

Введение. Общие понятия и принципы дисциплины «Сопротивление материалов». Реальный объект и расчетная схема. Внешние силовые факторы (классификация). Определение внутренних усилий методом мысленных сечений. Понятие о напряжениях. Нормальные и касательные напряжения и два механизма разрушения (отрыв и срез).

### 1. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ КУРСА «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

#### 1.1. Основные определения сопротивления материалов

**Сопротивление материалов** – учебная дисциплина, занимающаяся расчетом элементов конструкций на прочность, жесткость, устойчивость и долговечность, а также изучением механических свойств материалов.

**Элемент конструкции** – некоторая часть конструкции (сооружения, механизма), предназначенная для расчета.

**Прочность** – способность тела (детали, элемента конструкции) сопротивляться внешним воздействиям (силовым, температурным и т.д.) без разрушения.

**Жесткость** – способность тела незначительно изменять свой объем и форму под действием внешних сил.

Элементы конструкции должны проектироваться и создаваться так, чтобы они могли воспринимать все силовые воздействия (сопротивляться действию сил), без разрушения и искажения своей формы в течение достаточно длительного времени. Ответственные элементы должны выдерживать, в том числе, и аварийные нагрузки (перегрузки).

Элемент конструкции может оказаться достаточно прочным, но излишне деформативным, недостаточно жестким. Как следствие, в конструкции могут возникать колебания, затрудняющие ее эксплуатацию. Недостаточно жесткие элементы могут искривляться (выпучиваться, терять устойчивость) от действия сил.

Нагруженная конструкция пребывает в **устойчивом** состоянии, если она, будучи выведенной из него какими-либо причинами, не учитываемыми в расчете, возвращается в первоначальное состояние при устранении указанных причин. В противном случае она – неустойчива.

**Долговечность** состоит в способности конструкции сохранять необходимые для эксплуатации служебные свойства в течение заранее предусмотренного срока времени.

**Механические свойства** – характеристики материала, описывающие его поведение при внешних силовых воздействиях.

Информацию о механических свойствах можно получить путем механических испытаний, проводимых в экспериментальных лабораториях на специальных испытательных машинах (стендах).

Сопротивление материалов решает указанные задачи, основываясь как на теоретических, так и на опытных данных, имеющих в этой науке одинаково важное значение. Сопротивление материалов базируется на общих принципах механики твердого тела, физики, математики, теоретической механики, материаловедения.

## 1.2. Реальный объект и расчетная схема. Схематизация понятий

**Реальный объект** – исследуемый элемент конструкции, взятый с учетом всех своих особенностей: геометрических, физических, механических и других.

Рассчитать реальный объект практически невозможно (пришлось бы учитывать влияние слишком многих взаимосвязанных характеристик объекта), поэтому необходимо перейти к некоторой *расчетной схеме* (модели реального объекта) на основе определенной системы гипотез, идеализирующих расчетную ситуацию.

**Расчетная схема** – это реальный объект, у которого отброшены все детали (особенности), не связанные с расчетом, а их влияние заменено силовыми воздействиями.

Основная цель сопротивления материалов – создать практически приемлемые, простые приемы (методики) расчета типовых, наиболее часто встречающихся элементов конструкций. Необходимость перехода от реального объекта к расчетной схеме (с целью упрощения расчетов) заставляет вводить **схематизацию понятий**.

Можно выделить следующие типы схематизации:

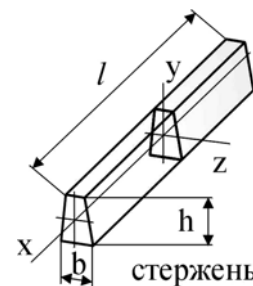
- геометрическая схематизация;*
- физическая схематизация;*
- силовая схематизация.*

### **Геометрическая схематизация (модель формы)**

Для схематизации формы реальных объектов в сопротивлении материалов используются следующие основные типы элементов: *стержень* (брус, балка, вал), *пластина* (плита, оболочка) и *массивное тело*.

