Федеральное агентство по образованию
Волгоградский государственный технический университет

Кафедра "Сопротивление материалов"

ИССЛЕДОВАНИЕ СОВМЕСТНОГО ДЕЙСТВИЯ КРУЧЕНИЯ И ИЗГИБА

Методические указания к лабораторной работе

РПК
"Политехник"
Волгоград
2005

УДК 539.3

Исследование совместного действия кручения и изгиба: метод. указ. к лабораторной работе/сост. В. П. Багмутов, В. Я. Митин. – ВолгГТУ, Волгоград, 2005. – 18 с.

Описана методика расчета напряжений в опасных точках поперечного сечения круглого вала при совместном действии кручения и изгиба и приводятся рекомендации по экспериментальной проверке теоретических формул.

В исследовательской части работы анализируется зависимость величины погрешности при экспериментальном определении напряжений от несоответствия расположения тензодатчиков расчетной схеме, ошибок при определении геометрических размеров испытательной установки и других факторов.

Приводятся списки учебной литературы, а также вопросы контроля знаний студентов и правила техники безопасности.

Ил. 6 Табл. 6. Библиогр : 3 назв.

Рецензент В. И. Водопьянов

Печатается по решению редакционно-издательского совета Волгоградского государственного технического университета

Составили: Вячеслав Петрович Багмутов
Виктор Яковлевич Митин

Исследование совместного действия кручения и изгиба
Методические указания к лабораторной работе

Темплан 2005 г., поз. № 139
Подписано в печать 28 02 2005.
Бумага газетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 1,16.
Тираж 300 экз. Заказ № 102 Бесплатно.

Волгоградский государственный технический университет
400131 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28.

РПК "Политехник" Волгоградского государственного технического университета
400131 Волгоград, ул. Советская, 35.

1. Цель работы

В выделенной точке трубы, находящейся в условиях совместного действия кручения и изгиба, установить вид напряженного состояния, определить величину главных нормальных напряжений и провести экспериментальную проверку найденных значений.

2. Содержание работы

Методические указания состоят из двух частей. Первая – учебная лабораторная работа, в которой рассмотрены основные положения одного из разделов сложного сопротивления. Вторая часть - исследовательская, где на уровне УИРС проводится анализ причин возможных несоответствий между теоретическими и экспериментальными результатами

3. Учебная лабораторная работа

3.1 Теоретическая часть

3.1.1. Преобладающее большинство элементов конструкций и деталей машин в процессе работы подвергается воздействию различных сил, которые вызывают одновременное появление нескольких видов простых деформаций, сочетание которых и приводит к сложному сопротивлению. Одним из таких видов сложного сопротивления является совместное действие кручения и изгиба в валах круглого (наиболее распространенных) и некруглого (встречаются значительно реже) поперечных сечений.

3.1.2. Внутренние усилия, возникающие в поперечных сечениях вала при совместном действии кручения и изгиба, определяются методом мысленных сечений. На рис. 1 показан конструктивный элемент, в форме вала круглого поперечного сечения, жестко закрепленный с одной стороны. Вал в концевом сечении нагружен силой ***F***, которая отстоит от центра его тяжести на расстояние "***a***". Равновесие отсеченной части стержня в произвольном сечении "***x***" (рис. 1) будет обеспечено, если влияние отброшенной части заменить действием внутренних усилий, величину которых можно определить, используя уравнения равновесия:

$$\sum X = 0: \quad N = 0; \qquad \sum M_X = 0: \quad T = F \cdot a;$$
$$\sum Y = 0: \quad Q_Y = F; \qquad \sum M_Y = 0: \quad M(X) = 0;$$
$$\sum Z = 0: \quad Q_Z = 0; \qquad \sum M_Z = 0: \quad M(X) = F \cdot X$$

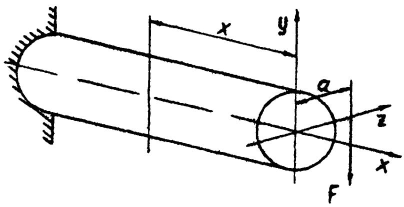

Рис. 1

Таким образом, внутренние усилия для рассматриваемой расчетной схемы, сводятся к крутящему моменту T, изгибающему моменту M_z и поперечной силе Q_y, что приводит к совместному действию кручения и изгиба. С точки зрения прочности наиболее неблагоприятное сочетание внутренних усилий в данной работе возникает в месте жесткого закрепления трубы (опасное сечение), в чем легко убедиться, если построить эпюры всех внутренних усилий (предлагается студенту сделать самостоятельно).

