)) может равняться нулю только в тех четвертях сечения, где составляющие напряжения имеют разные знаки. Следовательно, **силовая плоскость и нейтральная линия проходят через разные четверти**. Углы α и β откладываются в одном направлении, но от разноименных осей (см. рис. 3, в).

3. Углы $\alpha \neq \beta$, следовательно, **силовая плоскость $P-P$ и нейтральная линия не перпендикулярны** (см. рис. 3, в).

Определение положения нейтральной линии предшествует расчету на прочность.

1.2.3. Расчет на прочность при косом изгибе

Поскольку напряженное состояние линейное (см. рис. 3, б), результаты расчета по любой из гипотез прочности совпадают. Максимальные напряжения возникают в точках, наиболее удаленных от нейтральной линии. Их положение определяют графически после построения нейтральной линии (см. рис. 3, в). Для сечений, имеющих две оси симметрии (прямоугольник, двутавр, ...), обычно это z_{\max} , y_{\max} . С учетом того, что $W_z = I_z / y_{\max}$ и $W_y = I_y / z_{\max}$ из уравнения (3) вытекает *условие прочности при косом изгибе*:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_z} \left(\cos \alpha + \frac{W_z}{W_y} \sin \alpha \right) \leq [\sigma], \quad (5)$$

то есть такое же как при плоском изгибе, но с множителем в скобках бóльшим единицы, что следует из анализа графика, представленного на рис. 4. Здесь M_{\max} – значение изгибающего момента в опасном сечении; определяется по эпюре моментов.

Для определения опасного положения силовой плоскости следует первую производную выражения (5) приравнять нулю и найти угол, соответствующий экстремуму функции (5)

$$\frac{d\sigma_{\max}}{d\alpha} = \left(-\sin \alpha + \frac{W_z}{W_y} \cos \alpha \right); \quad \frac{d\sigma_{\max}}{d\alpha} = 0; \quad -\sin \alpha + \frac{W_z}{W_y} \cos \alpha = 0,$$

откуда $\operatorname{tg} \alpha = \frac{W_z}{W_y}$. Если сечение прямоугольное и отношение сторон $\frac{h}{b} = 2$,

как в рассмотренном примере (п. 1.2.1), то $\operatorname{tg} \alpha = \frac{W_z}{W_y} = \frac{bh^2}{6} \frac{6}{hb^2} = \frac{h}{b} = 2$, а

угол $\alpha = \operatorname{arctg} 2 = 63,43^\circ$, что соответствует экстремуму функции на графике рис. 4. Для квадратного сечения ($b = h$, $\operatorname{tg} \alpha = 1$) максимальные напряжения имеют место при отклонении силовой плоскости на 45° , а экстремальные напряжения при косом изгибе превышают напряжения при плоском изгибе в $\sqrt{2}$ раз.

Выполняют три вида расчетов: поверочный, проектный и определение допускаемой нагрузки.

1.2.4. Деформация балок при косом изгибе

Предварительно найдем **прогиб балки** при плоском изгибе применительно к лабораторному оборудованию, когда каретка с грузом F может устанавливаться на произвольном расстоянии ℓ от заземления (рис. 5). Воспользуемся методом начальных параметров (применяют и другие методы, например, интеграл Максвелла-Мора), составим универсальное уравнение упругой линии и рассчитаем величину прогиба на конце консоли, в точке C , где установлены измерительные приборы – индикаторы часового типа (*максимальное значение перемещения сечения называют стрелой прогиба*).

