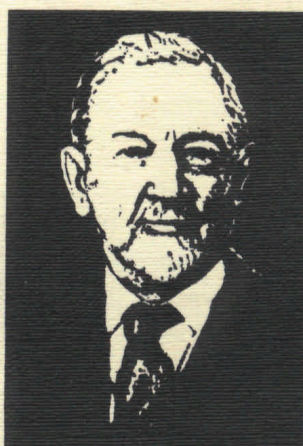
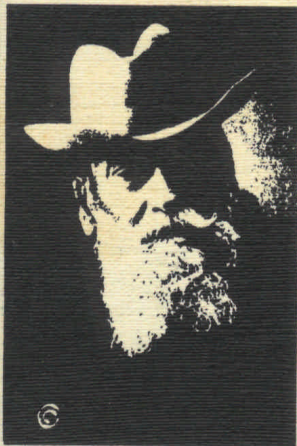


Н.Н.Малинин

# КТО ЕСТЬ КТО



В сопротивлении  
материалов



Издательство МГТУ имени Н.Э.Баумана

## **КТО ЕСТЬ КТО В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ**



**Николай Николаевич Малинин**  
(1917–1997)

Н.Н. Малинин

# Кто есть кто в сопротивлении материалов

Под редакцией д-ра техн. наук,  
проф. *В.Л. Данилова*

Москва  
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана  
2000



УДК 539.3/8  
ББК 30.121  
М19

Рецензент д-р техн. наук, проф. *А.П. Филлин*

**Малинин Н.Н.**

**М19** Кто есть кто в сопротивлении материалов / Под ред. В.Л. Данилова. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. 248 с.

ISBN 5-7038-1326-3

Изложена история открытия основных законов и получения формул сопротивления материалов не в хронологическом порядке, а так, как они приводятся в обычном курсе сопротивления материалов. В конце каждого раздела даны биографии ученых, имена которых упоминаются в разделе. Приведена библиография публикаций по истории сопротивления материалов, теории упругости, строительной механики и оригинальных работ.

Книга предназначена для преподавателей кафедр сопротивления материалов, технической механики, теории упругости, строительной механики, динамики и прочности машин и теории сооружений, а также для научных работников и инженеров-исследователей в области прочности материалов и конструкций. Может быть полезна в качестве учебного пособия для студентов и аспирантов, обучающихся по соответствующим специальностям.

Табл. 1. Ил. 172. Библиогр. 508 назв.

УДК 539.3/8  
ББК 30.121

ISBN 5-7038-1326-3

© Малинин Н.Н., 2000  
© Данилов В.Л., 2000  
© Издательство МГТУ  
им. Н.Э. Баумана, 2000

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	9
Введение . . . . .	11
<i>Глава I</i>	
<b>РАСТЯЖЕНИЕ – СЖАТИЕ ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ . . . . .</b>	<b>13</b>
1.1. Введение . . . . .	13
1.2. Растяжение – сжатие прямого стержня . . . . .	13
1.3. Биографии . . . . .	15
Огюстен Луи Коши . . . . .	15
Адемар Жан-Клод Барре Сен-Венан . . . . .	19
Клод Луи Мари Анри Навье . . . . .	21
Руджер Иосип Бошкович . . . . .	22
Василий Захарович Власов . . . . .	23
Роберт Гук . . . . .	24
Эдме Мариотт . . . . .	27
Томас Юнг . . . . .	27
Леонард Эйлер . . . . .	29
Симеон Дени Пуассон . . . . .	32
<i>Глава II</i>	
<b>МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ . . . . .</b>	<b>34</b>
2.1. Кратковременное нагружение . . . . .	34
2.2. Длительное нагружение . . . . .	42
2.3. Биографии . . . . .	48
Леонардо да Винчи . . . . .	48
Галилео Галилей . . . . .	50
Рене Антуан Фермо Реомюр . . . . .	53
Питер ван Мушенбрук . . . . .	54
Жорж Луи Леклерк Бюффон . . . . .	54
Семен Кириллович Котельников . . . . .	55
Шарль Огюстен Кулон . . . . .	55
Франтишек Иозеф Герстнер . . . . .	57
Габриэль Ламе . . . . .	58
Бенуа Поль Эмиль Клапейрон . . . . .	60
Петр Иванович Собко . . . . .	60
Николай Аполлонович Белелюбский . . . . .	62
Жан Виктор Понселе . . . . .	63
Андрей Григорьевич Гагарин . . . . .	65
Иоганн Баушингер . . . . .	66
Густав Генрих Видеман . . . . .	67
Гюстав Гаспар Кориолис . . . . .	67
Эдвард Невиль да Коста Эндрейд . . . . .	68

Вильгельм Эдуард Вебер . . . . .	68
Фольке Карл Густав Удквист . . . . .	69
Аурель Стодола . . . . .	70
Юрий Николаевич Работнов . . . . .	70
Арпад Людвиг Надаи . . . . .	72
 <i>Глава III</i>	
<b>КРУЧЕНИЕ И ИЗГИБ СТЕРЖНЕЙ</b> . . . . .	74
3.1. Кручение прямого стержня . . . . .	74
3.2. Определение напряжений при изгибе прямого стержня . . . . .	77
3.3. Определение перемещений при изгибе прямых и кривых стержней малой кривизны . . . . .	86
3.4. Изгиб кривого бруса большой кривизны . . . . .	92
3.5. Определение перемещений в стержневых системах . . . . .	92
3.6. Статически неопределимые стержневые системы . . . . .	94
3.7. Биографии . . . . .	95
Людвиг Прандтль . . . . .	95
Николай Иванович Мусхелишвили . . . . .	97
Гурий Васильевич Колосов . . . . .	98
Готфрид Вильгельм Лейбниц . . . . .	99
Пьер Вариньон . . . . .	100
Антуан Паран . . . . .	100
Георг Бернгард Бюльфингер . . . . .	101
Итон Ходкинсон . . . . .	101
Жак Антуан Шарль Бресс . . . . .	102
Дмитрий Иванович Журавский . . . . .	102
Степан Прокофьевич Тимошенко . . . . .	104
Рудольф Фридрих Альфред Клебш . . . . .	108
Яков (Якоб) Бернулли . . . . .	109
Даниил Бернулли . . . . .	110
Жозеф Луи Лагранж . . . . .	112
Франсуа Пьер Шарль Дюпэн . . . . .	113
Эмиль Винклер . . . . .	114
Владимир Григорьевич Шухов . . . . .	115
Алексей Николаевич Крылов . . . . .	117
Густав Роберт Кирхгоф . . . . .	119
Евгений Леопольдович Николаи . . . . .	120
Ипполит Антонович Евневич . . . . .	123
Иван Алексеевич Вышнеградский . . . . .	123
Харлампий Сергеевич Головин . . . . .	125
Джемс Хенри Коттерилл . . . . .	126
Карло Альберто Кастильяно . . . . .	127
Луиджи Федерико Менабреа . . . . .	128
Фридрих Энгессер . . . . .	128
Отто Христиан Мор . . . . .	129
Джемс Клерк Максвелл . . . . .	130
Андрей Константинович Верещагин . . . . .	131
Сергей Дмитриевич Пономарев . . . . .	132
Виктор Львович Кирпичев . . . . .	133
Исаак Моисеевич Рабинович . . . . .	134
Евгений Оскарович Патон . . . . .	135
Алексей Алексеевич Гвоздев . . . . .	136
Август Фепплъ . . . . .	137

*Глава IV*

<b>ТЕОРИИ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ. ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДЕФОРМАЦИЯМИ И НАПРЯЖЕНИЯМИ В ПРЕДЕЛАХ И ЗА ПРЕДЕЛАМИ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ. КРИТЕРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ И РАЗРУШЕНИЯ</b>	139
4.1. Теории напряжений и деформаций	139
4.2. Критерии пластичности	141
4.3. Зависимости между деформациями и напряжениями за пределами пропорциональности	148
4.4. Критерии разрушения	149
4.5. Биографии	150
Карл Кульман	150
Джордж Грин	151
Гийом Вертгейм	151
Адольф Яковлевич Купфер	152
Франц Эрнст Нейманн	152
Михаил Федорович Окатов	153
Вольдемар Фойгт	154
Анри Эдуард Треска	154
Эудженио Бельтрами	155
Перси Уильямс Бриджмен	155
Максимилиан Тытус Хубер	156
Герман Людвиг Фердинанд Гельмгольц	157
Рихард Мизес	158
Валентин Валентинович Новожилов	159
Михаил Митрофанович Филоненко-Бородич	160
Влодзимеж Тживдар Бужиньски	161
Юлий Иванович Ягн	162
Исаак Аронович Биргер	163

*Глава V*

<b>ПЛАСТИНЫ. ОБОЛОЧКИ. ТОЛСТОСТЕННЫЕ ЦИЛИНДРЫ. КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ</b>	164
5.1. Пластины и оболочки	164
5.2. Толстостенные цилиндры	167
5.3. Контактные напряжения	167
5.4. Биографии	168
Яков Бернулли (младший)	168
Софи Жермен	169
Петр Федорович Папкович	169
Анатолий Исаакович Лурье	170
Всеволод Иванович Феодосьев	171
Вадим Львович Бидерман	172
Адриан Сергеевич Григорьев	173
Аксель Вильгельмович Гадолин	174
Генрих Рудольф Герц	176
Александр Николаевич Динник	177
Николай Михайлович Беляев	178



<i>Глава VI</i>	
<b>УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ</b> . . . . .	181
6.1. Определение критических сил в пределах пропорциональности . . .	181
6.2. Экспериментальные исследования устойчивости сжатых стержней . . . . .	186
6.3. Устойчивость сжатых стержней за пределами пропорциональности . . . . .	188
6.4. Биографии . . . . .	190
Феликс Станиславович Ясинский . . . . .	190
Николай Егорович Жуковский . . . . .	192
Леонид Самуилович Лейбензон . . . . .	194
Иван Григорьевич Бубнов . . . . .	195
Борис Григорьевич Галеркин . . . . .	196
Анатолий Филиппович Смирнов . . . . .	197
Уильям Джон Маккуорн Рэнкин . . . . .	198
Теодор Карман . . . . .	200
<i>Глава VII</i>	
<b>РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ НАПРЯЖЕНИЯХ, ЦИКЛИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВО ВРЕМЕНИ. РАСЧЕТЫ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ</b> . . . . .	201
7.1. Циклическое нагружение . . . . .	201
7.2. Динамическое нагружение . . . . .	208
7.3. Биографии . . . . .	209
Уильям Фейрбейрн . . . . .	209
Август Велер . . . . .	210
Сергей Владимирович Серенсен . . . . .	210
Примечания . . . . .	212
Список литературы . . . . .	214
А. Работы по истории сопротивления материалов, строительной механике, теории упругости и биографии ученых . . . . .	214
Б. Оригинальные работы . . . . .	221

*Светлой памяти моего отца инженера-строителя Николая Геннадьевича  
Малинина посвящаю*

## ПРЕДИСЛОВИЕ

При изучении курса сопротивления материалов обучающий и учащийся встречают имена ученых, решивших ту или иную задачу или исследовавших то или иное явление: Г. Галилей, Р. Гук, Э. Мариотт, Л. Эйлер, Б. Сен-Венан, Ш. Кулон, Д.И. Журавский, Ф.С. Ясинский, А.Н. Крылов, В.З. Власов и др., и у учащихся, естественно, возникает желание узнать о жизни и деятельности этих людей, а у обучающихся — рассказать им о них. Опыт преподавания показывает, что такие рассказы очень оживляют лекции, хорошо принимаются аудиторией и повышают культуру студентов. Книг по истории сопротивления материалов очень мало. Прекрасная монография С.П. Тимошенко [88] стала библиографической редкостью. В капитальном труде по истории теории упругости и сопротивления материалов И. Тодхантера и К. Пирсона [115] анализируются исследования ученых от Г. Галилея до лорда Кельвина и ничего не сказано об их жизни и деятельности. В очерке по истории сопротивления материалов и теории упругости, написанном Б. Сен-Венаном, содержащемся в книге Л. Навье [447], повествование доведено до середины XIX века и о жизни и деятельности ученых тоже ничего не сказано. В труде Д. Белла [6], вышедшем на русском языке, в двух томах под редакцией профессора А.П. Филина дается капитальный исторический обзор только экспериментальных исследований прочности, жесткости, устойчивости и колебаний деформируемых твердых тел. Написание настоящей книги преследует скромную цель: указать, кем решена та или иная задача, излагаемая в курсе сопротивления материалов, и привести краткие биографические сведения об авторе решения, т.е. сообщить учащимся кто есть кто в науке о сопротивлении материалов. Она не является монографией или учебником по истории механики деформируемого твердого тела, истории теории упругости, пластичности, ползучести и сопротивления материалов.

