

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**

**ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ**

**Кафедра «Сопротивление материалов»**

**ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК**

**Методические указания к лабораторной работе**

**РГК «Политехник»**

**Волгоград**

**2002**

УДК 539.3

**Исследование статически неопределимых балок: Методические указания к лабораторной работе / Сост. С. Н. Паршев, Н. Ю. Полозенко. – ВолгГТУ, Волгоград. – 2002. – 11 с.**

Описан порядок выполнения лабораторной работы по исследованию статически неопределимых балок.

Предназначены для студентов дневной, вечерней и заочной форм обучения, изучающих курс сопротивления материалов. Могут быть использованы при выполнении соответствующей лабораторной работы по курсу «Сопротивление материалов».

Ил. 2. Табл. 3

Рецензент канд. техн. наук, доц. О.В. Кондратьев

Печатается по решению редакционно-издательского совета Волгоградского государственного технического университета

© **Волгоградский  
государственный  
технический  
университет,  
2002**

**Цель работы.** Экспериментальное определение реакций статически неопределимой балки и проверка справедливости канонических уравнений метода сил

## 1. Теоретическая часть

Вывод канонических уравнений метода сил базируется на условии, что перемещения сечений балки на опорах в направлении действия лишних неизвестных (запрещенного перемещения) равны нулю. Для системы,  $n$  раз статически неопределимой, канонические уравнения записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \delta_{1F} &= 0, \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \delta_{2F} &= 0, \\ &\dots\dots\dots \\ \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \delta_{nF} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь:  $X_i$  — лишние неизвестные;  $\delta_{ij}, \delta_{iF}$  — коэффициенты и свободные члены канонических уравнений метода сил.

Содержание каждого члена канонических уравнений и способы их определения подробно изложены в [1–5].

Для системы один раз статически неопределимой уравнения (1) принимают более простой вид:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{1F} = 0, \quad (2)$$

откуда

$$X_1 = -\frac{\delta_{1F}}{\delta_{11}}. \quad (3)$$

От выбора лишней неизвестной зависит вид раскрепленной схемы, определяющей рациональность (простоту) решения задачи. Для предложенных схем (рис. 2) целесообразно за лишнюю неизвестную принять реакцию опоры  $B$ . Определив ее величину, момент в заделке  $M_A$  находим, составив уравнение статики  $\Sigma M_A = 0$ .

Для вычисления членов  $\delta_{1F}$  и  $\delta_{11}$ , необходимо рассмотреть «раскрепленную» систему отдельно в двух состояниях: грузовом, нагруженную только внеш-

ними силами, и единичном, нагруженную только единичной силой. Нарисуйте эти схемы и определите расчетным путем  $\delta_{1F}$  и  $\delta_{11}$ .

Проверку правильности определения опорной реакции  $R_B$  произведите путем вычислений вертикального перемещения  $u_B$  для эквивалентной схемы с помощью интеграла Максвелла-Мора. В случае правильного вычисления  $R_B$ , вертикальное перемещение  $u_B=0$ .

## 2. Оборудование, приборы и испытуемый образец

Общий вид лабораторной установки для испытания статически неопределимой балки на изгиб показан на рис. 1. Испытуемая балка представляет собой стальную полосу. Нагружение балки производится с помощью грузов  $F_1$  и  $F_2$ . Подвески с поддонами, на которые кладутся грузы, можно перемещать вдоль геометрической оси и устанавливать в требуемом месте в пролете между опорами или на консольной части балки.