Положение опасной точки в этом сечении можно установить, если провести анализ распределения напряжений в поперечном сечении вала.

3.1.3. *Напряжения.* Изгибающий момент вызывает в поперечном сечении появление нормальных напряжений, величину которых для любой точки можно определить следующим образом:

$$\sigma_x = \frac{M_z \cdot y}{J_{oc}}, \tag{1}$$

где y – текущая координата в поперечном сечении,

J_{oc} – осевой момент инерции; для трубчатого сечения

$$J_{oc} = \frac{\pi D^4}{64} \cdot \left(1 - \alpha^4\right),$$

в котором D - наружный диаметр, d - внутренний диаметр,

$\alpha = \dfrac{d}{D}$ – коэффициент пустотелости.

От крутящего момента возникают касательные напряжения, величину которых можно рассчитать по формуле

$$\tau_k = \frac{T \cdot p}{J_p}, \qquad (2)$$

где p - радиус точки, в которой определяются напряжения,

J_p - полярный момент инерции: для круглого сечения $J_p = 2J_{oc}$.

Поперечная сила вызывает появление касательных напряжений от изгиба, которые определяются по формуле Журавского

$$\tau_u = \frac{Q \cdot S_z^{отс}}{J_{oc} \cdot b} \qquad (3)$$

Здесь $S_z^{отс}$ – статический момент отсеченной площади фигуры по одну сторону от рассматриваемой точки, $b = b\ (y)$ – ширина поперечного сечения в рассматриваемой точке.

На рис. 2. а показано распределение нормальных и касательных напряжений в поперечном сечении круглого вала, рассмотренных выше.

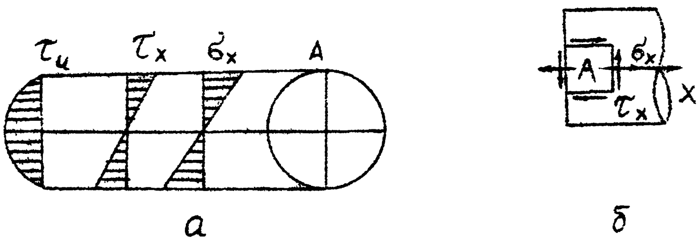

Рис. 2

Видно, что наиболее нагруженной (опасной) является точка A, где одновременно действуют наибольшие нормальные от изгиба и наибольшие касательные напряжения от кручения. На рис. 2. б показаны напряжения, действующие по граням элемента, выделенного в окрестности опасной точки сечения.

С помощью круга Мора установим величину и направление главных нормальных напряжений, возникающее в опасной точке A.

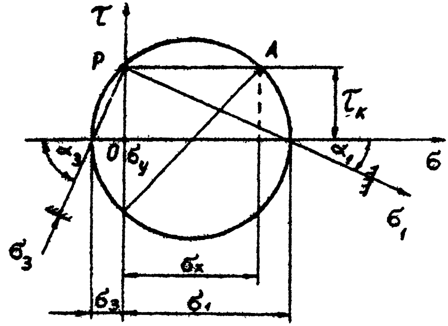

Рис. 3

Из рис. 3 видно, что это будут первое σ_1 и третье σ_3 главные нормальные напряжения; аналитическое решение этой задачи приводит к следующей формуле для вычисления их величины:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{4} + \tau_k^2}, \tag{4}$$

Для проверки прочности элемента в опасной точке (если возникает такая необходимость) – надо определить расчетные (эквивалентные) напряжения $\sigma_{экв}$ по одной из теорий прочности (например, $\sigma_{экв\,III}$ – по теории максимальных касательных напряжений), которые затем сравнивают с допускаемыми напряжениями σ_{adm}.

$$\sigma_{эквIII} = \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_k^2} = \sigma_1 - \sigma_3 \le \sigma_{adm}. \tag{5}$$

Величину допускаемого напряжения можно определить по формуле

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_T}{K_T}, \tag{6}$$

где $K_т$ - коэффициент запаса прочности, $\sigma_т$ – предел текучести.