Находим опорные реакции

$$\sum Y = 0; \quad R_B - F = 0; \quad \Rightarrow \quad R_B = F.$$

$$\sum M_B = 0; \quad M_B - F \cdot \ell = 0; \quad \Rightarrow \quad M_B = F \cdot \ell.$$

Начало координат выбираем на левом конце балки (в точке B), то есть используем правую систему координат. В заземлении (при $x = 0$) как угол поворота сечения, так и прогиб, равны нулю, то есть $\varphi_0 = 0$, $v_0 = 0$. Исходя из этого уравнение упругой линии, записанное применительно к заданной схеме нагружения, имеет вид:

$$v = \frac{1}{EI} \left[\frac{-M_B(x-0)^2}{1 \cdot 2} + \frac{R_B(x-0)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{-F(x-\ell)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right].$$

Подставляем координату интересующего нас сечения C : $x = L$.

$$v_C = \frac{1}{EI} \left[\frac{-M_B(L)^2}{1 \cdot 2} + \frac{R_B(L)^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{F(x-\ell)^2}{1 \cdot 2 \cdot 3} \right] = \frac{1}{EI} \left[\frac{-F\ell \cdot L^2}{2} + \frac{F \cdot L^3}{6} - \frac{F(x-\ell)^3}{6} \right].$$

Окончательно имеем

$$v_C = \frac{F\ell^3}{6EI} \left(1 - 3\frac{L}{\ell} \right). \quad (6)$$

В частном случае приложения силы F на консоли, то есть при $\ell = L$, имеем

$$v_C = -\frac{F\ell^3}{3EI}. \quad (7)$$

Выводы. Полученный в ответе (формулы (6) и (7)) знак $(-)$ указывают на то, что направление перемещения не совпадает с принятым правилом знаков (ось v направлена вверх), то есть сечение балки прогибается вниз (рис. 5). В дальнейшем знак $(-)$ будем опускать, полагая, что направление перемещения совпадает с направлением действия силы.

Функция прогиба описана кубической зависимостью, так, что с изменением длины балки, например, вдвое, прогиб изменится в восемь раз.

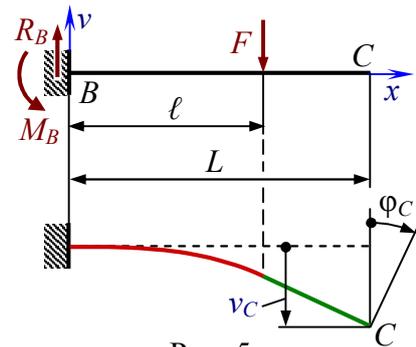
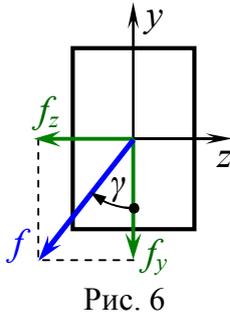


Рис. 5



Перемещение центра тяжести сечения при косом изгибе определяют путем геометрического сложения векторов прогибов в направлениях главных центральных осей инерции (рис. 6)

$$f_y^2 + f_z^2 = f^2. \quad (8)$$

Так, для приведенного выше примера консольной балки (см. рис. 2), нагруженной на конце сосредоточенной силой F , с учетом формулы (7)

$$f_y = \frac{F_z \ell^3}{3EI_z}; \quad f_z = \frac{F_y \ell^3}{3EI_y}.$$

$$f_y = \frac{F \ell^3}{3EI_z} \cos \alpha; \quad f_z = \frac{F \ell^3}{3EI_y} \sin \alpha. \quad (9)$$

Тогда величина полного прогиба будет равна:

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \frac{F \ell^3}{3E} \cdot \sqrt{\frac{\cos^2 \alpha}{I_z^2} + \frac{\sin^2 \alpha}{I_y^2}}, \quad \text{или}$$

$$f = \underbrace{\frac{F \ell^3}{3EI_z}}_I \cdot \underbrace{\sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\frac{I_z}{I_y}\right)^2 \sin^2 \alpha}}_{II}, \quad (10)$$

то есть так же, как и при плоском изгибе (множитель I), но с некоторым коэффициентом (множителем II), зависящим от положения силовой плоскости, определяемым углом α . При $\alpha = 0$ и $\alpha = 90^\circ$ имеют место частные случаи косоугольного изгиба, а именно: плоский изгиб относительно осей z или y .