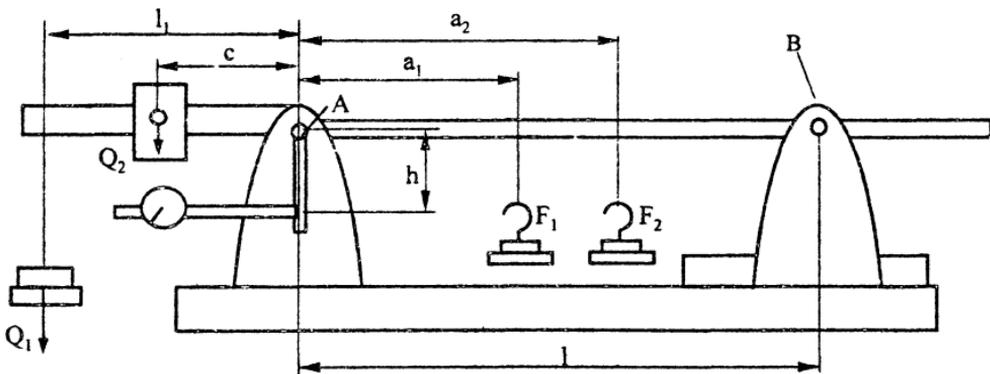


Рис. 1. Схема установки для испытания статически неопределимой балки на изгиб

На лицевой стороне образца нанесена шкала с делениями для удобства определения места приложения нагрузки. Правую шарнирную опору В можно перемещать по направляющей станины, изменяя длину пролета балки в достаточно широких пределах. Левая опора А может, по желанию экспериментатора, выполнять роль как неподвижного шарнира, так и заделки.

Регистрация угла поворота сечения балки на опоре А производится с помощью индикатора часового типа, корпус которого закреплен на станине установки.

С левым концом балки жестко связан рычаг, позволяющий создавать на опоре «А» изгибающий момент  $M_A$ . Требуемая величина момента  $M_A$  устанавливается посредством перемещения  $Q_1$  груза  $Q_2$  по рычагу или, при необходимости, установкой дополнительных грузов на поддоне.

Опора А будет имитировать заделку, если при нагружении балки внешними силами угол поворота сечения на опоре А будет отсутствовать. Следовательно, для определения изгибающего момента в заделке  $M_A$  необходимо выполнить условие:  $\varphi_A = 0$ .

На рис. 2 приведены варианты схем нагружения статически неопределимой балки, один из которых будет Вам предложен для исследования.

Основные данные испытываемой балки согласно полученному индивидуальному заданию рекомендуется занести в табл. 1 протокола лабораторной работы.

Таблица 1

l, м	a <sub>1</sub> , м	a <sub>2</sub> , м	l <sub>1</sub> , м	h, м	F <sub>1</sub> , Н	F <sub>2</sub> , Н