Биографии приведены в конце каждой главы в том порядке, в каком соответствующие фамилии встречаются при изложении основного текста. Размер биографии того или иного ученого не адекватен его вкладу в науку. Он определяется тем материалом, которым располагал автор. То же относится к портретам ученых.

Книга написана на основе лекций, прочитанных автором для слушателей факультета повышения квалификации преподавателей со-

противления материалов в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Порядок изложения принят в соответствии с учебным планом курса сопротивления материалов в МГТУ им. Н.Э. Баумана, где основным учебником по курсу является книга члена-корреспондента РАН В.И. Феодосьева [290]. Это, однако, не затрудняет использование приведенного материала при ином порядке изложения курса и при использовании других хороших учебников, как, например, академика Ю.Н. Работнова [240], члена-корреспондента РАН А.А. Ильюшина и профессора В.С. Ленского [175], члена-корреспондента РАН А.Ф. Смирнова и др. [261], академика АН Украины Г.С. Писаренко и др. [262], профессоров И.А. Биргера и Р.Р. Мавлютова [131], профессора И.Г. Терегулова [266].

При написании книги была широко использована упомянутая выше монография С.П. Тимошенко и ряд других книг и статей, приведенных в списке литературы. В частности, для описания работ С.П. Тимошенко и его биографии использованы исчерпывающие статьи члена-корреспондента РАН Э.И. Григолюка [26, 27] и его книга [28], а также книга академика Г.С. Писаренко [79]. Из замечательной энциклопедии сопротивления материалов профессора А.П. Филина [293] и его книги [294] я также почерпнул много сведений о том, что сделано тем или иным ученым.

Книга рассчитана в основном на преподавателей сопротивления материалов, строительной механики, прикладной (технической) механики и студентов специальностей “Динамика и прочность машин” и “Теория сооружений”, на инженеров и научных работников, занимающихся расчетами и испытаниями на прочность и жесткость, а также студентов, заинтересовавшихся курсом сопротивления материалов.

Все указания, замечания и дополнения читателей автор примет с благодарностью.

Автор приносит глубокую благодарность доктору технических наук профессору А.П. Филину за многочисленные ценные замечания, сделанные по рукописи, учет которых бесспорно улучшил книгу. Автор также благодарит кандидата технических наук доцента Т.М. Махонину за помощь, оказанную ему в работе над книгой, профессора доктора технических наук В.Л. Данилова и инженера механика исследователя С.А. Мыльникова за помощь в издании книги.

Воспоминания о великих людях так же  
полезны, как и их присутствие.

*Сенека*

Уважение к минувшему — вот черта, отличающая образованность от дикости...

*А.С. Пушкин*

“О русской словесности”

## **ВВЕДЕНИЕ**

Что такое сопротивление материалов? Любой студент второго (на дневных отделениях сопротивление материалов изучается на втором курсе, на вечерних — на третьем) и старших курсов высших технических учебных заведений скажет, что это один из самых трудных предметов. И возможно, вспомнит шутку: “Жениться можно, только сдав экзамены по сопротивлению материалов”. Хороший студент добавит, что в сопротивлении материалов изучается прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций, имеющих форму стержня, пластины и оболочки. Русский ученый профессор Виктор Львович Кирпичев назвал свой двухтомный учебник “Сопротивление материалов. Учение о прочности построек и машин” [184], определив таким образом содержание курса. Учение? Значит, наука о прочности построек и машин. Точнее, часть науки — механики деформируемого твердого тела, необходимая инженерам, или введение в эту науку.

Как же возник курс сопротивления материалов? Прежде чем возводить какое-либо сооружение или строить машину, их надо спроектировать. В процессе проектирования необходимо выбрать материал и размеры каждой детали машины или сооружения так, чтобы при испытании и в эксплуатации она не разрушилась и не исказила свою форму. Для этого предварительно следует выявить характер и величины сил, воспринимаемых каждой деталью конструкции, и всесторонне изучить условия эксплуатации каждой детали для того, чтобы правильно выбрать подходящий материал. Зная характер внешней нагрузки и механические свойства материала, характеризующие деформацию и разрушение его под действием внешних сил, можно обратиться к определению размеров деталей машин или сооружений, которые обеспечили бы им надежность в эксплуатации. При этом каждая деталь должна быть сконструирована так, чтобы затрачиваемый материал использовался наиболее рационально, т.е. детали должны быть по возможности легкими и дешевыми.

Требования надежности и наибольшей экономии, предъявляемые практикой к конструктору, противоречат друг другу. Первое требование ведет к увеличению расхода материала, второе — к его снижению.



Эти два противоречивых требования обусловили развитие расчетов на прочность деталей сооружений и машин, которые и составляют предмет сопротивления материалов.

Вначале элементарные расчеты на прочность излагались в курсах "Построение сооружений и машин". Они основывались на методах механики с учетом того, что все твердые тела деформируемы. Необходимость таких расчетов дала толчок к развитию механики деформируемого твердого тела. В дальнейшем, в связи с развитием техники, усложнением конструкций и расчетов, расчеты на прочность выделились в самостоятельный предмет "Сопротивление материалов", который изучается почти во всех высших технических учебных заведениях. Оказалось, что нет нужды говорить отдельно о деформации и прочности болтов, валов и т.п., поскольку элементы конструкций обычно можно схематизировать двумя формами стержня и оболочки (частный случай оболочки — пластина). Таким образом, "Сопротивление материалов" — общетехническая дисциплина, в которой на основе методов механики деформируемого твердого тела рассматриваются необходимые инженерам всех специальностей расчеты на прочность, жесткость и устойчивость элементов конструкций в форме стержней, пластин и оболочек, т.е. сопротивление материалов — введение в механику деформируемого твердого тела, необходимое инженерам.

Часто говорят, что название курса "Сопротивление материалов" не отражает его содержания. Это верно. Однако едва ли стоит ломать традицию и переименовывать этот курс, как это иногда предлагают: "Прикладная механика деформируемого твердого тела" или "Механика материалов и конструкций" и т.п., хотя второе название наиболее точно отражает содержание курса. Совершенно неверно утверждение о том, что поскольку сопротивление материалов является введением в механику деформируемого твердого тела, то его необходимо уничтожить, а отдельные вопросы прочности включить в курс механики.

В настоящее время в связи с увеличением размеров сооружений, созданием новых конструкций машин, летательных аппаратов, кораблей, повышением мощности агрегатов, увеличением скоростей подвижных частей машин, использованием высоких температур и давлений, применением новых материалов ответственность расчетов на прочность, а следовательно, и важность курса "Сопротивление материалов" повышаются.

Каждый день практика ставит новые задачи и тем самым развивает механику деформируемого твердого тела и курс "Сопротивление материалов". Из года в год он насыщается новым содержанием.

## Г л а в а I

# РАСТЯЖЕНИЕ – СЖАТИЕ ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ

### 1.1. ВВЕДЕНИЕ

Во введении в сопротивление материалов приводятся определения основных понятий курса: напряжения и деформации. Они были установлены в механике деформируемого твердого тела О. Коши в мемуаре, представленном в Парижскую<sup>1</sup> академию наук в 1822 г., краткое содержание которого в виде статьи [339] было опубликовано в 1823 г. Современное определение понятия напряжения было дано Б. Сен-Венаном в 1845 г. [88].

Работа О. Коши была подготовлена исследованиями Л. Навье, который в мемуаре, представленном в Парижскую академию наук в 1821 г. и опубликованном в 1827 г. [448] (а в сокращенном виде в 1823 г. [445]), развил молекулярную теорию упругого твердого тела и вывел уравнения его равновесия и движения в перемещениях. Вероятно, эта работа и побудила О. Коши написать вышеупомянутый мемуар, так как он был назначен Парижской академией наук членом комиссии по рассмотрению мемуара Л. Навье. Представление о том, что свойство упругости может быть объяснено силами притяжения и отталкивания, действующими между мельчайшими частицами тел, существовало еще со времен И. Ньютона и было предметом исследования Р. Бошковича, рассмотренным в его книге [327], опубликованной в 1763 г.

### 1.2. РАСТЯЖЕНИЕ – СЖАТИЕ ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ

При постановке задачи растяжения стержня обычно формулируется принцип Б. Сен-Венана. Согласно этому принципу применительно к стержням особенности приложения внешних сил к растянутому или сжатому стержню проявляются, как правило, на расстояниях, не превышающих характерных размеров поперечного сечения стержня. Этот принцип был высказан Б. Сен-Венаном в 1853 г. в мемуаре [255] и обоснован им опытами. На общий случай деформируемого тела этот принцип был распространен учеником Б. Сен-Венана механиком Жозефом Валентином Буссинеском (Boussinesq J.V., 13.03.1842 – 19.02.1929) в 1885 г. [328]. В статье [38] рассмотрены работы, в которых дано доказательство принципа. В.З. Власовым показано в 1940 г. [143], что этот принцип несправедлив для тонкостенных стержней.

При определении удлинения растянутого стержня используется закон, открытый Р. Гуком, устанавливающий пропорциональность напряжения деформации. Впрочем, понятия напряжения и деформа-

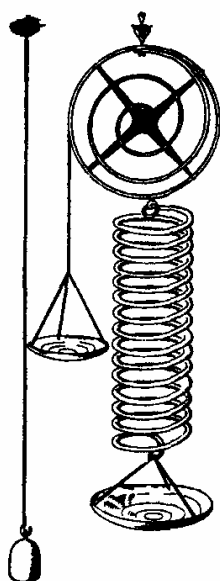


Рис. 1.1

ции не были известны Р. Гуку. Как было указано выше, они были введены в механику деформируемого твердого тела значительно позже в 1822 г. О. Коши.