3.2 Оборудование, приборы и испытуемый образец

3.2.1. Элемент конструкции, напряжение в котором требуется определить, представляет собой жестко закрепленную одним концом тонкостенную трубу. На рис. 4 показан внешний вид установки, позволяющей проводить нагружение трубы 1 силами F_1 и F_2 посредством приложения грузов 2, устанавливаемых на поддонах 3.

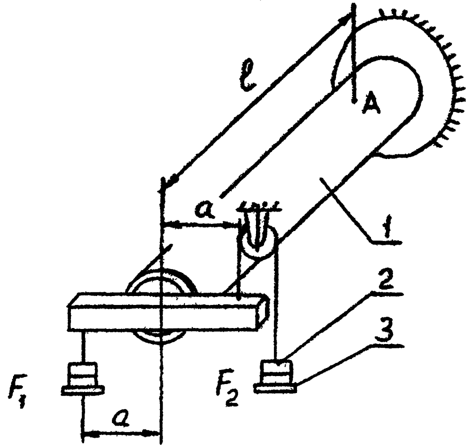

Рис. 4

Размеры поперечного сечения, места наклейки тензометрических датчиков и координаты приложения сил приведены в таблице непосредственно на установке. Измерение деформаций проводится с помощью прибора ИДЦ-1, имеющего разрешающую способность 10 ЕОД. Материал испытуемой трубы, ее размеры и величины прикладываемых сил (рекомендуются преподавателем индивидуально) необходимо занести в табл. 1.

Основные данные рассчитываемого элемента

Таблица 1

Материал трубы	**Марка**	
	E, МПа	
	σ_T, **МПа**	
Размеры сечения	**d, м**	
	D, м	
Длины участков	**a, м**	
	ℓ, **м**	
Геометрические характеристики поперечного сечения	W_{oc}, $м^3$	
	W_p, $м^3$	
Величины сил	F_1, **Н**	
	F_2, **Н**	

3.2.2. Экспериментальное определение деформаций и напряжений методом тензометрии играет исключительно важную роль в инженерном деле. Этот метод используется как при определении констант упругости (мы уже встречались с этим ранее в первом семестре), так и для проверки различных теоретических построений и решений, применительно к моделям или реальным опытным объектам.

Изложим основной метод, наиболее широко применяемый на практике – метод тензометрии. Он состоит в измерении малых деформаций в отдельных точках детали или модели и последующем переходе от них к напряжениям с использованием обобщенного закона Гука для изотропного тела. В случае плоского напряженного состояния, как в данном исследовании, когда $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_3 \neq 0$, $\sigma_2 = 0$. Закон Гука в обратной форме выглядит так:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu \cdot \varepsilon_3)$$

$$\sigma_3 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_3 + \mu \cdot \varepsilon_1) \qquad (7)$$

(Студенту предлагается самостоятельно вывести формулы (7)).

При измерении деформации могут встретиться следующие характерные случаи.

3.2.2.1. Заведомо известно, что в данной точке в известном направлении имеет место простое растяжение или сжатие (рис. 5, а). Для определения σ достаточно поставить один тензометр или наклеить один тензодатчик, базу которого длиной S надо расположить в направлении действия σ (рис. 5. а). Определив из опыта $\varepsilon = \Delta S/S$, по закону Гука находят $\sigma = \varepsilon \cdot E$.

3.2.2.2. В данной точке известны только направления главных напряжений σ_1, и σ_2 или σ_1 и σ_3 (рис. 5, б). Для определения значений этих напряжений необходимо поставить два тензометра, или наклеить два тензодатчика, таким образом, чтобы их базы располагались в направлении σ_1 и σ_2 (σ_1 или σ_3). С их помощью находят главные деформации, а затем по (7) и главные напряжения.

3.2.2.3. В данной точке необходимо определить главные напряжения σ_1, и σ_3, и угол α, который образует направление σ_1 с произвольно выбранной осью x (рис. 5; в).