**Стержень** – элемент конструкции, у которого два измерения малы по сравнению с третьим.

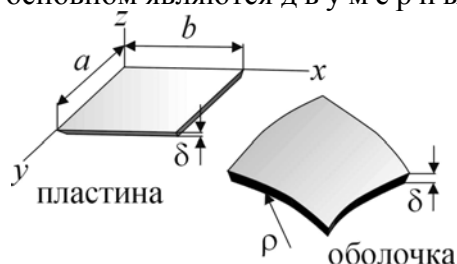
Задачи по расчету стержней в основном являются **одномерными** (линейными, т. е. решение задачи зависит от одной переменной координаты).



**Пластина** – элемент конструкции, у которого одно измерение (толщина) мало по сравнению с двумя другими.

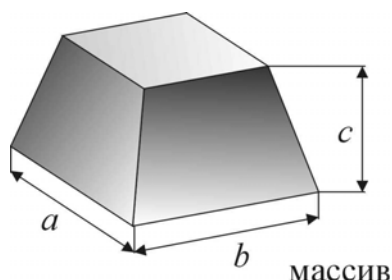
Пластина криволинейная до нагружения называется **оболочкой**.

Задачи по расчету пластин в основном являются **двумерными** (плоскими).



**Массивное тело** – элемент конструкции, у которого все размеры имеют один порядок.

Задачи по расчету массивных тел в основном являются **трехмерными** (пространственными).



В сопротивлении материалов рассматриваются преимущественно одномерные задачи расчета стержневых элементов конструкций. Решение более сложных двумерных и трехмерных задач расчета пластин, оболочек и массивных тел рассматривает дисциплина, называемая «Теория упругости», которая основывается на меньшем количестве исходных гипотез.

#### **Физическая схематизация (модель материала)**

Все изучаемые тела считаются выполненными (изготовленными) из материалов, условно наделенных определенными **деализированными** свойствами.

Материал элементов конструкций будем в дальнейшем считать **сплошным, однородным, изотропным и линейно-упругим**.

**Сплошной материал** – материал, не имеющий разрывов, пустот, трещин, пор, включений и т. д.

Считается, что материал непрерывно (сплошь) заполняет весь объем элемента конструкции, при этом не учитывается конкретная структура материала (зеренная, кристаллическая, волокнистая, слоистая и т. д.).

**Однородный материал** – материал, в каждой точке которого механические свойства одинаковы и не зависят от величины выделенного объема.

**Изотропный материал** – материал, свойства которого одинаковы по всем направлениям.

Таким образом, свойства изотропного материала не зависят от направления исследования, например, от направления приложения нагрузки при механических испытаниях.

В противном случае материал называется **анизотропным** (дерево, стеклопластик, слюда и др.).

**Упругий материал** – материал, обладающий способностью восстанавливать первоначальные форму и размеры тела после снятия внешней нагрузки.

**Линейно-упругий материал** – материал, подчиняющийся **закону Гука**.

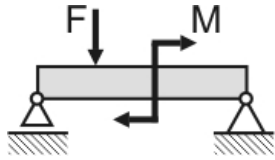
**Закон Гука:** «Перемещения точек упругого тела (в известных пределах нагружения) прямо пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения».

## Силовая схематизация (модель нагружения)

Для правильной постановки задачи в сопротивлении материалов весьма важно уметь классифицировать внешние силы (нагрузки), действующие на элементы конструкций.

**Внешние силы** – силы взаимодействия между рассматриваемым элементом конструкции и другими телами, связанными с ним.

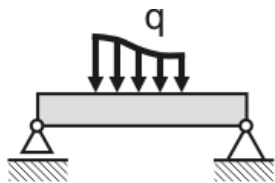
Введем следующую классификацию внешних сил по способу приложения:



**Сосредоточенные нагрузки** – силы и моменты, площадь действия которых мала по сравнению с размерами объекта (приложены в точке).

Обозначения:  $F$  ( $P$ ),  $M$  ( $T$ ).