Работая над созданием конструкции регулятора точного хода часов, Гук производил испытания плоских спиральных пружин и установил, что угол закручивания пружины пропорционален приложенному моменту. Затем он повторил опыты на растянутой витой пружине, растянутой стальной проволоке, консольной деревянной балке, изогнутой силой, приложенной на свободном конце. На рис. 1.1 приведены, взятые из работы Р. Гука [389] иллюстрации трех испытаний пружин и стальной проволоки. В ходе этих исследований он установил, что во всех случаях перемещения прямо пропорци-

ональны приложенным силам. Таким образом, закон Гука был получен экспериментально для следующих типов нагружения: растяжение (стальная проволока), кручение (витая пружина), изгиб (спиральная пружина и деревянная балка). Этот закон был открыт в 1660 г., однако Р. Гук опубликовал его только в 1676 г. в конце одной катлеровской<sup>2</sup> лекции [388] в виде анаграммы *ceiinossttu*, которая представляет собранные в алфавитном порядке буквы латинской фразы: *ut tensio sic vis*, что в переводе означает: какова сила, таково и действие, т.е. результат силы (в данном случае перемещение). Указанная анаграмма была раскрыта Р. Гуком в 1678 г. в другой катлеровской лекции [389]. Гук производил испытания при не очень больших нагрузках, предполагая, по-видимому, что его закон справедлив всегда.

Независимо от Р. Гука закон прямой пропорциональности перемещений приложенным силам был установлен Э. Мариоттом в результате испытаний деревянных и стеклянных стержней на растяжение и изгиб (консольный стержень, нагруженный силой на свободном конце). Эти опыты описаны в его книге [426], вышедшей в свет в 1686 г. и посвященной в основном движению жидкостей.

Ограниченность закона Гука, т.е. справедливость его только в начальной стадии нагружения, установил Т. Юнг, который также определил понятие модуля упругости, хотя и в форме, отличной от принятой в настоящее время. Т. Юнг ввел две величины: вес модуля  $EA$ , где  $A$  — площадь поперечного сечения стержня, и высоту модуля

$$\frac{E}{g} \cdot \rho,$$

где  $\rho$  — плотность тела. Первая величина не является постоянной материала. Это жесткость стержня при растяжении. Вторая — посто-

янная материала, имеющая размерность длины. Определение модуля упругости дано Юнгом в такой весьма туманной форме: “Модуль упругости какого-либо вещества представляет собой столбик этого вещества, способный произвести давление на свое основание, которое так же относится к весу, создающему некоторую степень сжатия, как длина столбика к уменьшению его длины”.

Т. Юнг обратил внимание на то, что при растяжении – сжатии поперечные размеры стержня изменяются. Эти положения сформулированы им в двухтомном курсе лекций, изданном в 1807 г. [506], которые Т. Юнг читал в Королевском институте.

Механик и историк механики Клифорд Эмброуз Трусделл (Truesdell С.Е.) указывает [117], что в манускрипте Л. Эйлера, написанном в 1727 г. (за 80 лет до выхода в свет книги Т. Юнга), но опубликованном только в 1862 г., содержится понятие модуля упругости  $E$ , хотя для его использования в дальнейшем он применял величину

$$\frac{E}{g} \cdot \rho,$$

т. е. высоту модуля по Юнгу [6].

Математик, механик и архитектор Джордано Риккати (Riccati G., 25.02.1709 – 20.07.1790) по экспериментально измеренной частоте изгибных колебаний стальных и латунных цилиндров в 1767 г. определил отношение их модулей упругости [473], т.е. провел первое экспериментальное исследование модулей упругости.

По-видимому, Д.Риккати использовал понятие модуля упругости, которое, как указано выше, было опубликовано только в 1862 г.

Абсолютная величина отношения поперечной деформации к продольной, постоянная в пределах справедливости закона Гука, связана с именем С. Пуассона, который ввел ее в своем мемуаре, представленном в Парижскую академию наук в 1829 г. [462], и на основе молекулярной теории (см. 4.1) установил, что она равна 1/4.

### 1.3. БИОГРАФИИ

#### Огюстен Луи Коши

Механик и инженер Огюстен Луи Коши (Cauchy A. L., 21.08.1789 – 23.05.1857) родился в Париже в семье адвоката. Воспитывался отцом в строго религиозном духе и вероятно поэтому всю жизнь был очень набожным человеком и монархистом. Во время Великой Французской революции семья Коши переселилась в свое небольшое имение в Аркюэйле, по соседству с которым были имения французского математика, физика и астронома Пьера Симона Лапласа (Laplace P.S.,





О. Коши

Политехническую школу<sup>3</sup>, которую окончил через два года. Во время учебы в Политехнической школе он с большим успехом изучал математику.

23.03.1749 – 05.03.1827) и французского химика Клода Луи Бертолле (Berthollet. С. L., 09.12.1748 – 06.11.1822). Эти ученые, а также Ж. Лагранж, часто посещавший П.Лапласа, оказали большое влияние на О.Коши. Они заметили математическую одаренность Коши. В частности, Ж. Лагранж сказал: “Этот мальчик как геометр заменит всех нас”. Тем не менее он посоветовал отцу предварительно дать сыну основательное гуманитарное образование. Для этого О.Коши был определен в престижную Центральную школу Пантеона. Здесь он проявил большие способности в изучении современных и древних языков и французской литературы. После окончания средней школы в 1805 г. О. Коши поступил вторым по списку в



Рис. 1.2

Политехническая школа (рис. 1.2) была организована в 1794 г. по предложению группы ученых и инженеров во главе с создателем начертательной геометрии, французским математиком и инженером Гаспаром Монжем (Monge G., 10.05.1746 – 28.07.1818), в связи с тем, что Франции, находившейся в то время в состоянии войны с европейской коалицией, были очень нужны инженеры. На рис.1.3 изображен слушатель школы того времени. Школа представляла собой военное учебное заведение нового типа, в котором основное внимание уделялось изучению фундаментальных наук: математики, механики, физики и химии. Этим предметам посвящались первые два года и только на третьем году изучались специальные технические дисциплины.

лины. Однако вскоре третий год обучения был отменен, и выпускники Политехнической школы поступали в специальные учебные заведения: Школу военных инженеров, Артиллерийскую школу, Горную школу, Школу мостов и дорог. Таким образом, Политехническая школа стала чем-то вроде общетехнического факультета для технических высших учебных заведений страны.

Вскоре после основания Политехнической школы в ней начали преподавать такие знаменитые математики и механики, как Г. Монж, Жан Батист Жозеф Фурье (Fourier J.V.J., 21.03.1768 – 16.05.1830), Ж. Лагранж, Гаспар Клер Франсуа Мари Риш Прони (Prony G. S. F. M. R., 22.07.1755 – 28.07.1839), С. Пуассон. Кроме лекций, учебные планы предусматривали проведение упражнений по решению задач и лабораторных работ по физике и химии, которые впервые были включены в учебные планы.

После окончания Политехнической школы Коши первым по списку поступил в 1807 г. в Школу мостов и дорог, которую окончил в 1810 г., заняв первое место также и на выпускных экзаменах. После окончания школы Коши в звании кандидата на должность инженера работал на постройке Урского канала, а затем на сооружении моста в Сен-Клу. В 1810 г. уехал в Шербур, где в 21 год начал самостоятельную инженерную работу в Шербурском порту. В Шербуре О. Коши пробыл три года.

Свободное от работы время в Шербуре он посвящал математическим исследованиям и уже в 1811–1812 гг. представил несколько мемуаров в Парижскую академию наук, а в 1813 г. переехал в Париж и целиком занялся научной и преподавательской работой в Политехнической школе, Сорбонне<sup>4</sup> и Коллеже де Франс<sup>5</sup>.

Интенсивная научная работа послужила основанием для баллотировки О. Коши в Парижскую академию наук: в первый раз в 1813 г. и второй в 1814 г., но оба раза он потерпел неудачу. Только в 1816 г., когда из состава Академии по политическим мотивам были выведены: математик, механик, военный инженер и государственный деятель Лазар Николла Маргерит Карно (Carnot L. N. M., 13.05.1753 – 02.08.1829) и Г. Монж, О. Коши королевским декретом был назначен на место Г. Монжа.

После июльской революции 1830 г., преданный свергнутой династии Бурбонов, он отказался принести присягу новому императору Луи Филиппу, за что был лишен работы и уехал во Фрибур (Швейцария),



Рис. 1.3

а затем в Турин (Сардиния, ныне Италия). В Турине он читал лекции в университете по математической физике.

В 1833 г. свергнутый французский король Карл X, живший в качестве гостя австрийского императора в Праге, пригласил Коши быть учителем его сына. Впоследствии вместе с королевской семьей он жил в других городах Чехии. В награду за воспитание сына Карл X произвел Коши в бароны. Однако такая жизнь не удовлетворяла Коши, и в 1838 г. он вернулся в Париж и, поскольку члены Академии были освобождены от присяги, снова занял кресло академика.

Всюду где он жил, О. Коши интенсивно работал. Вклад О. Коши в развитие математики, математической физики, астрономии и механики исключительно велик. Как уже отмечалось выше, О. Коши в 1822 г. определил понятия напряжения и деформации [339], разработал теории напряжений и деформации, сформулировал зависимости между напряжениями и деформациями, о чем подробнее будет сказано ниже. В 1828 г. изучал изгиб пластин на основе уравнений теории упругости [340]. Он дал определение понятия непрерывности функции, определение интеграла как предела сумм, построил теорию сходящихся рядов, развил основы теории аналитических функций, поставил важнейшую задачу теории дифференциальных уравнений (задача Коши).

О. Коши также принадлежат исследования по геометрии (обобщение теории многогранников, исследование поверхностей второго порядка, приложение анализа к геометрии), алгебре (теория симметричных многочленов, теория определителей, теория матриц, комплексные числа), теории чисел (доказательство теоремы Ферма о многоугольных числах, теория целых алгебраических чисел), оптике (математическая разработка теории Френеля и теории дисперсии), астрономии (разработка вычислительных методов в астрономических исследованиях). Коши опубликовал свыше 800 работ [104]. В его жизни были периоды, когда он представлял мемуары в Парижскую академию наук каждую неделю. Академик А.Н. Крылов [58, с. 323-337] по этому поводу отмечает: “Коши писал такое множество работ, как превосходных, так и торопливых, что ни Парижская академия, ни тогдашние математические журналы их вместить не могли, и он основал свой собственный математический журнал, в котором помещал только свои работы”.

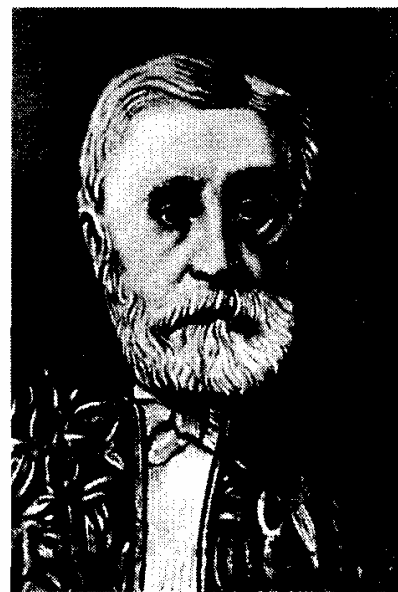
К. Гаусс\* про наиболее торопливые из них выразился так: “Коши страдает математическим поносом”. Неизвестно, не говорил ли Коши в отместку, что “Гаусс страдает математическим запором”.