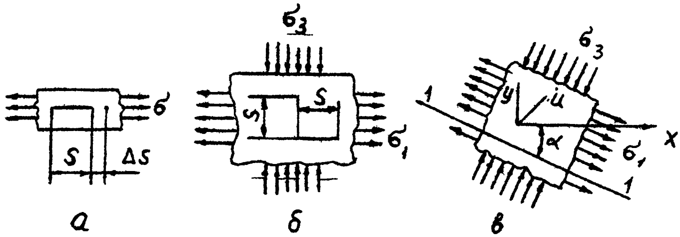

Рис. 5

Для определения трех неизвестных σ_1, σ_3 и α надо получить из опыта значения трех каких-либо деформаций. Обычно в данной точке определяют три линейные относительные деформации: ε_x, ε_y в направлении взаимно перпендикулярных осей x, y и ε_u под углом 45^0 к ним. Для этого три тензодатчика располагают так, как показано на рис. 5, в. Такая установка тензодатчиков называется прямоугольной розеткой. Применяют и другие виды розеток, например, равноугольную, когда углы между тремя базами тензометров одинаковы и равны 120^0.

Выведем расчетные формулы для прямоугольной розетки. Обозначим угол между направлением ε_1 и направлением ε_x через α, тогда углы между направлением ε_1 и направлениями ε_u и ε_y соответственно равны $\alpha+45°$ и $\alpha+90^0$.

Зная, что деформации в произвольном направлении в данной точке определяются через главные деформации так:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1-\varepsilon_3}{2}\cdot\cos 2\alpha, \tag{8}$$

можно записать

$$\begin{cases} \varepsilon_X = \dfrac{\varepsilon_1+\varepsilon_3}{2} + \dfrac{\varepsilon_1-\varepsilon_3}{2}\cdot\cos 2\alpha; \\ \varepsilon_u = \dfrac{\varepsilon_1+\varepsilon_3}{2} + \dfrac{\varepsilon_1-\varepsilon_3}{2}\cdot\cos 2(\alpha+45); \\ \varepsilon_y = \dfrac{\varepsilon_1+\varepsilon_3}{2} + \dfrac{\varepsilon_1-\varepsilon_3}{2}\cdot\cos 2(\alpha+90). \end{cases} \tag{9}$$

Решим эти уравнения относительно ε_1, ε_3 и α помня, что ε_x, ε_y, ε_u известны из опыта. Из первого и третьего уравнений системы (9) имеем:

$$\varepsilon_X+\varepsilon_Y=\varepsilon_1+\varepsilon_3,$$
$$\varepsilon_X-\varepsilon_Y=(\varepsilon_1-\varepsilon_3)\cdot\cos 2\alpha.$$

откуда

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \dfrac{\varepsilon_X+\varepsilon_Y}{2} + \dfrac{\varepsilon_X-\varepsilon_Y}{2\cos 2\alpha}; \\ \varepsilon_3 = \dfrac{\varepsilon_X+\varepsilon_Y}{2} - \dfrac{\varepsilon_X-\varepsilon_Y}{2\cos 2\alpha}. \end{cases} \tag{10}$$

Заменим во втором уравнении системы (9) $\cos 2(\alpha+45°) = -\sin 2\alpha$ и, решив первое и второе уравнения системы (9) относительно $\cos 2\alpha$ и $\sin 2\alpha$, получим

$$tg 2\alpha = -\frac{2\varepsilon_u-(\varepsilon_1+\varepsilon_3)}{2\varepsilon_X-(\varepsilon_1+\varepsilon_3)}$$

или, с учетом $\varepsilon_1+\varepsilon_3=\varepsilon_X+\varepsilon_Y$

$$tg 2\alpha = \frac{\varepsilon_X+\varepsilon_Y-2\varepsilon_u}{\varepsilon_X-\varepsilon_Y}. \tag{11}$$

Формулы (10) и (11) дают возможность на основе относительных деформаций ε_x, ε_y, ε_u найти значения и направления главных деформаций.

