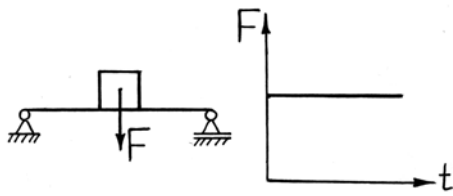


Динамическое действие сил. Силы инерции. Расчет элементов конструкций, движущихся с ускорением. Расчет кругового кольца, вращающегося вокруг своей оси.

20. ДИНАМИЧЕСКОЕ ДЕЙСТВИЕ СИЛ

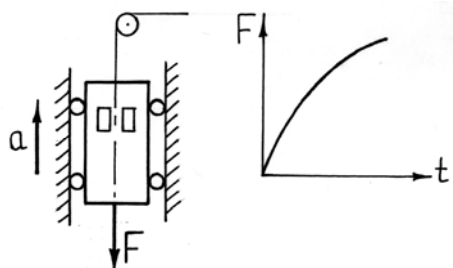
20.1. Основные понятия о динамическом нагружении

Динамические явления играют важнейшую роль в современной технике. Большинство деталей машин сами находятся в движении или подвержены воздействию движущихся элементов конструкции (механизма). При этом, если такое движение равномерное (ускорение равно нулю), расчет на прочность будет статическим, при ускоренном движении необходимо провести динамический расчет.



Статическая нагрузка – нагрузка, которая весьма медленно возрастает от нуля до своего конечного значения, после чего остается неизменной в течение длительного промежутка времени.

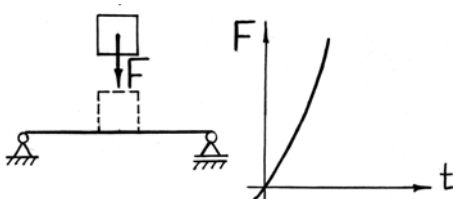
Скорость нарастания деформаций от статической нагрузки невелика, а потому можно пренебречь возникающими при этом силами инерции.



Динамическая нагрузка – нагрузка, которая сопровождается ускорением частиц рассматриваемого тела или соприкасающихся с ним деталей.

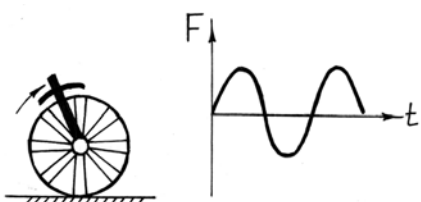
Динамическое нагружение возникает при приложении быстро возрастающих усилий или в случае ускоренного движения исследуемого тела. Во всех этих случаях необходимо учитывать силы инерции и возникающее движение масс системы.

Кроме того, динамические нагрузки можно подразделить на ударные и повторно-переменные.



Ударная нагрузка (удар) – нагружение, при котором ускорения частиц тела резко изменяют свою величину за очень малый промежуток времени (внезапное приложение нагрузки).

Заметим, что, хотя удар и относится к динамическим видам нагружения, в ряде случаев при расчете на удар силами инерции пренебрегают.



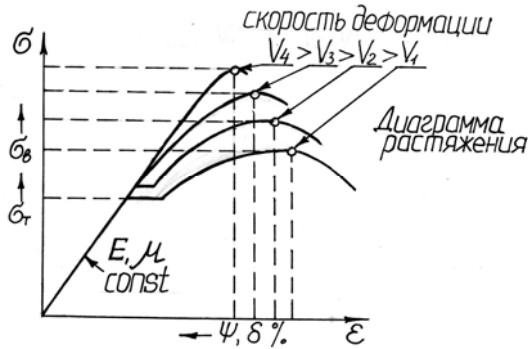
Повторно-переменное (циклическое) нагружение – нагрузки, меняющиеся во времени по величине (а возможно и по знаку).

Таким образом, задачи на динамическое нагружение будем классифицировать следующим образом:

1) задачи с учетом сил инерции (силы инерции не зависят от свойств и деформаций системы);

- 2) расчеты на ударную нагрузку;
- 3) задачи на циклическое нагружение и колебания.