Применительно к лабораторному оборудованию расчетная формула имеет вид:

$$f = \underbrace{\frac{F \ell^3}{6EI_z} \left(3 \frac{L}{\ell} - 1\right)}_I \cdot \underbrace{\sqrt{\cos^2 \alpha + \left(\frac{I_z}{I_y}\right)^2 \sin^2 \alpha}}_{II}. \quad (11)$$

Для прямоугольного сечения отношение

$$\frac{I_z}{I_y} = \frac{bh^3}{12} \frac{12}{b^3h} = \left(\frac{h}{b}\right)^2.$$

В сечениях, где высота h превышает ширину b ($h > b$) отношение $I_z/I_y > 1$, поэтому множитель II в формулах (10) и (11) больше единицы. Следовательно, **перемещение при косом изгибе больше, чем при плоском.**

Примечание. При установке на опоры двутавра № 60 было допущено отклонение стенки профиля от вертикали всего на 1° . В результате напряжения увеличились на 24 %, а прогиб – на 25% (Беляев Н. М. Сборник задач по сопротивлению материалов, задача 6.53).

Положение плоскости изгиба (направление перемещения центра тяжести сечения) определяют углом γ (см. рис. 6):

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{f_z}{f_y} = \frac{F \ell^3 \sin \alpha}{3EI_y} \frac{3EI_z}{F \ell^3 \cos \alpha} = \frac{I_z \sin \alpha}{I_y \cos \alpha}, \quad \text{или}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{I_z}{I_y} \operatorname{tg} \alpha. \quad (12)$$

Для сечений, где отношение $I_z/I_y > 1$, $\gamma > \alpha$ (рис. 7). Сечение прогибается в сторону меньшей жесткости, то есть в сторону оси с минимальным моментом инерции (бытовое определение: куда легче, туда и гнется). *Перемещение в силовой плоскости*, то есть при равенстве углов $\gamma = \alpha$, возможно лишь при равенстве $I_z = I_y$, что характерно для круглого и кольцевого сечений, а также правильных многогранников: равностороннего треугольника, квадрата, шестигранника и др. В этих случаях силовая плоскость и главные плоскости инерции совпадают, имеет место плоский изгиб. Условие $\gamma = \alpha$ выполняется также при $\alpha = 0$ и $\alpha = 90^\circ$.

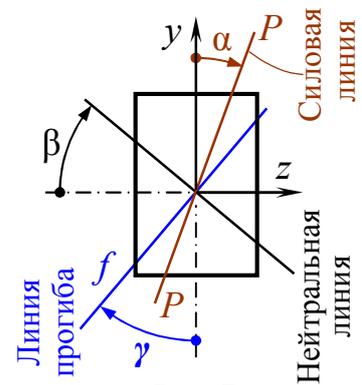


Рис. 7

Из сопоставления формул (5) и (12) следует, что плоскость изгиба и нейтральная плоскость взаимно перпендикулярны ($\operatorname{tg} \gamma = -\operatorname{tg} \beta$) и не совпадают с силовой плоскостью P - P (см. рис. 7).

В изложенных выше положениях в качестве исходных для проецирования внутренних усилий и перемещений, а также отсчета углов выбраны главные центральные плоскости инерции xOy и xOz , расположенные в пространстве соответственно вертикально и горизонтально (см. рис. 2, 3, 6, 7).

Наклон силовой плоскости P - P по отношению к главной xOy задан углом α .