Если из (10) исключить **cos2α**, воспользовавшись известным из тригонометрии тождеством

$$\cos 2\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{1+tg^2 2\alpha}},$$

где знаки (+, -) определяются в зависимости от того, в какой четверти находится угол 2α, а $tg2\alpha$ заменить его выражение из (11), то придем к наиболее удобной формуле

$$\varepsilon_{1,3} = \frac{\varepsilon_X + \varepsilon_Y}{2} \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\varepsilon_X - \varepsilon_u)^2 + (\varepsilon_Y - \varepsilon_u)^2}. \qquad (12)$$

Зная ε_1 и ε_3 можно, используя (7), определить главные нормальные напряжения.

3.3 Проведение эксперимента и обработка опытных данных

Включите прибор для измерения деформации – ИДЦ-1 в сеть и дайте ему прогреться в течение 10 минут.

При нагрузках, равных нулю, снимите показание прибора n_i для измерения деформаций в каждом из трех направлений (y, u, x) и занесите их в табл. 2. Установите грузовые поддоны.

Нагрузку прикладывайте статически, чтобы не вызвать случайных перегрузок и колебаний системы.

Запишите в табл. 2 показания прибора после приложения нагрузки для соответствующих направлений и подсчитайте величину приращений Δn_1, для каждого тензодатчика.

Величину относительной деформации в каждом направлении можно определить как $\varepsilon_1 = \Delta n_i \cdot 10$ ЕОД $= \Delta n_i \cdot 10^{-5}$, где ЕОД – единица относительной деформации, равная 10^{-6}. Затем, используя формулу (12), можно подсчитать и главные деформации.

Деформация в опасной точке трубы

Таблица 2

Нагрузка, Н	Показания по шкале тензостанции для датчиков, дел.					
	По оси Y, n_y	Приращение Δn_y,	По оси U, n_u	Приращение Δn_u	По оси X, n_x	Приращение Δn_x
$F_1 = 0$, $F_2 = 0$						
$F_1 =$ $F_2 =$						

3.4. Рекомендации по оформлению отчета

3.4.1. В теоретической части расчета определите положение опасного сечения трубы, для чего постройте эпюры внутренних усилий. Укажите положение опасной точки в этом сечении, нарисуйте элемент, по граням которого действуют напряжения σ и τ, и подсчитайте по известным формулам их величины.

Подсчитайте главные напряжения σ_1 и σ_3 и расчетное $\sigma_{расч}$ напряжение по одной из теорий прочности.

3.4.2. В разделе "Оборудование, приборы и испы уемый образец" приведите расчетную схему и основные данные для расчета. Укажите тип измерительного прибора и параметры датчика омического сопротивления.

Подсчитайте по известным формулам сопротивления материалов необходимые для расчета на прочность геометрические характеристики площади поперечного сечения трубы и занесите их в табл. 1.

3.4.3. Установите необходимую величину допускаемого напряжения σ_{adm}, учитывая механические свойства материала трубы и характер действующих нагрузок.

На основании выполненного теоретического расчета обоснуйте, какое напряженное состояние возникает при совместном действии кручения и изгиба, и сделайте вывод, обеспечивается ли прочность исследуемого элемента при данных нагрузках.

3.4.4. Проведите эксперимент. Результата опытного определения ε_x, ε_Y, ε_u занесите в табл.2 и подсчитайте величины главных деформаций ε_1 и ε_3.

3.4.5. Используя формулы (7), определите главные нормальные напряжения σ_1, σ_3.

3.4.6. Сделайте выводы согласно поставленной цели исследования.

3.5. Правила по технике безопасности

3.5.1. Перед началом работы убедитесь в исправности заземления.

3.5 2. Соблюдайте осторожность при подъеме грузов и установке их на поддон, случайные падения их могут привести к травмам.

3.5.3 Запрещается класть грузы на столы, стулья, установку и другие места, не предусмотренные для этого. Места хранения грузов указаны на рабочем месте.

3.5.4. Без преподавателя работать на установке запрещается.

3.6. Вопросы для самопроверки

1. Какие внутренние усилия возникают в поперечном сечении бруса при изгибе с кручением?

2. Какие напряжения возникают в поперечном сечении бруса при изгибе с кручением? По каким формулам они подсчитываются?

3. Как найти положение опасного сечения бруса при совместном действии изгиба и кручения?