Единицы измерения:  $[F]=\text{Н}$ ;  $[M]=\text{Н}\cdot\text{м}$  в СИ или  $[F]=\text{кг}$ ;  $[M]=\text{кг}\cdot\text{м}$  в технической системе.



**Распределенные нагрузки** – силы, действующие а) на некоторой длине, б) по некоторой площадке, в) по объему.

Обозначение  $q$ .

Единицы измерения: а)  $[q]=\text{Н}/\text{м}$ ,  $\text{кг}/\text{см}$ ,  $\text{кг}/\text{мм}$ ; б)  $[q]=\text{Н}/\text{м}^2$ ,  $\text{кг}/\text{см}^2$ ,  $\text{кг}/\text{мм}^2$ ; в)  $[q]=\text{Н}/\text{м}^3$ ,  $\text{кг}/\text{см}^3$ ,  $\text{кг}/\text{мм}^3$  и т. д.

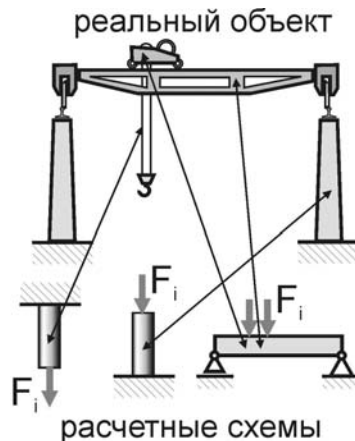
Внешние нагрузки различают также по характеру изменения во времени:

**Статические нагрузки** медленно и плавно возрастают от нуля до своего конечного значения, а затем остаются неизменными.

**Динамические нагрузки** сопровождаются ускорениями как деформированного тела, так и взаимодействующих с ним тел.

К динамическим нагрузкам относятся, например, силы действующие на ускорено движущиеся тела, ударные нагрузки и т. д.

**Повторно-переменные нагрузки** – силы непрерывно и периодически изменяющиеся во времени.



Теперь, введя рассмотренную схематизацию понятий, мы можем переходить к работе с расчетными схемами, к их анализу. При этом отметим, что один и тот же реальный объект может иметь несколько расчетных схем, а одной и той же расчетной схеме может быть поставлено в соответствие много различных реальных объектов. В частности, при расчете мостового крана (см. рисунок) трос и опорная колонна будут рассчитываться по расчетной схеме растянутого или сжатого стержня, а каретка и направляющие – по схеме двухопорной балки и т. д. Отсюда вытекает еще одно определение сопротивления материалов.

**Сопротивление материалов** – инженерная дисциплина, занимающаяся прочностным (в общем смысле) анализом наиболее типичных (часто встречающихся) расчетных схем, годных для расчета любых элементов любых конструкций.

### 1.3. Определение внутренних усилий. Метод мысленных сечений

Итак, в сопротивлении материалов не учитывается реальная атомная структура материала твердого тела. Исходя из этого, сплошность и однородность тела обеспечивается не межатомными силами, а гипотетическими внутренними усилиями.

**Внутренние усилия** – силы взаимодействия (сцепления) между частицами тела, возникающие внутри элемента конструкции, как противодействие внешнему нагружению.

Внутренние усилия во всех случаях стремятся сохранить тело как единое целое, противодействуя всякой попытке изменить взаимное расположение частиц, т. е. деформировать и разрушить тело. Поэтому именно величиной внутренних усилий определяется возможность разрушения в том или ином опасном сечении элемента конструкции. Таким образом, для решения задач сопротивления материалов необходимо уметь выявлять, а затем определять величину и направление внутренних усилий. При их нахождении широко используется метод мысленных сечений.

Выполнение гипотезы сплошности твердого деформируемого тела обеспечивается внутренними связями, природа которых не рассматривается в сопротивлении материалов. Разрезая тело какой-либо плоскостью, мы мысленно разрушаем эти связи, но для равновесия системы заменяем нарушенные связи силами, которые называются внутренними. Для их определения следует рассмотреть равновесие любой части тела по одну сторону от плоскости мысленного сечения.