В лабораторной установке (рис. 8, а) брус и главные плоскости инерции наклонены по отношению к силовой плоскости P - P , которая вертикальна, что обусловлено силами гравитации от подвешенного к подвиж-

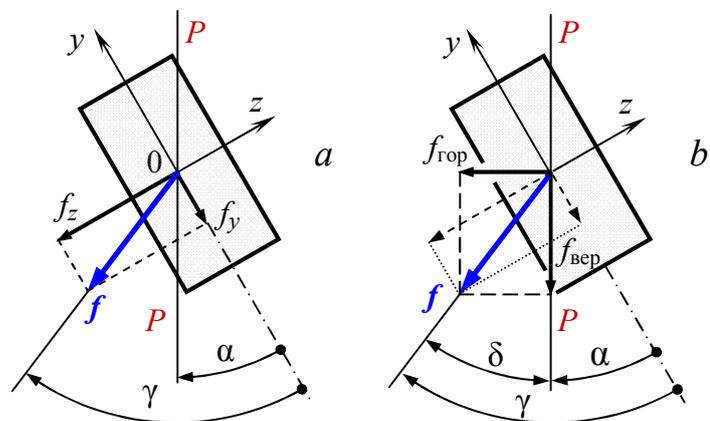


Рис. 8

ной каретке груза F . Полное перемещение f в этом случае раскладывают уже на **другие** составляющие: горизонтальную $f_{гор}$ и вертикальную $f_{вер}$ (рис. 8, б), которые измеряют установленными на лабораторном оборудовании приборами. Угол γ в этом случае определяют суммой

$$\gamma = \alpha + \delta, \quad \text{где } \delta = \arctg \frac{f_{гор}}{f_{вер}}. \quad (13)$$

Каждая из составляющих $f_{гор}$ и $f_{вер}$ являются проекциями полного перемещения

$$\begin{aligned} f_{вер} &= f \cdot \cos \delta, \\ f_{гор} &= f \cdot \sin \delta. \end{aligned} \quad (14)$$

Полное перемещение является геометрической суммой вертикальной и горизонтальной составляющих

$$f_{вер}^2 + f_{гор}^2 = f^2. \quad (15)$$

Формула (15) является ничем иным, как уравнением окружности вида $x^2 + y^2 = r^2$ (см. раздел "Аналитическая геометрия" в курсе математики) при параметрическом задании переменных вида

$$x = x_0 + r \cdot \cos t, \quad y = y_0 + r \cdot \sin t.$$

В упомянутых формулах из курса математики x_0 и y_0 – координаты центра окружности; r – радиус окружности.