Здесь необходимо отметить, что скорость деформирования заметно влияет на механические свойства материалов. У всех материалов с увеличением скорости деформации повышаются характеристики прочности (предел текучести и предел прочности) и снижаются



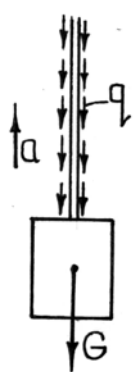
характеристики пластичности (относительное удлинение и относительное сужение) – материал становится прочнее и хрупче, упругие характеристики (модуль Юнга и коэффициент Пуассона) практически не изменяются. Такое охрупчивание материала крайне нежелательно и опасно, поэтому при расчетах на прочность при динамическом действии сил допускаемые напряжения принимаются меньше, чем в статических условиях нагружения, – тем самым, повышая коэффициент запаса прочности конструкции.

20.2. Вычисление напряжений при равноускоренном движении тела. Динамический коэффициент

При расчете конструкций на действие динамических нагрузок при ускоренном движении используется известный из курса теоретической механики принцип Даламбера, согласно которому движущуюся с ускорением систему в каждый момент времени можно рассматривать как находящуюся в покое, если к внешним силам, действующим на систему, добавить силы инерции. Дальше расчет следует вести так, будто на конструкцию действует статическая нагрузка.

Необходимо при этом учитывать, что силы инерции относятся к объемным силам, так как они непрерывно распределены по всему объему тела.

Пример 1.



В качестве характерного примера рассмотрим задачу о подъеме груза G с постоянным ускорением a , в которой требуется определить напряжения в тросе с учетом его собственного веса q (вес единицы длины троса).

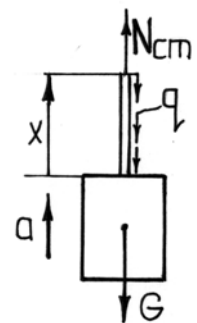
Решение

Решим эту задачу вначале так, как если бы груз находился в покое. Воспользуемся методом мысленных сечений и определим статическое нормальное усилие в тросе:

$$N_{ст} = G + q \cdot x.$$

В этом случае напряжения найдем так:

$$\sigma_{ст} = \frac{N_{ст}}{A} = \frac{G + q \cdot x}{A}.$$



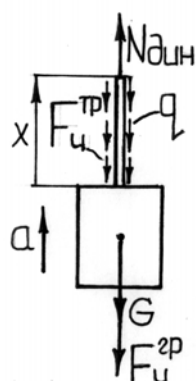
Найдем силы инерции, которые возникнут в системе при ее равноускоренном движении:

а) силы инерции, действующие на груз,

$$F_{и}^{гр} = m_{гр} \cdot a = \frac{G}{g} \cdot a;$$

б) силы инерции, действующие на трос,

$$F_{и}^{тр} = m_{тр} \cdot a = \frac{q \cdot x}{g} \cdot a.$$



Добавим силы инерции к статическим силам, действующим на трос. В этом случае осевое усилие изменится следующим образом:

$$\begin{aligned} N_{дин} &= N_{ст} + F_{и}^{гр} + F_{и}^{тр} = \\ &= G + q \cdot x + \frac{G}{g} \cdot a + \frac{q \cdot x}{g} \cdot a = (G + q \cdot x) \cdot \left(1 + \frac{a}{g}\right). \end{aligned}$$

Динамические напряжения в тросе:

$$\sigma_{дин} = \frac{N_{дин}}{A} = \frac{(G + q \cdot x)}{A} \cdot \left(1 + \frac{a}{g}\right).$$

Введем понятие динамического коэффициента.