\* Немецкий математик и астроном Карл Фридрих Гаусс (Gauss K.F., 30.04.1777 – 23.02.1855).

Мемуары О. Коши благодаря его солидному гуманитарному образованию написаны прекрасным французским языком. О. Коши писал стихи на французском и латинском языках. Полное собрание сочинений О. Коши состоит из 25 томов.

### **Адемар Жан-Клод Барре Сен-Венан**

Механик и инженер Адемар Жан-Клод Барре Сен-Венан (Saint-Venant A. J. K. V., 23.08.1797 – 06.01.1886) родился в замке Фортуазо на берегу Сены. Он рано лишился отца, который был его первым наставником. Среднее образование получил в классическом лицее фламандского города Брюгге, где обнаружил большие способности к математическим наукам. В 1813 г. в возрасте 16 лет поступил в Политехническую школу, из которой в 1814 г. был исключен без права поступления в нее в дальнейшем за отказ защищать Париж, когда войска союзников подходили к городу и слушатели Политехнической школы были мобилизованы. Свой отказ Б. Сен-Венан объяснил тем, что он считал Наполеона узурпатором, пытавшимся завоевать весь мир.



**Б. Сен-Венан**

После этого инцидента Б. Сен-Венан в течении девяти лет работал техником на пороховом заводе и только в 1823 г. по особому разрешению министра внутренних дел был принят без экзаменов в Школу мостов и дорог, которую, несмотря на обструкцию товарищей, не разговаривавших и не садившихся с ним за одну парту, окончил первым в 1826 г. Таким образом, так же как и О. Коши, но в более позднем возрасте, 29 лет, Б. Сен-Венан получил квалификацию инженера путей сообщения. После окончания Школы мостов и дорог, в которой Сен-Венан с восхищением слушал лекции Л. Навье, он некоторое время работал в Совете по устройству дорог и мостов, затем четыре года на строительстве канала в Ниверне и, наконец, семь лет на строительстве канала в Арденнах. Заметим, что О. Коши, Л. Навье и Б. Сен-Венан, которые являются одними из основоположников сопротивления материалов и теории упругости, все окончили вначале Политехническую школу, а затем Школу мостов и дорог, т.е. были по специальности инженерами путей сообщения, а после окончания учебы, несмотря на явное тяготение к теоретическим исследованиям, некоторое время работали как инженеры в строительстве.



Свободное время Сен-Венан посвящал исследованиям по гидродинамике и в 1834 г. представил в Парижскую академию наук два мемуара по гидродинамике, которые привлекли к Сен-Венану внимание ученых-механиков, и когда в 1837 г. Г.Кориолис, занимавший в то время кафедру прикладной механики в Школе мостов и дорог, вынужден был по болезни отказаться от преподавания, Сен-Венан был приглашен читать лекции по его предмету. В своих лекциях он использовал новейшие достижения в теории упругости.

В 1843 г. Б. Сен-Венан представил в Парижскую академию наук мемуар об изгибе кривых стержней, а в 1847 г. – о кручении стержней. Более полно эти вопросы были освещены в мемуарах 1855 и 1856 гг. [255].

В этих работах методами теории упругости были решены задачи изгиба и кручения стержней. Б. Сен-Венан также изучал деформирование прямых и кривых (в частности, пружин) стержней [475], чистый изгиб стержня прямоугольного поперечного сечения за пределами пропорциональности [254], удар и колебания балок [477].

Одновременно с работой по сопротивлению материалов и теории упругости Сен-Венан занимался гидравликой и ее практическими приложениями в сельском хозяйстве и два года (1850–1852) читал лекции по механике в Агротехническом институте в Версале.

Работы Б.Сен-Венана по сопротивлению материалов и теории упругости нашли отражение в примечаниях к его переводу книги А. Клебша [344] и в изданной им книге Л. Навье [447]. В первой он рассматривал колебания стержней и теорию удара, а во второй излагал теорию упругости анизотропных сред и исследовал вопрос о числе упругих постоянных. В результате этого книга А.Клебша выросла в объеме в три раза, а книга Л.Навье – в десять раз.

Сен-Венан был исключительно трудолюбив. Каждый день с 5 утра до 7 вечера он работал. Только вечером он появлялся в кругу семьи. И тогда лучшего собеседника по вопросам литературы и искусства трудно было бы себе представить.

В 1868 г. Б.Сен-Венан был избран действительным членом Парижской академии наук. В это же время он обратил внимание на экспериментальное исследование прессования металлов, выполненное А. Треска, которое было опубликовано в “Comptes Rendus” (доклады Парижской академии наук). Результатом были две статьи Б.Сен-Венана, напечатанные в 1871 г. [253, 254]. В этих статьях заложены основы современной теории пластичности.

### Клод Луи Мари Анри Навье

Клод Луи Мари Анри Навье (Navier K.L.M.H., 15.02.1785 – 23.08.1836) родился в г. Дижоне (Франция) в семье адвоката.

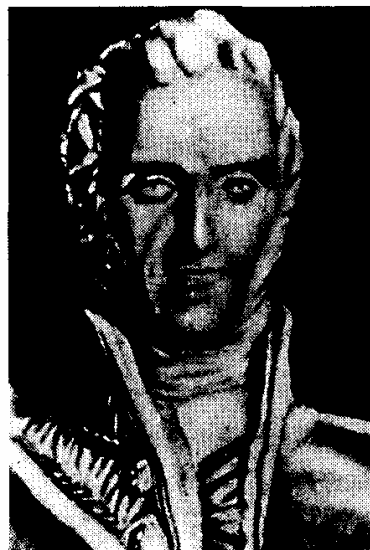
В возрасте 14 лет он лишился отца и воспитывался дядей – известным французским инженером, строителем мостов и каналов Эмилианом Мари Готэ (Gauthey E.M., 1732 – 1807). В 1802 г. Навье поступил в Политехническую школу, а после окончания ее в 1804 г. в Школу мостов и дорог, в которой учился, а затем преподавал математику его дядя.

После окончания Школы мостов и дорог в 1808 г. Л. Навье занялся редактированием и изданием трехтомного трактата о строительстве мостов и каналов, написанного Э. Готэ. Три тома этого труда вышли соответственно в 1809, 1813 и 1816 гг., причем Навье снабдил их многочисленными дополнениями и примечаниями.

В 1813 г. Л. Навье опубликовал новое издание пользовавшейся большой популярностью среди инженеров-строителей и много раз переиздававшейся книги математика, механика и инженера Бернара Фореста Белидора (Belidor B.F. 1697 – 08.09.1761) [319], первое издание которой вышло в свет в 1729 г., а в 1819 г. – первый том книги [320] того же автора.

В 1820 г. Л. Навье представил в Парижскую академию наук мемуар об изгибе пластин [446], а в 1821 г. мемуар, в котором была изложена молекулярная теория упругого твердого тела и выведены уравнения равновесия и движения его в перемещениях. Этот мемуар в сокращенном виде был опубликован в 1823 г. [445], а в полном объеме в 1827 г. [448].

В 1819 г. Л. Навье начал читать лекции по сопротивлению материалов в Школе мостов и дорог, в 1824 г. был избран в члены Парижской академии наук, а в 1830 г. назначен на должность профессора по кафедре математики и механики в Политехнической школе. Результатом чтения лекций Л. Навье в Школе мостов и дорог по сопротивлению



Л. Навье



Э. Готэ

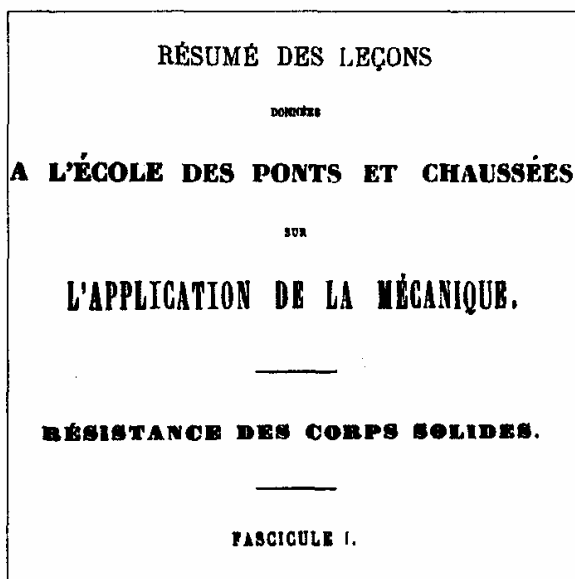


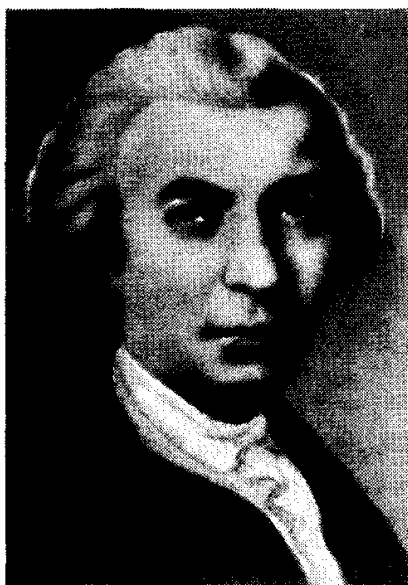
Рис. 1.4

угольного поперечного сечения на основе интегрирования приближенного уравнения упругой линии, а также исследован изгиб кривых стержней при малых перемещениях. Л. Навье впервые обратил внимание на то, что расчет статически неопределимых систем невозможен только на основе уравнений равновесия. По-видимому Л. Навье было открыто явление ползучести металлов. Оно описано в его статье [449], опубликованной в 1826 г. Навье всегда совмещал теоретические исследования с практической работой, связанной, в основном, со строительством мостов.

материалов явился его курс [447], первое издание которого вышло в свет в 1826 г. Титульный лист этой книги изображен на рис. 1.4. В нем кроме растяжения, сжатия, кручения и изгиба стержней и пластин, о чем будет сказано в соответствующих разделах, рассматривается также расчет подпорных стен, арок и ферм. Он был написан на значительно более высоком научном уровне, чем книга инженера Пьера Симона Жирара (Girard P. S., 1765 — 1836) [370], вышедшая в 1798 г.

В книге Л. Навье было дано решение задачи определения напряжений и прогибов балки прямо-

### Руджер Иосип Бошкович



Р. Бошкович

Математик, физик и астроном Руджер Иосип Бошкович (Boskovich R.I., 18.05.1711 — 13.02.1787) родился в г. Рагузе (Хорватия, ныне г. Дубровник). Учился в Римской коллегии, где в 1740 г. стал профессором математики и философии. В 1764 — 1770 гг. был профессором математики университета в Павии, а с 1773 г. директором Института оптики французского флота в Париже.