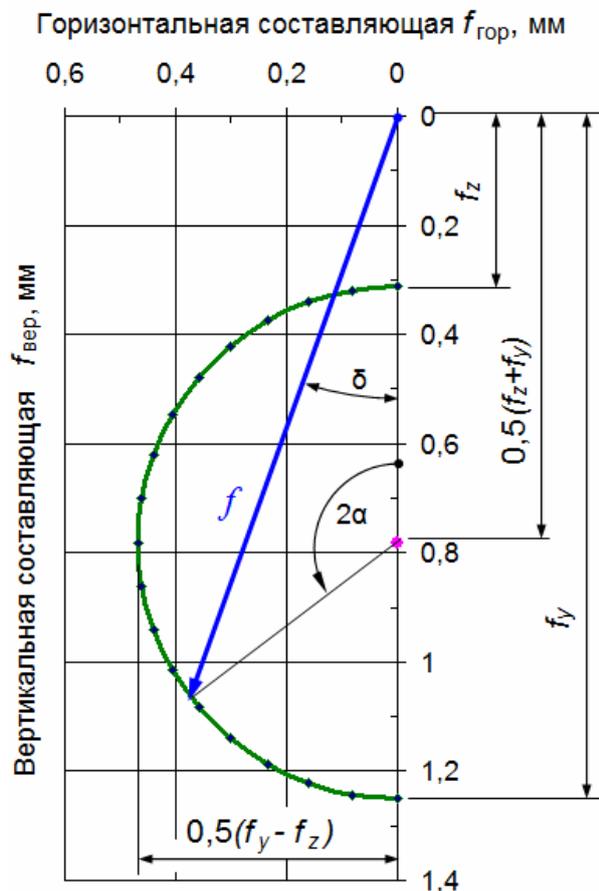


Рис. 9

Круг деформаций удобно строить с использованием *Microsoft Excel*. Задавая диапазон изменения угла $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$, находим соответствующее значение угла γ (12), а затем и угла $\delta = \gamma - \alpha$. Вычисляем полное перемещение (10), находим его составляющие (14) и в системе координат $f_{гор} - f_{вер}$ строим круг деформаций (рис. 9). Здесь использованы данные примера, представленного в п. 1.2.1. При произвольном положении каретки с грузом следует использовать формулу (11). В данном случае одна из координат центра круга равна нулю, а другая – полусумме прогибов относительно главных осей инерции.

Радиус круга равен полуразности тех же прогибов.

2. Оборудование, приборы

Внешний вид установки изображен на обложке методических указаний. Расчетная схема представлена на рис. 5.

Размеры образца	
Длина	$L = 500$ мм
Ширина	$b = 7$ мм
Высота	$h = 32$ мм
Материал образца: сталь	
Модуль упругости	$E = 200$ ГПа

На образце установлена каретка с прикрепленным к ней гиревым подвесом. Положение каретки на расстоянии ℓ от защемления устанавливается студентом по заданию преподавателя. Силовая плоскость вертикальна, что обусловлено силой тяжести гири, установленной на гиревом подвесе. Изменение положения главных плоскостей инерции, осуществляется поворотом балки вокруг ее оси на угол α , который отсчитывается по шкале вблизи места защемления. Горизонтальную и вертикальную составляющие перемещения свободного конца балки (точки C на рис. 5) измеряют двумя индикаторами часового типа с ценой деления 0,01 мм.

3. Экспериментальная часть

3.1. Аналитический расчет

1. Вычислить моменты инерции поперечного сечения бруса, найти их отношение (см. примеры на с. 5 и 10).
2. Вычислить отдельно сомножитель I , соответствующий плоскому изгибу относительно оси z , и сомножитель II формулы (11), показывающий во сколько раз деформация косоугольного изгиба превышает деформацию плоского изгиба.
3. Найти расчетные значения перемещений при плоском и косом изгибах.
4. Найти положение плоскости прогиба по формуле (12).

3.2. Порядок проведения эксперимента

1. Установить балку в положение, при котором главная плоскость инерции xOy совпадает с силовой плоскостью (она вертикальна). При этом стрелка указателя установится на нулевом делении шкалы.

2. Установить каретку с гиревым подвесом на расстоянии ℓ согласно заданию. Записать в таблицу протокола испытаний текущие показания индикаторов горизонтального и вертикального перемещений.
3. Осторожно, не вызывая колебаний балки, положить на гиревой подвес груз. Записать в таблицу протокола испытаний текущие показания индикаторов горизонтального и вертикального перемещений.
4. Снять груз с гиревого подвеса. Установить балку в положение, при котором главная плоскость инерции xOy отклоняется от силовой плоскости на заданный угол α .
5. Осторожно положить на гиревой подвес груз. Записать в таблицу протокола испытаний текущие показания индикаторов горизонтального и вертикального перемещений. Снять груз.

3.3. Обработка экспериментальных данных

1. Вычислив перемещения $f_{\text{гор}}$ и $f_{\text{вер}}$, найти направление прогиба (угол δ), отсчитываемого от силовой плоскости $P-P$, а затем от главной плоскости инерции xOy (угол γ) по формулам (13).
2. Сопоставить величины и направления прогибов балки, найденные аналитическим расчетом и экспериментальной проверкой, вычислив расхождения в процентах.
3. Сделать вывод согласно поставленной цели работы.