4. Какие точки в поперечном сечении бруса являются опасными при изгибе с кручением?

5. Какое напряженное состояние возникает в точках поперечного сечения бруса при изгибе с кручением?

6. Напишите формулы для определения главных нормальных напряжений и главных относительных деформаций. Запишите обобщенный закон Гука; для какой цели он используется в настоящей лабораторной работе?

7. Для какой цели используются теории прочности в настоящей работе? Каков смысл расчетного напряжения и как оно подсчитывается?

8. Обоснуйте применение трех датчиков омического сопротивления; в какой точке и по каким направлениям они приклеиваются?

9. Можно ли на данной экспериментальной установке получить только: изгиб, чистый изгиб, кручение? Как это осуществить?

10. С помощью кругов напряжений сделайте обоснование вида напряженного состояния, возникающего при кручении с изгибом.

4. Исследовательская часть

4.1. Сравнительный анализ результатов по определению напряжений в исследуемых точках при совместном действии кручения и изгиба с расчетными данными, полученными по теоретическим формулам для тех же точек, показывает обычно наличие расхождений между ними. Естественно, искать причину этих расхождений следует в экспериментальной части, где, на наш взгляд, может быть целый ряд возможных отклонений объекта исследования (экспериментальной остановки) от его расчетной схемы

Рассмотрим основные причины, из-за которых результаты эксперимента не согласуются с теорией расчета.

Первая – из-за неточности наклейки тензометрических датчиков относительно тех координат точек, в которых определяются напряжения, вторая – и самая главная причина, на наш взгляд, состоит в том, что, каждый тензодатчик в соответствующем направлении наклеивается индивидуально. А это, в отличие от использования единой специальной тензометриче кой розетки, может привести к угловой разориентировке тензодатчиков от номинального положения. Третья – из-за несоответствия геометрических размеров испытательной установки исходным расчетным данным и отклонения точек приложения нагрузок от заданного положения на расчетной схеме. Исходя из этого, дальнейшие рассуждения будем проводить, базируясь на расчетной схеме (рис. 6) и тех возможных отклонениях от нее, которые могут иметь место на практике.

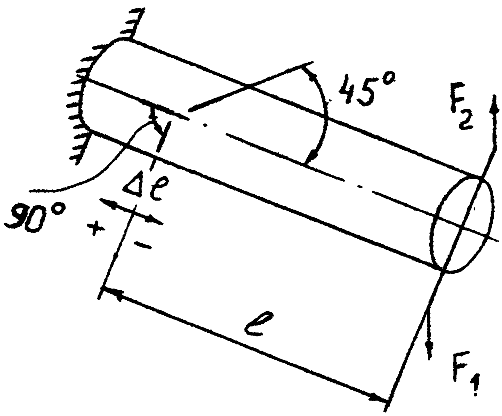

Рис. 6

Рассмотрим ряд характерных ситуаций, приводящих к отклонению результатов эксперимента от расчетных значений напряжений.

4.1.1. Розетка тензодатчиков наклеена с некоторыми отклонениями вдоль оси "x" от расчетных координат, угловая разориентировка датчиков отсутствует. Точки приложения нагрузок отклонений не имеют (рис.6).

Тогда в выражении (1) изменится величина изгибающего момента для расчетной точки A, что может привести к искажению экспериментальных результатов и несовпадению их с расчетными значениями. В этом случае в расчетной формуле (1) необходимо уточнить величину изгибающего момента M, для чего следует ввести корректирующую поправку $\Delta\ell$, смысл которой ясен из рис. 6, т.е.

$$M = (F_1 - F_2)\cdot(\ell \pm \Delta\ell) \qquad (13)$$

где ℓ - расстояние от места приложения нагрузок до точки, в которой определяются напряжения. Предлагается учет полученных отклонений экспериментальных результатов от расчетных величин и оценку погрешностей данного случая выполнить студентам самостоятельно.