Провел ряд астрономических исследований и наблюдений, популяризировал гелиоцентрическую систему Н. Коперника и теорию тяготения И. Ньютона, исследовал

понятие живой силы, объяснял свойство упругости тел силами притяжения и отталкивания, действующими между мельчайшими частями тела [327]. Принял участие в расчете усиления купола собора св. Петра в Риме.

В 1759 г. Р. Бошкович был избран членом-корреспондентом Парижской академии наук, в 1760 г. — почетным членом Петербургской академии наук, а в 1761 г. — членом Лондонского королевского общества.

### Василий Захарович Власов

Механик и инженер Василий Захарович Власов (24.11.1906 — 07.08.1958) родился в селе Карееве Калужской губернии. В 1924 г. окончил среднюю школу в г.Тарусе и поступил на геодезический факультет Московского межевого института, откуда в 1926 г. перевелся на инженерно-строительный факультет Московского высшего технического училища (ныне Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана), которое окончил в 1930 г., получив квалификацию инженера-строителя по специальности мостостроения. После окончания МВТУ был оставлен на педагогическую работу на кафедре строительной механики инженерно-строительного факультета.



В.З. Власов

Инженерно-строительный факультет МВТУ в 1930 г. был преобразован в Высшее инженерно-строительное училище (ВИСУ), которое впоследствии влилось в Военно-инженерную академию им. В.В. Куйбышева. После окончания МВТУ В.З. Власов был оставлен на педагогической работе на кафедре строительной механики ВИСУ. Одновременно он начал работать в Центральном научно-исследовательском институте промышленных сооружений (ЦНИИПС) (с 1930 по 1951 гг.), а затем в Институте механики Академии наук СССР (с 1946 по 1958 гг.).

Первым крупным научным достижением В.З. Власова было создание в 1936 г. теории расчета незамкнутых цилиндрических оболочек и складчатых покрытий, которая была изложена в монографии [140]. За эту книгу автору была присвоена ученая степень доктора технических наук. В монографии методы строительной механики применя-

ются к расчету оболочек. Дифференциальные уравнения в частных производных вариационным методом, разработанным автором, приводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям. Этот метод был использован и в дальнейшем Власовым и другими авторами для решения различных задач. Заметим, что независимо от В.З. Власова к аналогичной идее на математической основе пришел математик Леонид Витальевич Канторович (1912 – 1986).

В.З. Власовым разработана общая теория изгиба и кручения стержней открытого профиля [143], впервые опубликованная в 1940 г. и удостоенная Государственной премии.

Необходимо отметить также созданный В.З. Власовым метод начальных функций, аналогичный методу начальных параметров.

В 1949 г. вышли в свет монографии В.З. Власова [141, 142], удостоенные Государственной премии. В них подведены итоги исследований автора по теории оболочек; изложена техническая теория пологих оболочек, рассмотрены локальная устойчивость и колебания оболочек, получены общие уравнения оболочек, вывод которых не связан с кинематическими гипотезами, и дано распространение методов строительной механики на теорию оболочек.

В последние годы жизни Власов занимался созданием методов расчета толстостенных плит на основе решений пространственной задачи теории упругости.

В 1953 г. В.З. Власов был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР.

В 1962 – 1964 гг. были изданы избранные труды В.З. Власова в трех томах.

### Роберт Гук



Р. Гук

Физик и механик Роберт Гук (Hook R., 18.07.1635 – 03.03.1703) родился в семье священника в деревне Фрешуотер на острове Уайт (Англия). Отец прочил его в священники, но увидев, что мальчик проявляет склонность к изобретению механических игрушек, изменил свое решение и наметил для сына карьеру часового мастера. Однако часовым мастером Р.Гук не стал, хотя, как говорилось выше, одно время и работал над созданием конструкции точного хода часов. Отец Гука умер в 1648 г., когда сыну было 13 лет, и в этом же году Гука определили в

частную школу в Вестминстере, где он с успехом изучал физику и математику и древние языки: латинский, древнегреческий и еврейский. Современники Гука рассказывали, что шесть книг “Начала” Евклида он изучил за одну неделю.

В 1653 г. Р.Гук поступил в Оксфордский университет. В студенческие годы Гук входит в кружок ученых, из которых позднее образовалось Лондонское Королевское общество — Академия наук Великобритании.

После окончания университета Гук работал ассистентом вначале у химика Р. Уиллиса (Willis R.), а затем у физика Роберта Бойля (Boyle R., 28.01.1627 — 30.12.1691).

В 1662 г. он был удостоен ученой степени магистра искусств и по рекомендации Р.Бойля получил должность куратора по проведению экспериментов в Лондонском Королевском обществе, которое было организовано в этом же году. В обязанности куратора входило проведение оригинальных и интересных опытов на еженедельных заседаниях общества. В этой должности Гук состоял до 1677 г. Изумительная техническая изобретательность Гука, его великолепное искусство экспериментатора нашли в этой работе хорошее применение.

В 1663 г. Р. Гук стал членом Лондонского Королевского общества, а в 1677 г. его секретарем. Эту обязанность он исполнял до 1683 г.

Р. Гук и Исаак Ньютон (Newton I., 04.01.1643 — 31.03.1727) были единственными членами Королевского общества, не вносившими обязательных в то время для членов общества денежных взносов, поскольку они поддерживали жизнеспособность общества своей деятельностью.

В 1664 г. Р. Гук получил должность профессора геометрии в колледже Грешем Лондонского университета. Математика не его призвание, а его заработок. Однако жалованье профессора было столь невелико, что Р. Гук должен был добиваться катлеровских лекций, финансируемых богатым меценатом Катлером.

Когда в 1666 г. в Лондоне произошел грандиозный пожар, уничтоживший большую часть города, для составления планов восстановления города и руководства строительными работами был организован комитет, в состав которого вошел Р. Гук: он занял должность главного инспектора по восстановлению Лондона. Р. Гук был превосходным администратором и талантливым архитектором, хорошо знавший строительное дело и архитектуру. В том, что уже через восемь лет — к 1674 г. Лондон восстал из руин, большая заслуга Р. Гука.

Из научных работ раннего периода наиболее значительной является “Микрография”, опубликованная в 1665 г. В ней дано описание

опытов по микроскопированию различных объектов. Он был прекрасным микроскопистом и рисовальщиком. Ему многим обязаны биология, в которой он открыл клеточное строение растений.

Одновременно с созданием “Микрографии” Р. Гук работает в области механики, он экспериментально установил закон прямой пропорциональности перемещений приложенным силам [389].

Р. Гук подошел к формулировке закона тяготения и изучал цвета тонких пластинок раньше И. Ньютона. Он развил идею волновой природы света. Р. Гук разработал основные принципы кинетической теории газов. Он предложил принять за нуль градусов точку замерзания воды. Работая с Р. Бойлем, он построил “пневматическую машину”, – “прабабушку паровой машины” изобретателя Джемса Уатта (Watt J., 19.01.1736 – 25.08.1819). Р. Гуку принадлежит конструкция сложного телескопа. В истории земли он отводил большую роль внутренним динамическим процессам, таким, как извержения и землетрясения.

Р. Гук был на редкость активным человеком. Он каждодневно испытывал острую потребность в общении с людьми самых различных положений и профессий. Он был завсегдатаем наиболее популярных лондонских кафе, в которых беседовал со знакомыми и незнакомыми людьми по самым разнообразным вопросам науки, техники и политики. На книжных аукционах он годами гонялся за излюбленными редкими книгами, например, за сочинениями одного из творцов неоплатонизма древнегреческого философа Плотина. Он приходил на лондонские пристани в часы прибытия кораблей из далеких стран, чтобы в беседах с моряками и купцами из первых рук узнавать коммерческие и политические новости.

После смерти Р. Гука президентом Общества был избран И. Ньютон, с которым Гук до конца своих дней был в глубокой ссоре. Причиной этого были неоднократные споры о приоритете на открытия и разногласия по некоторым важным научным вопросам.

Став президентом Королевского общества, И. Ньютон не стремился сохранить для потомков память о Гуке. В результате оказался навсегда потерянным его портрет, имевшийся в Грешемском колледже, а также уничтожены многочисленные экспериментальные установки, созданные Гуком для проведения опытов на заседаниях Королевского общества. На странице 21 дан портрет, взятый из книги [13], выполненный по описаниям современников. В конце этой книги приведены 19 положений, определяющих значение Р. Гука в развитии человеческой культуры.

Э.Н. да Коста Эндрейд, написавший большую биографию Р. Гука [103], закончил ее так: “Восхищайтесь Р. Гуком, он достоин Вашего восхищения”.

### Эдме Мариотт

Физик и механик Эдме Мариотт (Mariotte E., 1620 – 12.05.1684) родился в г. Дижоне (Франция) и был игуменом (настоятелем) монастыря св. Мартина вблизи Дижона.

Проектируя водоснабжение Версальского дворца, Э. Мариотт заинтересовался прочностью материалов. В результате испытания деревянных и стеклянных стержней на растяжение и изгиб он установил закон прямой пропорциональности между перемещениями и приложенными силами, по видимому, ранее открытый Р. Гуком. Кроме того, Мариотт вплотную подошел к решению задачи изгиба консольной балки прямоугольного поперечного сечения, и только досадная ошибка не позволила ему вывести правильную формулу для разрушающей силы. Эти исследования Э. Мариотта изложены в его сочинении, посвященном, в основном, движению жидкостей [426].

Он также обобщил результаты исследований соударения упругих тел и колебаний маятника и изобрел баллистический маятник.

В 1676 г., исследуя зависимость объема газа от давления при постоянной температуре, он экспериментально установил обратную пропорциональную зависимость этих величин (закон Бойля – Мариотта). До Мариотта этот закон был сформулирован полностью Р. Бойлем и Р. Тоунли в 1661 г. Однако только в опытах Мариотта он получил полное подтверждение. Мариотт экспериментально доказал увеличение объема воды при замерзании, подтвердил формулу Торричелли (Torricelli E.) для скорости истечения жидкости.

Э. Мариотт также обнаружил слепое пятно в глазу, исследовал цветные кольца вокруг Солнца и Луны, изучал радуго, дифракцию света и лучистую теплоту, был инициатором регулярного измерения атмосферных осадков.



Э. Мариотт

### Томас Юнг

Физик, механик и врач Томас Юнг (Young T. 13.06.1773 – 10.05.1829) родился в квакерской<sup>6</sup> семье в г. Мильвертоне (графство Сомерсет, Англия). Уже в раннем детстве мальчик обнаружил заме-





Т. Юнг

чательные всесторонние способности. Двух лет от роду он бегло читал. В возрасте восьми лет начал заниматься геодезией и математикой, а с девяти лет – изучать языки. Говорят, что французский, итальянский и немецкий он начал учить для того, чтобы удовлетворить любопытство одного из товарищей, который нашел на чердаке своего дома много иностранных книг и захотел узнать их содержание, персидский и арабский для того, чтобы узнать – резко ли отличаются восточные языки от европейских, а древнееврейский для того, чтобы читать Ветхий завет в подлиннике. В четырнадцать лет кроме указанных выше он знал также латинский и древнегреческий языки.