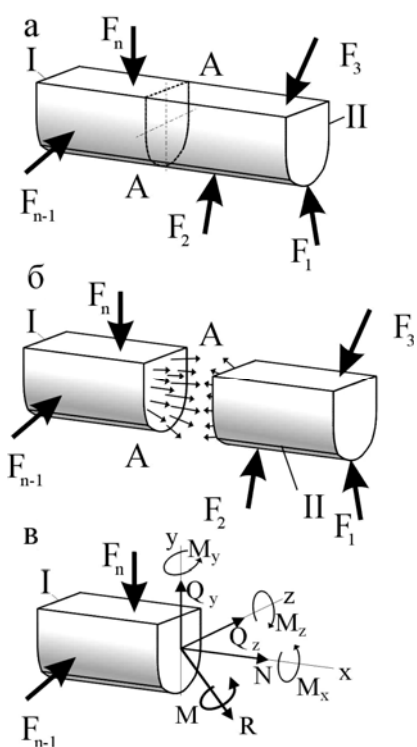
Необходимо подчеркнуть, что из уравнений равновесия для оставленной части тела определяется не закон распределения внутренних сил, а их статический эквивалент в выбранной точке приведения, то есть главный вектор с проекциями  $N$ ,  $Q_y$ ,  $Q_z$  и главный момент с проекциями  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ . В сопротивлении материалов эти проекции часто называют внутренними усилиями.

**Метод мысленных сечений** позволяет отбросить ненужный для расчета элемент конструкции (или часть этого элемента), заменить его силой, действие которой будет эквивалентно действию отброшенного элемента (его части). Если задача статически определима, то для определения этой силы достаточно использовать уравнения равновесия (уравнения статики).

Рассмотрим какой-либо элемент (например, брус), находящийся в равновесии под действием внешних сил. Пусть требуется определить внутренние усилия в произвольном сечении бруса.

Применим метод мысленных сечений:

а) мысленно рассечем элемент плоскостью  $A-A$ ;

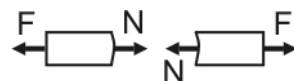


б) отбросим ненужную (наиболее сложно нагруженную) часть элемента, действие отброшенной части заменим внутренними усилиями;  
 в) внутренние усилия приведем к главному вектору  $R$  и главному моменту  $M$ , главный вектор и главный момент разложим по трем взаимно перпендикулярным осям  $x$ ,  $y$  и  $z$  (ось  $x$  – нормальна к сечению элемента);  
 г) внутренние усилия ( $N$ ,  $Q_y$ ,  $Q_z$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ) определим из уравнений равновесия оставшейся части элемента

$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0; & \sum M_x &= 0; \\ \sum F_y &= 0; & \sum M_y &= 0; \\ \sum F_z &= 0; & \sum M_z &= 0. \end{aligned}$$

**$N$  – осевое (продольное) усилие.** Осевое усилие равно сумме проекций на ось  $x$  всех внешних сил, действующих с одной стороны сечения:

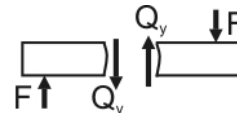
$$N = \sum F_x.$$



Осевое усилие вызывает *растяжение* элемента.

**$Q_y$ ,  $Q_z$  – поперечные силы.** Поперечные силы равны сумме проекций всех внешних сил (с одной стороны сечения) на оси  $y$  и  $z$  соответственно:

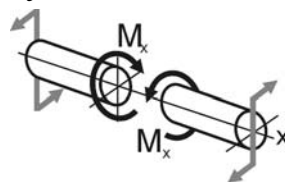
$$Q_y = \sum F_y, \quad Q_z = \sum F_z.$$



Поперечные силы вызывают *сдвиг* в сечении элемента.

**$M_x$  – крутящий момент ( $T$ ,  $M_{кр}$ ).** Крутящий момент равен сумме моментов внешних сил (с одной стороны сечения) относительно оси  $x$ :

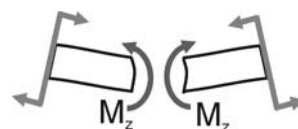
$$M_x = \sum M_x.$$



Крутящий момент вызывает *кручение* элемента.