4. Вопросы для самопроверки

1. Какие виды сопротивления называют простыми и сложным? Приведите примеры.
2. Дайте определение косому изгибу.
3. Перечислите внутренние усилия, возникающие в общем случае косоугольного изгиба. Какие из них учитывают в практических расчетах, а какими пренебрегают?
4. Какое напряженное состояние возникает в произвольной точке поперечного сечения в случае косоугольного изгиба?
5. Какой принцип используют при выводе формулы для определения напряжений в произвольной точке поперечного сечения при косоугольном изгибе?
6. Что представляют собой компоненты, составляющие формулу напряжений при косоугольном изгибе?

7. Какие из множества точек поперечного сечения считают опасными?
8. Напишите формулу для определения напряжений в произвольной точке поперечного сечения. Какие параметры в этом уравнении являются переменными? Каков закон распределения напряжений в поперечном сечении бруса?
9. Дайте определение термину «нейтральная линия (ось)»? Каков принцип вывода уравнения нейтральной линии?
10. Напишите уравнение нейтральной линии. Какую математическую функцию отражает это уравнение? Как используют нейтральную линию (для чего необходимо знать ее расположение)?
11. Как определить положение опасных точек в сечении балки, испытывающей кривой изгиб? Каково их положение для стержня прямоугольного сечения.
12. Каково соотношение между наклонами силовой и нейтральной линиями? От каких параметров зависит наклон нейтральной линии?
13. При каких условиях общий случай изгиба – кривой изгиб становится частным случаем – плоским изгибом? Приведите примеры сечений, которые при любом положении силовой плоскости будут испытывать плоский изгиб.
14. Запишите условие прочности при кривом изгибе. Какой из видов изгиба более опасен, плоский или кривой?
15. Как определить величину угла в балке прямоугольного сечения, при котором нормальные напряжения достигают максимума?
16. Какое положение занимает плоскость изгиба при кривом изгибе?
17. В какую сторону (большей или меньшей жесткости) прогибается сечение в случае кривого изгиба? Ответ поясните, пользуясь соответствующей формулой.
18. Какое положение занимает плоскость изгиба, если след плоскости действия сил совпадает с диагональю прямоугольного поперечного сечения балки?
19. Какое положение занимает плоскость изгиба, если след плоскости действия сил совпадает с диагональю квадратного поперечного сечения балки? Как изменится ответ для иного положения силовой плоскости относительно сторон квадрата?
20. Может ли балка круглого поперечного сечения испытывать деформацию кривого изгиба? Объясните ответ.

21. Для испытываемой балки найдите отношение f_z/f_y при $\alpha = 45^\circ$.
22. При каких условиях направление перемещения всегда совпадает с направлением действия внешней силы?

6. Правила техники безопасности

1. Разрешено работать на установке только одному экспериментатору.
2. Необходимо соблюдать осторожность при подъеме груза и установке его на гиревой повес, случайное падение груза может привести к травме.
3. Запрещено класть грузы на столы, стулья, установку и другие места, не предусмотренные для этого. Место хранения грузов – на станине лабораторной установки.

7. Список рекомендуемой литературы

1. *Александров, А. В.* Сопротивление материалов : учеб. для вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов, Б. П. Державин. – М.: Высш. шк., 2003. – 560 с.
2. *Подскребко, М. Д.* Сопротивление материалов : учеб. / М. Д. Подскребко. – Минск : Выш. шк., 2007. – 797 с.
3. Сопротивление материалов: учеб. пособие. – Н. А. Костенко [и др.] – М.: Высш. шк., 2004. – 430 с.

Учебное издание

ДЕФОРМАЦИЯ БАЛОК ПРИ КОСОМ ИЗГИБЕ

Методические указания к лабораторной работе

Темплан 2015 г. Поз. № 143. Подписано в печать 03.04. 2015 г.
Формат 60×84 1/16. Гарнитура Times New Roman. Бумага газетная.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,93.

Уч.-изд. л. 1,1. Тираж 30 экз. Заказ . Бесплатно.

Волгоградский государственный технический университет.
400005 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 1.

Отпечатано в типографии ИУНЛ
Волгоградского государственного технического университета
400005 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 7