Рассказывают, что отец одного мальчика, выбирая товарища в ученье для своего сына и желая узнать, хорош ли почерк молодого Юнга, просил его переписать несколько фраз. Юнг удалился в другую комнату и довольно долго там задержался, так что экзаменатор начал уже посмеиваться над “квакерчиком”. Когда Юнг вернулся, он показал переписанные великолепным почерком фразы, а задержку объяснил тем, что он не только переписал, но и перевел их на девять языков.

Своей специальностью Юнг избрал медицину, полагая, что это самая трудная отрасль знания, и изучал ее с 1792 г. сначала в Лондонском, затем в Эдинбургском и, наконец, в Геттингенском университетах. В последнем в 1796 г. он получил ученую степень доктора медицины. В 1793 г. Юнг представил в Лондонское Королевское общество работу по физиологии зрения. После возвращения в Англию в 1797 г. Т. Юнг некоторое время был вольнослушателем в Кембриджском университете и выполнил в это время большое исследование по теории звука и света, которое в 1800 г. было прочитано в Лондонском Королевском обществе. В 1801 г. он открыл явление интерференции света и затем выполнил ряд исследований по физической оптике.

В 1802 г. Т. Юнг был избран членом Лондонского Королевского общества и утвержден профессором натуральной философии в Королевском институте, который был основан для распространения знаний по естественным наукам. Однако лекции Юнга, вследствие краткости изложения, не были доступны слушателям и поэтому не пользовались успехом. В 1803 г. Т. Юнг прекратил чтение лекций и на их основании написал двухтомный труд, изданный в 1807 г. [506], в котором он отметил справедливость закона Гука только в начальной стадии нагружения, определил, хотя и в весьма туманной форме, понятие

модуля упругости, обратил внимание на то, что при растяжении-сжатии стержня размеры поперечного сечения его изменяются. В этом же труде Т. Юнг указал на пропорциональность радиусу внутренних касательных сил в поперечном сечении скрученного круглого стержня, отметил наличие сдвигов при поперечном изгибе балки, рассмотрел внецентренное продольное нагружение стержня прямоугольного сечения и дал формулу для коэффициента, на который нужно умножать значение прогиба от поперечной нагрузки, для того чтобы получить прогиб при продольно-поперечном изгибе с учетом изгибающего действия продольных сил:

$$\frac{1}{\left(1 - \frac{P}{P_3}\right)},$$

где  $P_3$  — эйлерова сила.

В 1811 г. Т. Юнг занял место врача в больнице св. Георгия в Лондоне. Рассказывают, что он не пользовался успехом у пациентов, так как был весьма нерешителен в постановке диагнозов. В 1818 г. Т. Юнг был назначен секретарем “Комиссии долгот”, и тогда он значительно уменьшил медицинскую практику и в основном занимался составлением “Мореходного календаря”.

Т. Юнг был светский человек. Он с удовольствием посещал вечера, на которых собиралась знать, блистал на них остроумием, играл почти на всех музыкальных инструментах (даже на шотландской волынке) и был хорошим знатоком живописи.

### Леонард Эйлер

Математик и механик Леонард Эйлер (Euler L., 15.04.1707 — 18.09.1783) родился в семье небогатого пастора в г. Базеле (Швейцария). Первоначальное образование получил под руководством отца, который в молодости учился математике у Якова Бернулли (Bernoulli J.). Осенью 1720 г. в 13 лет Эйлер поступил в Базельский университет, где слушал лекции Иоганна Бернулли (Bernoulli I.), который, заметив способности молодого человека, стал заниматься с ним особо по субботам. В 1724 г. в возрасте 16 лет за работу, посвященную сравнению философии Декарта и Ньютона, он получил ученую степень магистра искусств. Будучи



Л. Эйлер

студентом университета Л. Эйлер некоторое время, по настоянию отца, изучал богословие. Однако оно не увлекло его, и вскоре он целиком отдался изучению математики. В 1726 — 1727 гг. он выступил с первыми научными работами по механике, опубликованными в журнале “Acta eruditorum”, и принял участие в конкурсе, объявленном Парижской академией наук на тему о наилучшем расположении мачт на корабле. Эта работа была опубликована.

В 1725 г. в Петербурге была создана Академия наук и два брата Бернулли — Даниил и Николай — приняли предложение стать ее членами. Л. Эйлер также очень хотел приехать в Россию и просил братьев Бернулли, после их переезда, содействовать ему в этом. Однако в Академии больше не было вакансий по математике и физике и ему предложили должность адъюнкта (члена-корреспондента) по физиологии. Эйлер согласился и немедленно начал изучать медицину. Когда же он в 1727 г. приехал в Петербург (в день смерти вдовы Петра I императрицы Екатерины I), то должность адъюнкта по кафедре физики оказалась свободной, он занял ее и начал активно вести научную работу. Таким образом, поехав в Россию физиологом, Эйлер приехал физиком.

В 1730 г. после отъезда в Германию Г.Б. Бюльфингера Л. Эйлер стал профессором (т.е. действительным членом академии) по кафедре физики. В 1733 г., после смерти своего брата Николая, Д. Бернулли покинул Петербург и возвратился в Базель. Теперь кафедра математики освободилась, и Эйлер стал профессором этой кафедры. В России Эйлер нашел хорошие условия для работы. Его статьи стали появляться в органе Академии: “Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae”. За 14 лет первого периода жизни в России Л. Эйлер подготовил к печати около 80 работ, в их числе свою знаменитую книгу по механике (1736 г.), в которой вместо геометрических методов Ньютона ввел аналитические методы и использовал для решения задач динамики дифференциальное и интегральное исчисление. В 1749 г. он опубликовал капитальное двухтомное сочинение “Морская наука” по теории кораблестроения и кораблевождения. Деятельность Л. Эйлера в этот период была многогранной. Он изучил русский язык, читал лекции студентам Академического университета, писал учебники, работал над составлением карт России, участвовал в различных технических экспертизах.

Смутное время в политической жизни в России, атмосфера деспотизма в Академии наук привели к тому, что Л. Эйлер принял приглашение прусского короля Фридриха II и переехал в 1741 г. в Берлин, где предстояло реорганизовать бездействовавшее общество наук в новую академию. В ней Л. Эйлер стал директором класса математики и после смерти в 1759 г. первого президента академии Пьера Луи Моро Мопертюи (Maupertuis P. L. M., 17.08.1698 —

27.07.1759) фактически руководил академией. За время пребывания в Берлине в течение 25 лет Л. Эйлер написал 300 работ. Среди них ряд больших монографий по математическому анализу. Он продолжал интересоваться чисто прикладными задачами: консультировал работы по проведению канала между Хавелем и Одером, заложил основы теории турбин, развил учение о движении круглого снаряда в воздухе, изыскивал форму зубцов зубчатых передач, занимался оптической техникой. Будучи в Берлине, Л. Эйлер не переставал сохранять контакты с Петербургской академией наук. Он приобретал оборудование и литературу для академии, редактировал математический отдел академического журнала, где опубликовал столько же статей, сколько и в органе Берлинской академии наук, руководил подготовкой русских математиков, командированных в Берлин.

Рассказывают, что когда Фридрих II спросил Эйлера, где он изучил то, что знает, последний ответил, что всем обязан своему пребыванию в Петербургской академии наук. Во время семилетней войны с Пруссией, когда русские войска заняли Берлин и дом Эйлера пострадал, русское командование принесло ему извинения и возместило убыток, а императрица Елизавета, кроме того, прислала ему крупную сумму денег.

Возникшие между Эйлером и Фридрихом II расхождения по вопросам работы в академии привели к тому, что Эйлер, преодолев сопротивление короля, принял предложение Екатерины II и в 1766 г. вернулся в Петербург.

Еще в первый период пребывания в России в результате напряженной работы Л. Эйлер потерял правый глаз, а после переезда в Россию в 1766 г. — левый. Операция восстановила зрение. Однако в результате того, что он преждевременно вновь принялся за работу, он снова потерял зрение. Во второй период жизни в России в течение 17 лет, несмотря на почти полную слепоту, Эйлер продолжал интенсивно работать и подготовил около 400 трудов. Он по-прежнему интересовался техническими вопросами и принял участие в экспертизе одноарочного моста через Неву, спроектированного И.П. Кулибиным, оказав ему поддержку.

Хотя Эйлер был в основном математиком, он развивал математический аппарат применительно к задачам естествознания и техники, и ему принадлежат выдающиеся результаты в механике, сопротивлении материалов, астрономии, физике, теории музыки, теории механизмов, баллистике, морском деле, страховом деле и т.д. Широтой диапазона исследований и работоспособностью он поражал своих современников. Лаплас советовал своим ученикам: «Читайте Эйлера — он наш общий учитель».

Л. Эйлеру принадлежит современное определение модуля упругости. В 1744 г. он исследовал изгиб консольного стержня постоянного

и переменного поперечных сечений, изогнутого силой и равномерно распределенной нагрузкой при больших перемещениях, а также изгиб кривого стержня малой кривизны. Дифференциальные уравнения изгиба интегрировались в рядах [307]. В работах, опубликованных в 1744, 1757, 1778 гг. [307, 361, 362, 363], Л. Эйлер поставил и решил ряд задач устойчивости сжатых стержней. В 1767 г. он сделал первую попытку исследования колебаний мембраны [361].

Он впервые поставил и решил задачу устойчивости сжатого стержня постоянного поперечного сечения с различными закреплениями концов, как при сжатии сосредоточенной силой, так и при сжатии равномерно распределенной нагрузкой. Решения были построены на основе интегрирования приближенного и точного дифференциальных уравнений. В последнем случае интегрирование производилось в рядах. Ему же принадлежит решение задачи устойчивости стержня, жесткость которого изменяется по длине стержня по степенному закону.

По отзывам современников Эйлер был физически крепок. Слабым местом с юных лет были глаза.

Он был уравновешенным, но твердым и настойчивым человеком, хорошо знал историю, литературу, современные и древние языки, а также естественные науки.

18 сентября 1783 г., как сказал философ и математик Мари Жан Антуан Николя Кондорсе (Condorset M. J. A. N., 17.09.1743 — 29.03.1794), “гений перестал вычислять и жить”. Труды Л. Эйлера печатались Академией наук после его смерти в течение 40 лет, а полное собрание сочинений, содержащее 850 названий, начало печататься в Швейцарии в 1909 г. и закончено в 1975 г., и составило 72 тома.

### Симеон Дени Пуассон

Математик и механик Симеон Дени Пуассон (Poisson S. D., 21.06.1781 — 25.04.1840) родился в маленьком городке Питивье близ Парижа в бедной семье. В детстве он хорошо учился, и его учитель говорил: “Маленькая рыбка (пуассон по-французски рыба) станет большой, если бог продлит ее век”. В 1798 г. С. Пуассон с отличием выдержал экзамен и поступил в Политехническую школу, где его выдающиеся способности были отмечены Ж. Лагранжем и П. Лапласом. Однако он проявил полную неспособность к черчению, и руководители школы, решив что инженером он не будет, освободили его от этого предмета, заменив его математикой.