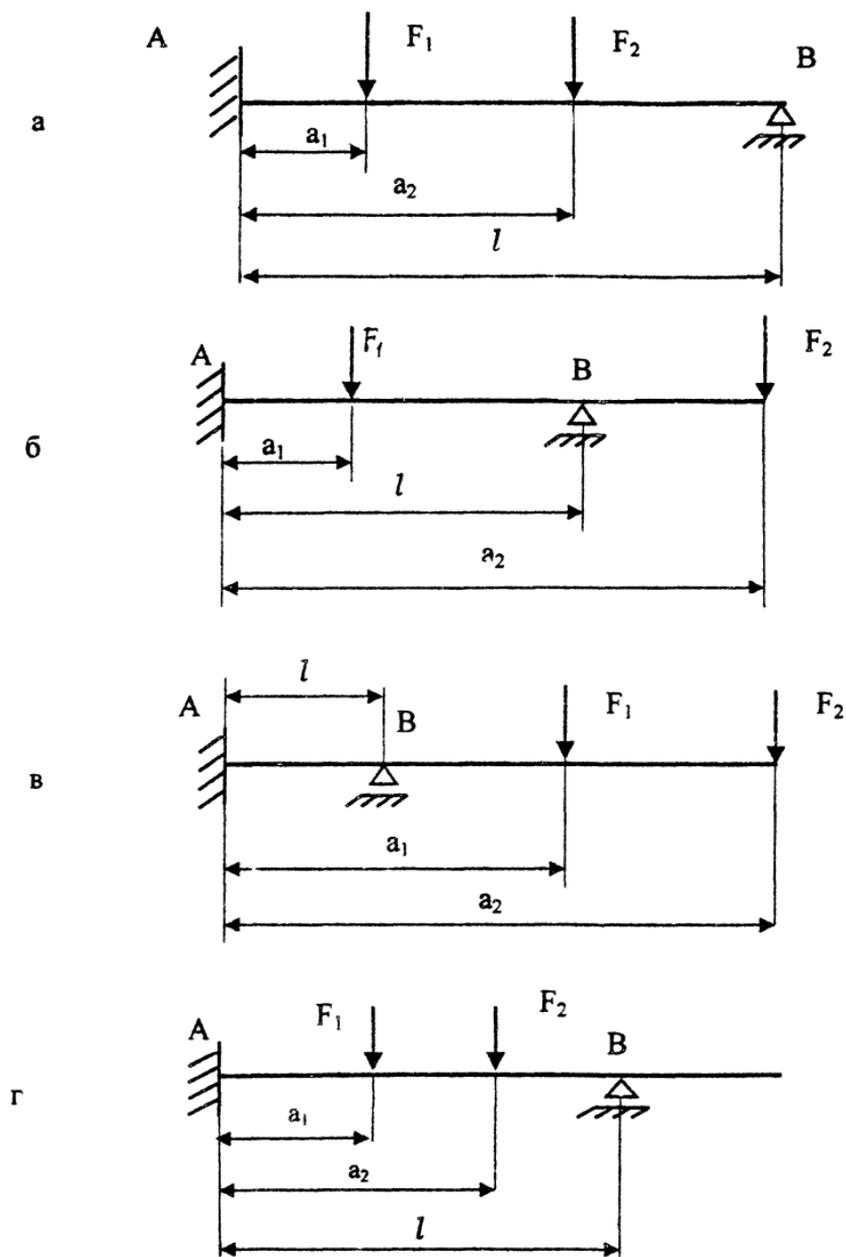


Рис. 2. Схемы нагружения статически неопределимой балки

### 3. Экспериментальная часть

Для определения момента  $M_A$  в заделке рекомендуется следующий порядок проведения эксперимента.

1. Снимите грузы со всех поддонов, а груз  $Q_2$  установите в крайнее правое положение (запишите величину плеча  $c_1$ ). Данное состояние балки принимают за исходное (внешние силы отсутствуют и изгибающий момент в сечении балки на опоре  $A$  равен нулю).
2. Запишите начальное показание индикатора (поворачивая шкалу индикатора, можно установить его показания на «нуль»).
3. Проведите нагружение балки силами  $F_1$  и  $F_2$ .

Переместите груз  $Q_2$  по рычагу  $l_1$  в такое положение, при котором создаваемый им момент на опоре  $A$  давал бы начальное показание индикатора, и определите величину плеча  $c_2$ .

Таблица 2

№ опыта	Нагрузка			Показания индикатора	Плечо $c$ , м	Момент $M_A$ , Н·м
	$F_1$ , Н	$F_2$ , Н	$Q_2$ , Н			
Без нагрузки	0	0	$Q_2$	0	$c_1$	-
С нагрузкой	$F_1$	$F_2$	$Q_2$	x	$c_2$	-
Приращение на ступень	$F_1$	$F_2$	0	0	$c_2 - c_1$	$Q_2(c_2 - c_1)$

Тогда  $M_A = Q_2(c_2 - c_1)$  и будет искомым моментом в заделке. Результаты эксперимента занесите в табл. 2.

4. Экспериментальное и теоретическое значение  $M_A$  занесите в табл. 3 и определите отклонение.

Номер опыта	Момент в заделке $M_A$ , Н м		Отклонение, %
	Опытный	Теоретический	

#### 4. Рекомендации по оформлению отчета

1. Сформулируйте цель исследования.
2. В теоретической части работы приведите расчетную схему статически неопределимой балки, отметьте на схеме принятую вами лишнюю неизвестную. Нарисуйте схемы для определения коэффициентов  $\delta_{1F}$  и  $\delta_{11}$ .
3. В разделе «Оборудование, приборы и испытуемый образец» приведите схему нагружения балки, отражающую основной принцип работы экспериментальной установки. Необходимые данные рассчитываемой балки занесите в таблицу 1. Дайте краткое описание методики проведения эксперимента.
4. Запишите канонические уравнения метода сил и формулы для вычисления  $\delta_{1F}$  и  $\delta_{11}$ , применительно к предложенной Вам схеме. Вычислите  $\delta_{1F}$  и  $\delta_{11}$  с помощью интеграла Максвелла-Мора и по способу Верещагина. Вычислите  $R_B$  и сделайте проверку. Подсчитайте величину изгибающего момента в заделке, используя уравнения статики  $\sum M_A = 0$ .
5. Определите экспериментально величину изгибающего момента в заделке, занесите экспериментальные данные в табл. 2.
6. Сравните результаты эксперимента и расчета, занесите их в табл. 3 и подсчитайте отклонение.
7. Сделайте выводы согласно поставленной цели исследования.