**$M_y$ ,  $M_z$  – изгибающие моменты.** Изгибающие моменты равны сумме моментов внешних сил относительно осей  $y$  и  $z$  соответственно:

$$M_y = \sum M_y, \quad M_z = \sum M_z.$$



Изгибающие моменты вызывают *изгиб* элемента.

Таким образом, введя понятие внутренних усилий, мы получили возможность свести все многообразие внешних нагрузок и конфигураций элементов к 6-ти силовым факторам ( $N$ ,  $Q_y$ ,  $Q_z$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ) и представить даже самое сложное внешнее воздействие как сочетание 4-х видов нагружения: *растяжения, сдвига, кручения, изгиба*.

## 1.4. Понятие о нормальных и касательных напряжениях

Установить закон (характер) распределения внутренних усилий по сечению элемента методами статики не представляется возможным: составляя уравнения равновесия для сил, приложенных к отсеченной части элемента, можем найти лишь статический эквивалент внутренних усилий, возникающих в рассматриваемом сечении. Чтобы характеризовать закон распределения внутренних усилий по сечению элемента, необходимо ввести для них числовую меру. За такую меру принимается *напряжение*.

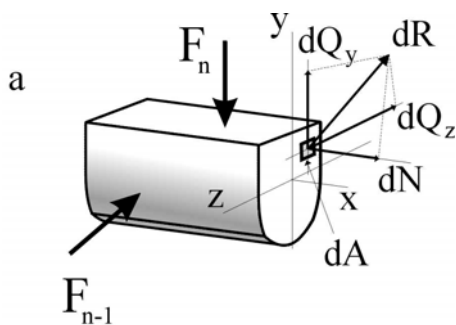
В сопротивлении материалов неявно предполагается, что внутренние усилия достаточно равномерно распределены на малой площадке в окрестности любой точки мысленного сечения. Поэтому отношение главного момента к величине площадки стремится к нулю вместе с этой площадкой. В результате на данной площадке  $dA$  остается главный вектор сил  $dR$ , отношение которого к величине площадки  $dA$  при стягивании последней в точку, называется *полным напряжением*  $p$ :

$$p = \frac{dR}{dA}.$$

**Напряжение** – есть внутренняя сила, отнесенная к единице площади в данной точке рассматриваемого сечения (иначе говоря, интенсивность внутреннего усилия в данной точке сечения).

Размерность напряжения:  $\text{Н/м}^2$ , то есть Па (МПа, кПа).

В расчетах удобнее пользоваться не полным напряжением  $p$ , а его нормальной  $\sigma$  и касательными  $\tau$  составляющими. Рассмотрим эти понятия.



Проекциями вектора  $dR$  на оси  $x, y, z$  будут элементарное осевое усилие  $dN$  и элементарные поперечные силы  $dQ_y, dQ_z$ . Разделив величины  $dN, dQ_y, dQ_z$  на бесконечно малую площадь  $dA$ , получим величины продольных и поперечных сил, приходящихся на единицу площади в данной точке сечения.

**Нормальное напряжение** ( $\sigma_x$ ) – интенсивность осевого внутреннего усилия, или осевое усилие, приходящееся на единицу площади в данной точке рассматриваемого сечения

$$\sigma_x = \frac{dN}{dA}.$$

**Касательное напряжение** ( $\tau_y, \tau_z$ ) – интенсивность внутренних поперечных сил, или поперечная сила, приходящаяся на единицу площади в данной точке рассматриваемого сечения

$$\tau_y = \frac{dQ_y}{dA}, \quad \tau_z = \frac{dQ_z}{dA}.$$

Таким образом, на площадке могут возникать два вида напряжений: нормальные и касательные. В соответствии с двумя видами напряжений на наиболее опасной площадке (там, где напряжения максимальны) может реализовываться два различных механизма разрушения – отрыв или срез.