Динамический коэффициент – отношение динамического значения некоторого фактора (внутреннего усилия, напряжения, деформации) к соответствующему статическому значению этого фактора

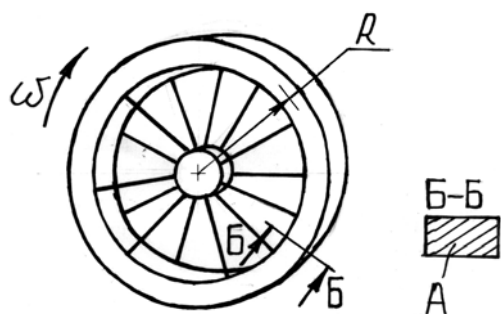
$$k_{д} = \frac{N_{дин}}{N_{ст}} = \frac{\sigma_{дин}}{\sigma_{ст}}.$$

В рассматриваемой задаче динамический коэффициент найдем в следующем виде:

$$k_{д} = \frac{\sigma_{дин}}{\sigma_{ст}} = 1 + \frac{a}{g}.$$

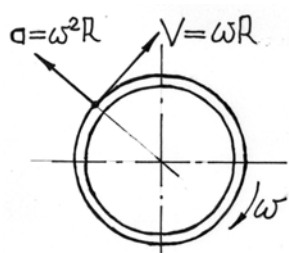
В инженерной практике очень часто прибегают к использованию динамического коэффициента (например, в теории технического удара). В этом случае при определении динамических напряжений достаточно решить соответствующую статическую задачу, а затем полученное решение увеличить на динамический коэффициент. При этом величина коэффициента может быть найдена либо теоретически (как в нашем примере), либо экспериментально, когда расчетное исследование провести затруднительно. Отметим, что найденный нами динамический коэффициент применим для решения целого класса динамических задач, где тело движется в вертикальном направлении с ускорением a .

Пример 2. Расчет вращающегося кольца (обод маховика)



Рассмотрим задачу об определении напряжений в быстро вращающемся кольце (в таких условиях находится обод маховика, колеса и т. д.). Примем следующие обозначения исходных данных: A – площадь поперечного сечения кольца, γ – объемный вес материала кольца, R – средний радиус кольца (толщиной кольца пренебрегаем), ω – угловая скорость вращения (V – окружная скорость точек осевой линии).

Решение

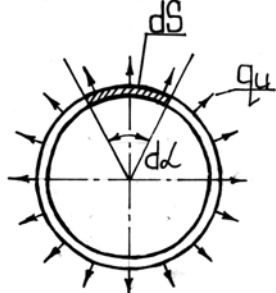


В кольце, вращающемся с постоянной угловой скоростью ω , будет возникать радиальное (центростремительное) ускорение a_R :

$$a_R = \omega^2 \cdot R = \frac{V^2}{R}.$$

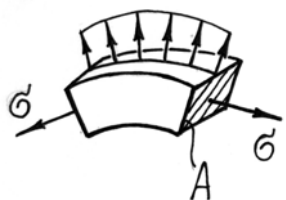
В таком случае обод кольца будет равномерно нагружен радиальной инерционной нагрузкой:

$$q_{ин} = m \cdot a_R = \frac{\gamma \cdot A}{g} \cdot a_R = \frac{\gamma \cdot A}{g} \cdot \frac{V^2}{R}.$$



Выделим элемент кольца шириной ds , соответствующий центральному углу $d\alpha$. Составим уравнение равновесия для выделенного элемента, – спроецируем все силы на радиальную ось:

$$\sum F_R = 0 \Rightarrow q_{ин} \cdot ds - 2 \cdot \sigma \cdot A \cdot \sin \frac{d\alpha}{2} = 0.$$



Подставим в формулу соответствующие величины: $ds=R \cdot d\alpha$, $\sin(d\alpha/2) \approx d\alpha/2$, получим выражение для напряжений

$$\frac{\gamma \cdot A}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot R \cdot d\alpha - 2 \cdot \sigma \cdot A \cdot \frac{d\alpha}{2} = 0 \Rightarrow \sigma = \frac{\gamma \cdot V^2}{g}.$$

Условие прочности для материала вращающегося кольца в этом случае запишется так:

$$\sigma_{max} = \frac{\gamma \cdot V_{max}^2}{g} \leq [\sigma].$$

Отсюда можем найти выражение, ограничивающее предельную скорость вращения маховика,

$$V_{max} \leq \sqrt{\frac{g \cdot [\sigma]}{\gamma}}.$$