4.1.2. Датчики омического сопротивления наклеены с угловой разориентировкой от своего номинального положения. В зависимостях (9). Позволяющих расчетным путем определить деформации по трем направлениям, необходимо ввести угловые поправки $\pm\Delta\beta$, предварительно установив теоретическую величину самого угла α и главных деформаций ε_1 и ε_3 используя обобщенный закон Гука:

$$\begin{cases} \varepsilon_{I} = \dfrac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}\cdot\cos 2(\alpha \pm \Delta\beta_1); \\ \varepsilon_{II} = \dfrac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}\cdot\cos 2(\alpha + 45^0 \pm \Delta\beta_2); \\ \varepsilon_{III} = \dfrac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \dfrac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}\cdot\cos 2(\alpha + 90^0 \pm \Delta\beta_3). \end{cases} \qquad (14)$$

Рассмотрим ряд примеров определения главных нормальных напряжений при совместном действии кручения и изгиба с учетом возможных реальных отклонений мест наклейки тензометрических датчиков от номинальных положений. Для этого, в расчетные зависимости, как и было показано ранее, будем вводить соответствующие корректирующие поправки.

4.1.3. *Пример первый.* Зададимся внешними нагрузками (F_1 =100 Н , F_2 =50 Н), которые наиболее часто используются в экспериментальной части данной работы и подсчитаем, какова должна быть величина нормальных напряжений от изгиба и касательных напряжений от кручения по формулам (1) и (2) ($\Delta\ell = 0$: $\Delta\beta_i = 0$; где i=1, 2, 3)

$$\sigma_X = \frac{M}{W_{oc}} = \frac{50\cdot 0{,}47}{3{,}47\cdot 10^{-6}}\ \frac{(\text{Н}\cdot\text{м})}{\text{м}^3} = 6{,}77\text{МПа}.$$

$$\tau_\text{к} = \frac{T}{W} = \frac{(50+100)\cdot 0{,}3}{6{,}94\cdot 10^{-6}}\ \frac{(\text{Н}\cdot\text{м})}{\text{м}^3} = 6{,}48\text{МПа}.$$

Тогда величина расчетных значений главных нормальных напряжений согласно (4) будет

$$\sigma_{1,3} = \frac{6,77}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{6,77}{2}\right)^2 + 6,48^2} = 3,385 \pm 7,31$$

$$\sigma_1 = 10,7\,\text{МПа}, \qquad \sigma_3 = -3,93\,\text{МПа}.$$

и должна подтверждаться экспериментальными результатами для тех же нагрузок (предполагая, что экспериментальная установка никаких отклонений не имеет, датчики наклеены согласно расчетной схеме).

Установим направления главных напряжений (деформаций) корректировку которых и будем проводить при теоретических расчетах с использованием выражения (14)

$$tg2\alpha_1 = -\frac{2\tau_{\alpha_1}}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta} \qquad (15)$$

где $\tau_\alpha = \tau_к$, $\sigma_\alpha = \sigma_x$, $\sigma_\beta = 0$, а угол α_1, соответствует углу α, показанному на рис. 5 в.

$$tg2\alpha_1 = -\frac{12,96}{6,77} = -1,91$$

$$2\alpha_1 = arctg(-1,91);\ 2\alpha_1 = -62^0;\ \alpha_1 = -31^0.$$

Знак (-) говорит о том. что угол α в построениях круга Мора откладывается по часовой стрелке, а сам угол α_1 указывает направление первого главного напряжения. Направление третьего главного напряжения ортогонально направлению первого главного напряжения (рис. 3):

Величину главных относительных деформаций можно определить, использовав обобщенный закон Гука и ранее рассчитанные величины главных нормальных напряжений:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \frac{1}{7,1\cdot 10^4}[10,7 - 0,35(0 - 3,93)] = 1,7\cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}[\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)] = \frac{1}{7,1\cdot 10^4}[-3,93 - 0,35(0 + 10,07)] = -1,08\cdot 10^{-4}$$

Примечание. В тех случаях, когда величины внешних нагрузок F_1 и F_2 будут отличны от тех, которые используются в данном примере, следует иметь ввиду, что значения σ_1, σ_3, ε_1 и ε_3 будут совершенно другими.