Освобождению Пуассона от черчения предшествовал такой инцидент. Один из учеников Политехнической школы при ответе Ж. Лагранжу, который был профессором школы, привел более краткое до-

казательство одной из теорем, которую Лагранж излагал на лекции. Когда Лагранж спросил ученика, откуда он узнал это доказательство, тот ответил, что оно было сообщено ему его товарищем Пуассоном. Ж. Лагранж оценил способности Пуассона и ходатайствовал об освобождении его от черчения.

Этим, очевидно, объясняется то, что после окончания Политехнической школы в 1800 г. он не поступил ни в одну из технических школ, о которых говорилось выше, а был оставлен репетитором для ведения упражнений по математике, в 1802 г. получил должность помощника профессора, а в 1806 г. — профессора, и ему было поручено чтение лекций по анализу. В 1809 г. он был назначен профессором рациональной механики в Сорбонну.

В 1812 г. С. Пуассон был избран членом Парижской академии наук, а в 1826 г. — почетным членом Петербургской академии наук. Он был членом или членом-корреспондентом почти всех европейских и американских академий.

В 1825 г. С. Пуассон получил титул барона, но никогда им не пользовался и даже отказался от диплома. В 1827 г. он был назначен членом палаты пэров.

По направлению своей научной работы Пуассон был математиком. Он говорил: «Жизнь украшается двумя вещами: занятием математикой и ее преподаванием».

Им написано свыше 300 работ по определенным интегралам, уравнениям в конечных разностях, дифференциальным уравнениям в частных производных, дифференциальной геометрии, теории вероятности, статистике, вариационному исчислению, рядам, теории девиаций, внешней баллистике, гидромеханике, некоторым задачам теории планет, устойчивости солнечной системы, теории притяжения, электростатике.

В теории упругости Пуассон вывел общие уравнения равновесия и граничные условия на основе гипотезы о молекулярном строении тела (см. 4.1), получил уравнения теории изгиба пластин, используя основные уравнения теории упругости, а также исследовал колебания пластин и стержней и распространение волн. По-видимому, уравнение изгиба стержней, содержащее четвертую производную прогиба, было получено им впервые. Он же впервые применил для исследования изгиба стержней ряды Фурье.



С. Пуассон

## Г л а в а II

# МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ

### 2.1. КРАТКОВРЕМЕННОЕ НАГРУЖЕНИЕ

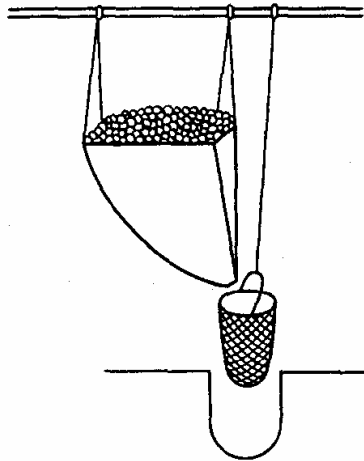


Рис. 2.1

После решения задачи растяжения-сжатия стержня в курсах сопротивления материалов, как правило, рассматриваются результаты экспериментального изучения растяжения-сжатия — механические свойства материалов.

Вероятно, одним из первых, кто производил испытания материалов на растяжение, был Леонардо да Винчи. Он испытывал на растяжение проволоки различной длины, измеряя разрывающую силу и удлинение в момент разрыва. В его заметке “Испытание сопротивления железных проволок разных длин” приведен рисунок (рис. 2.1), иллюстрирующий это испытание.

Интересно отметить, что Леонардо да Винчи установил увеличение разрывающей силы с уменьшением длины испытываемой проволоки, что, очевидно, было проявлением масштабного эффекта.

Испытание материалов на растяжение производил также Г. Галилей.



Рис. 2.2

В книге [150], вышедшей в Лейдене в 1638 г., титульный лист которой изображен на рис. 2.2, он описал результаты произведенных им испытаний на растяжение. Иллюстрация к таким испытаниями, приведенная в этой книге, изображена на рис. 2.3.

Г. Галилей установил, что сила, разрывающая стержень, пропорциональна площади его поперечного сечения и не зависит от длины.

Э. Мариотт также начал исследования по сопротивлению материалов с испытаний на растяжение. Он испытывал образцы из различных пород дерева и различных сортов бумаги [426].

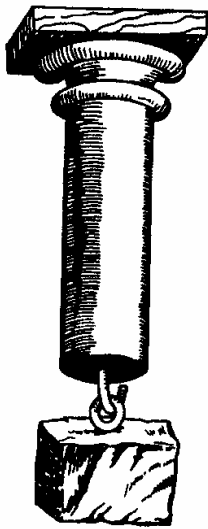


Рис. 2.3

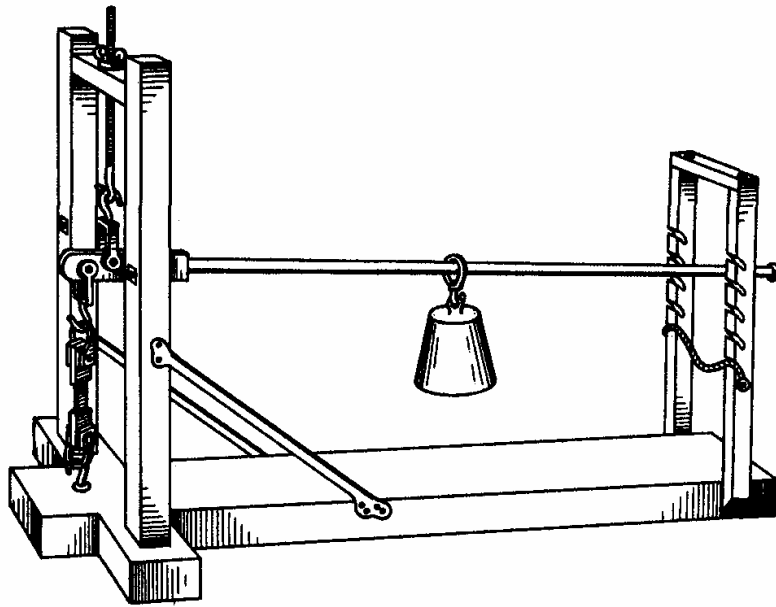


Рис. 2.4

Влияние различных способов термообработки на механические свойства проволоки было изучено Р. Реомюром, который построил одну из первых машин рычажного типа. Им же был изобретен метод измерения твердости путем замера углублений в двух треугольных призмах при вдавливании их одна в другую ребрами, расположенными под прямым углом, так что ребро одной призмы составляет одинаковые углы с гранями другой призмы. Результаты своих исследований Р. Реомюр изложил в нескольких мемуарах, представленных в Парижскую академию наук в 1720 – 1722 гг., и в книге, вышедшей в 1722 г. [470].

П. Мушенбрук построил машину для испытаний на растяжение тоже рычажного типа (рис. 2.4). На рис. 2.5 изображены захваты его испытательной машины, а на рис. 2.6 – установка для испытания на сжатие. Результаты испытаний П. Мушенбрука были опубликованы в его книге, вышедшей в свет в 1729 г. [440]. Они были получены при испытании малых образцов, так как его машина позволяла доводить до разрушения только образцы малых размеров, и поэтому были подвергнуты критике Ж. Бюффеном. Он провел обширные исследования механических свойств древесины и установил, что дерево является резко неоднородным материалом и поэтому испытания образцов небольших размеров не дают представления о прочности деревянных конструкций. Результаты его исследований опубликованы в книге [331], вышедшей в свет в 1775 г.

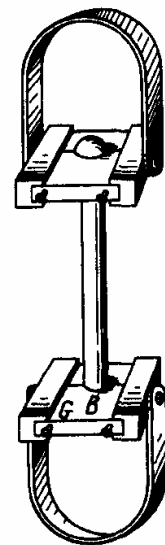


Рис. 2.5



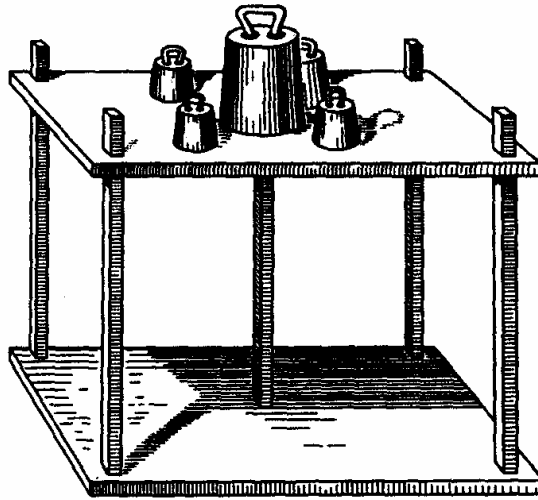


Рис. 2.6



Ж. Ронделе

Э. Готэ сконструировал рычажную машину для испытаний на сжатие каменных материалов (рис. 2.7). Потребность в таких испытаниях возникла в связи с постройкой церкви св. Женевьевы в Париже. Эта машина была усовершенствована инженером Жаном Батистом Ронделе (Rondelet J. B., 1734–1829), который заменил ось опорной призмы, тем самым уменьшив трение в этом узле. Описание машины Ж. Ронделе приведено в его книге [474], первое издание которой вышло в 1812 г.

Обширные исследования прочности каменных материалов были произведены инженером, одним из организаторов, первым и многолетним (в течение 47 лет) директо-

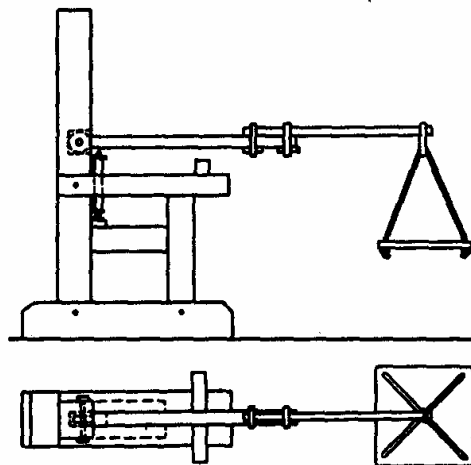


Рис. 2.7

ром основанной в 1747 г. в Париже Школы мостов и дорог Жаном Родольфом Перроне (Peronet J. R., 1708 – 1794). Для испытания Ж. Перроне спроектировал реверсор, при помощи которого на прессе можно было производить испытания на растяжение.

В книге [190] С.К. Котельникова, опубликованной в 1773 г., дано определение предела прочности материала как отношения силы, разрывающей образец, к первоначальной площади его поперечного сечения. Эта величина названа им “крепостью” материала. В книге приведены таблицы этой величины для различных металлов и пород дерева.

В работе Ш. Кулона, опубликованной в 1773 г. [352], приведены результаты испытаний на растяжение и сжатие образцов песчаника.

Большое экспериментальное исследование растяжения стержня было выполнено Ф. Герстнером. В книге [369], вышедшей в 1831 г., он изложил результаты экспериментального исследования растяжения рояльных струн и установил, что зависимость растягивающей силы  $F$  от удлинения имеет параболический характер:

$$F = a \Delta l - b (\Delta l)^2,$$

где  $a$  и  $b$  постоянные. При малых удлинениях вторым слагаемым можно пренебречь, и тогда справедлив закон Гука. Ф. Герстнер сформулировал закон разгрузки, согласно которому уменьшение напряжений при разгрузке прямо пропорционально уменьшению деформаций, причем коэффициент пропорциональности тот же, что в начальной стадии нагружения (модуль упругости), т.е. разгрузка подчиняется закону Гука. Он также установил, что при вторичном нагружении напряжением того же знака пластические деформации возникают при напряжении, от которого производилась разгрузка, т.е. в результате нагружения за пределы пропорциональности границы справедливости закона Гука расширяются. Это дало возможность Ф. Герстнеру рекомендовать предварительно растягивать за пределы пропорциональности проволоку, предназначенную для использования в висячих мостах.