## 5. Правила по технике безопасности

1. Соблюдайте осторожность при подъеме грузов и установке их на поддоны.
2. Запрещается класть грузы на столы, стулья и другие места, не предусмотренные для этого. Места хранения грузов указаны на рабочем месте.
3. Допускается работа на установке только одного экспериментатора.

## 6. Вопросы для самопроверки

1. Какая система сил называется статически неопределимой?
2. Что понимается под степенью статической неопределимости? Приведите примеры.
3. Назовите известные способы раскрытия статической неопределимости. В чем заключается основной смысл этих способов? Что общего в них и в чем заключается отличие?
4. Напишите формулу для вычисления потенциальной энергии деформации упругой системы нагруженной произвольной системой сил.
5. Назовите способы определения коэффициентов и канонических уравнений метода сил; запишите формулу для их определения.
6. Сформулируйте понятия обобщенной силы и обобщенного перемещения и, применяя эти понятия, запишите в общем виде выражение потенциальной энергии деформации.
7. Сформулируйте теорему Кастильяно, приведите пример ее использования для раскрытия статической неопределимости.
8. Напишите канонические уравнения метода сил для задачи  $n$  раз статически неопределимой, объясните смысл всех членов, входящих в уравнения.
9. Напишите канонические уравнения для задачи один раз и два раза статически неопределимой. Приведите примеры.
10. Какую из реакций целесообразно принять за лишнюю неизвестную? Зависит ли способ раскрепления балки до статической определенности от того, какая

- реакция была принята за лишнюю неизвестную? Приведите несколько примеров.
11. Какие вспомогательные системы нужно рассмотреть при определении коэффициентов  $\delta_{iF}$  и  $\delta_{ij}$ ? Каким образом данные системы строятся и чем нагружаются? Приведите примеры.
  12. Какие силы называются единичными? Каковую размерность они имеют?
  13. Приведите конкретные примеры правильного выбора вида единичных сил и места их приложения при определении реакций в заделке, неподвижном шарнире и подвижном шарнире.
  14. В каком направлении прикладывается единичная сила при вычислении коэффициентов канонических уравнений метода сил? О чем говорит знак, получившийся в результате расчета коэффициентов  $\delta_{iF}$  и  $\delta_{ij}$ ?
  15. Могут ли быть отрицательными  $\delta_{11}$  и  $\delta_{12}$ ,  $\delta_{22}$ ,  $\delta_{1P}$  и  $\delta_{2P}$ ? Дайте объяснения.

#### Список рекомендуемой литературы

1. Федосьев В.И. Сопротивление материалов.-М.: Наука , 1973, гл.6.-С. 43-45.
2. Беляев Н.М. Сопротивление материалов.-М.: Наука , 1976, гл. 19.-С. 109-114.
3. Писаренко Г.С. Сопротивление материалов.-Киев: Вища школа , 1973, гл. 14.-С. 90-92.
4. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов.-М.: Высшая школа , 1975, гл. 12.-С. 112-131.
5. Багмутов В.П., Паршев С.Н. Энергетические методы расчета упругих систем: Учеб. пособие / ВолгГТУ, Волгоград, 1997. – 41 с.

---

**Составители:**

Сергей Николаевич Паршев,

Наталья Юрьевна Положенко

**ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК**

Методические указания к лабораторной работе

Редактор А. К. Саютина

Темплан 2002 г., поз. № 80

Подписано в печать 22.02.02

Формат 60×84 1/16. Бумага газетная. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 0,7. Уч.-изд. л. 0,72. Тираж 200 экз. Заказ № 119 Бесплатно.

Волгоградский государственный технический университет.

400131 Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28.

РПК «Политехник»

Волгоградского государственного технического университета.

400131 Волгоград, ул. Советская, 35