Используя значения ε_1 , и ε_3 , рассчитаем деформации по трем направлениям тензометрической розетки ε_x, ε_y и ε_u, с целью их дальнейшего сопоставления с экспериментальными результатами.

$$\varepsilon_x = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cos 2\alpha = 10^{-4}\left[\frac{1.7 + 1.08}{2} + \frac{1,7 - 1.08}{2}(0,4695)\right] = 0.96 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_u = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cos 2(\alpha + 45^0) = 10^{-4}\left[0,31 + 1,39(-0,8829)\right] = -0,92 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2} + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2} \cos 2(\alpha + 90^0) = 10^{-4}\left[0,31 + 1,39(-0,4625)\right] = -0,34 \cdot 10^{-4}$$

4.1.4 *Пример второй* При тех же исходных данных, что и в первом примере, предположим, что тензодатчик в направлении "*U*", расположенный под углом 45° к двум другим тензодатчикам, наклеен с угловой разориентировкой в пределах $\Delta\beta_2 = \pm 5^0$. Используемое второе уравнение из выражения (14), в которое введена соответствующая корректирующая поправка, и определим возможную погрешность, которая может иметь место в экспериментальной части при определении относительной деформации ε_u и последующем расчете главных деформаций (12) и главных напряжений (7). Результаты этих расчетов приведены в табл. 3 и 4

Таблица 3

Величина главных деформаций		**Отклонение, %**
теоретическая	**с учетом угловой разориентировки датчика "U"**	
$\varepsilon_1 = 1,7 \cdot 10^{-4}$	$\varepsilon_1 = (1,58 \dots 1,78) \cdot 10^{-4}$	7.. 5
$\varepsilon_3 = -1.08 \cdot 10^{-4}$	$\varepsilon_3 = (-0,96 \dots -1.16) \cdot 10^{-4}$	11...7

Таблица 4

Величина главных нормальных напряжений, МПа		**Отклонение, %**
теоретическая	**с учетом угловой разориентировки датчика "U"**	
$\sigma_1 = 10,7$	$\sigma_1 = 11, 12 \dots 10,6$	4 . . . 6
$\sigma_3 = -3,93$	$\sigma_3 = -4,34 \dots -3,3$	10,5 . . . 16

4.1.6. *Пример третий.* Пусть все тензодатчики наклеены с отклонениями от своих номинальных положений в пределах $\Delta\beta = \pm 5^0$. Тогда деформации соответствующих направлений претерпят изменения, интервалы величин которых при расчете по (14) приведены в табл. 5.

Таблица 5

Исследуемые параметры	**Величина относительной деформации х 10^{-4}**		
	Углы разориентировки		
	$+5^0$	0^0	-5^0
ε_x	0,74	0,96	1,17
ε_u	-1,01	-0,92	-0,785
ε_y	-0,12	-0,34	-0,55

Величины главных нормальных напряжений, рассчитанные через главные деформации при различных сочетаниях величин ε_x, ε_u и ε_y, взятых из табл. 5, приводятся в табл. 6.

Таблица 6

Величина главных нормальных напряжений, МПа		**Отклонение, %**
теоретическая	**с учетом угловой разориентировки датчика "U"**	
$\sigma_1 = 10,7$	$\sigma_1 = 7,39...14,5$	-30...+35
$\sigma_3 = -3,93$	$\sigma_3 = -2,98...-5,25$	-24...+34

Полученные результаты свидетельствуют о значительном влиянии неточности наклейки тензодатчиков на величину главных нормальных напряжений. Так как, экспериментальные результаты имеют несоответствие с данными, полученными на основе теории расчета, то следует обратить внимание на экспериментальную установку и, в первую очередь, на расположение тензодатчиков, которые должны обеспечивать надежное измерение деформаций, величина которых, как мы видим очень и очень мала.

В заключении следует сказать, что рассмотренные характерные случаи, очевидно, не могут дать полной картины ситуаций, приводящих к отклонению расчетных значений от экспериментальных данных и при необходимости могут быть дополнены и расширены.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Феодосьев,В. И. Сопротивление материалов.–М.: Наука, 1986. – 512 с.

2. Алексанров, А. В. Сопротивление материалов/ А. В. Александров [и др.].–М.: Высшая школа, 1995.–560 с. (глава 13,§10).

3. Писаренко, Г. С Сопротивление материалов/Г. С. Писаренко[и др.].– Киев: Выща школа.–775 с. (глава 12,§77).