В России первая машина для испытаний на растяжение была построена в 1824 г. по инициативе Г. Ламе на Петербургском механическом заводе Берда по заказу Главного управления путей сообщения. В то время Ламе был профессором Петербургского института корпуса инженеров путей сообщения. Вероятно, машина строилась без чертежей и была результатом творчества рабочих завода Берда.



Ж. Перроне

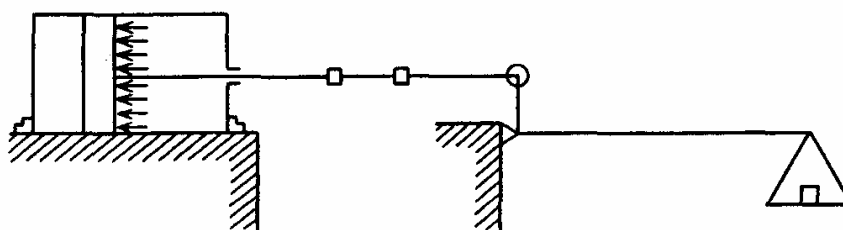
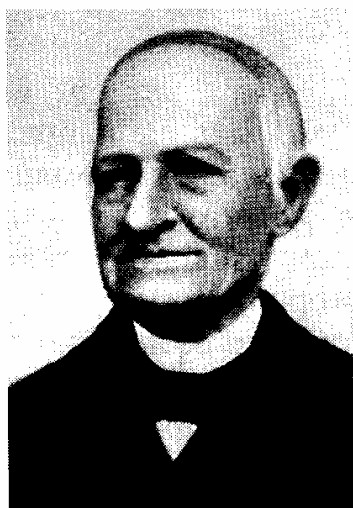


Рис. 2.8



Г. Ламе

Описание машины, предназначенной для испытания цепей висячих мостов (цепепробной машины), названной Г. Ламе сидерометром, дано в его статье [416] в 1825 г. Схема машины изображена на рис. 2.8. Нагружение образца производилось за счет движения поршня гидравлического насоса. Результаты испытаний, проведенных Г. Ламе, описаны в его мемуаре [417], опубликованном в 1826–1827 гг. Ламе заметил образование шейки при испытании образца на растяжение, а также нагрев образца при деформировании его за пределами пропорциональности.



П. Лагерхjelм

По проекту физика Пера Лагерхjelма (Lagerhjelm P., 1787–1856) в 1826 г. была построена машина для испытаний на растяжение, подобная машине Г. Ламе. Экспериментальные исследования, проведенные на этой машине П. Лагерхjelмом, позволили установить [412], что модуль упругости железа является стабильной величиной, которая не зависит от технологических процессов изготовления металла и от его термической обработки, в то время как на пределы пропорциональности и прочности они оказывают сильное влияние. П. Лагерхjelм считал, что прочность железа прямо пропорциональна его пределу пропорциональности. Он установил также, что величины модуля упругости, полученные статическим и динамическим методами, совпадают и что плотность материала перед разрывом меньше, нежели до разрыва. Машина Лагерхjelма была исполь-

зована механиком и инженером директором политехнического института в Стокгольме Кнутом Стиффе (Styffe K., 1824–1898) для исследования механических свойств железа и стали, применявшихся в

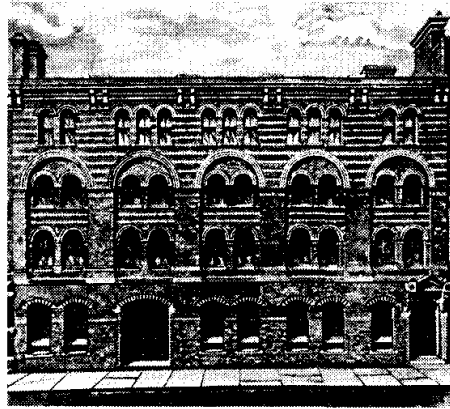


Рис. 2.9

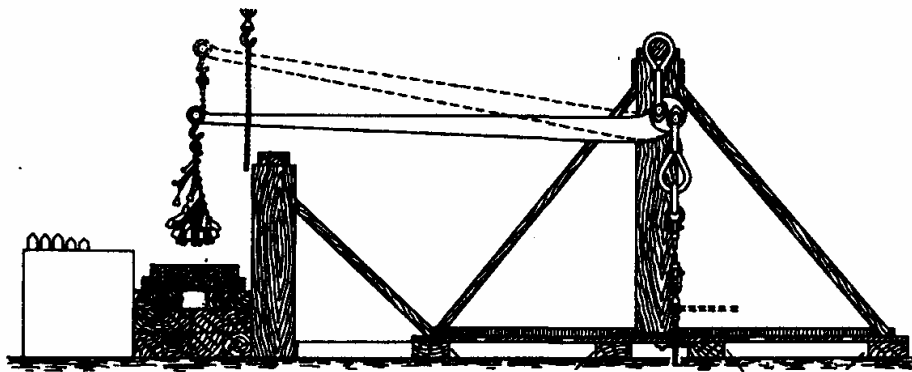


Рис. 2.10

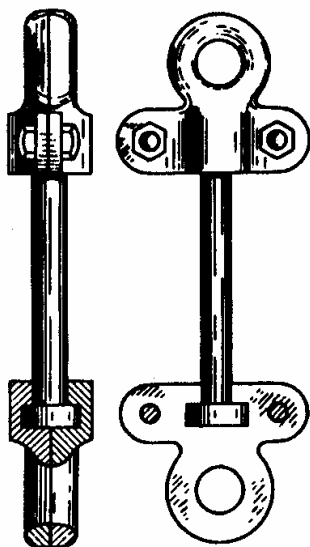


Рис. 2.11

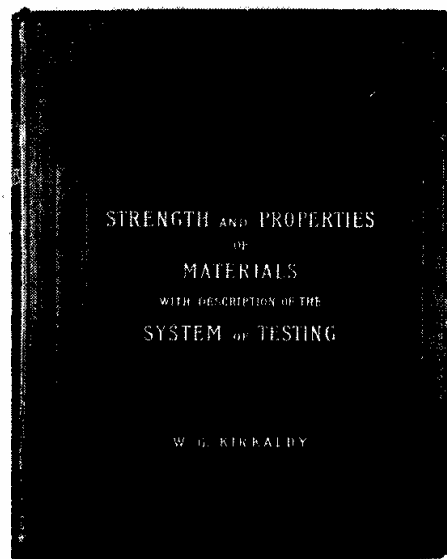


Рис. 2.12

железнодорожном строительстве в Швеции. В частности, он изучил влияние на механические свойства температуры в интервале от  $-50$  до  $200^{\circ}\text{C}$ . К. Стиффе пользовался репутацией крупного специалиста в металлургии и механических свойствах материалов.

Дальнейшее развитие исследования растяжения и сжатия связано с организацией лаборатории механических испытаний. Вероятно, первая такая лаборатория была создана в России в 1853 г. П.И. Собко в Институте инженеров путей сообщения.

В дальнейшем развитии этой лаборатории руководил Н.А. Белелюбский. Работы, проводимые этой лабораторией, обсуждались на международных конгрессах по испытанию материалов.



Д. Киркальди

За рубежом одной из первых лабораторий по испытанию материалов была частная лаборатория Дэвида Киркальди (Kirkaldy D.), открытая в 1865 г. в Лондоне. На рис. 2.9 изображено здание лаборатории Д. Киркальди.

Д. Киркальди построил испытательную машину (рис. 2.10). На рис. 2.11 изображены образцы для испытаний на машине Д. Киркальди. Результаты исследований, которые Д. Киркальди производил в течение трех лет с 1858 по 1861 гг., были изложены в его книге [407], опубликованной в 1862 г. На рис. 2.12 изображен титульный лист книги его сына, вышедшей в свет в 1891 г., в которой описано оборудование лаборатории, а также результа-

ты испытаний некоторых материалов. Несовершенная измерительная техника того времени не позволила Киркальди получить диаграмму растяжения. Он определял только разрушающую нагрузку, остаточное удлинение и уменьшение площади поперечного сечения образца в момент разрыва. Однако и на основе этих испытаний им был сделан ряд интересных заключений. Киркальди установил, что остаточная деформация в момент разрыва зависит от отношения длины образца к его диаметру. Он сделал правильный вывод о том, что качество материала определяется не только его пределом прочности, но также и некоторой характеристикой пластичности, за которую Киркальди принимал остаточную деформацию или остаточное относительное сужение площади поперечного сечения образца в момент разрыва.

Диаграмму растяжения материала ввел Ж. Понселе в 1828–1829 гг. [465]. Он считал ее важнейшей характеристикой материала и отметил, что площадь, ограниченная этой диаграммой и осью в определенном масштабе, равна отношению работы, необходимой для разрушения

образца к его объему, и что в пределах пропорциональности эта работа равна

$$\frac{\sigma^2 A l}{2 E},$$

где  $E$  — модуль упругости,  $\sigma$  — напряжение в поперечном сечении,  $A$  — площадь поперечного сечения,  $l$  — длина стержня. Заметим, впрочем, что первая попытка изображать графически зависимость между силой, растягивающей образец, и его удлинением была сделана математиком и механиком Джакомо Франческо Риккати (Riccati J. F., 28.05.1676 — 15.04.1754) в 1721 г. [472].

Однако реальное получение качественных диаграмм растяжения материала стало возможным только после того, как инженером А.Г. Гагариным был в 1895–1900 гг. сконструирован и построен пресс, который долгое время был лучшей машиной для механических испытаний материалов. В 1896 г. пресс был удостоен золотой медали на Всероссийской промышленной выставке в Нижнем Новгороде.

В Германии первая лаборатория испытания материалов была организована в 1871 г. в Высшей технической школе г. Мюнхена (Германия) профессором механики этой школы И. Баушингером. Он приобрел машину для испытания материалов конструкции инженера Людвиг Вердера (Werder L., 1808–1885). На этой машине, а также на других установках с помощью изобретенного И. Баушингером зеркального тензометра высокой чувствительности, описанного в статье в 1879 г. [316], он проводил испытания образцов различных металлов на растяжение, сжатие, изгиб и кручение и экспериментально определял их модули упругости и коэффициенты Пуассона. Результаты своих исследований Баушингер публиковал в выходивших ежегодно сообщениях высшей технической школы в Мюнхене и других изданиях. По-видимому, Баушингер впервые определил понятие пределов упругости, пропорциональности и текучести и установил, что различие между пределами упругости и пропорциональности настолько невелико, что их можно считать совпадающими. И. Баушингер подтвердил установленное впервые Ф. Герстнером повышение предела пропорциональности материала после его предварительного нагружения за пределы пропорциональности, при повторном нагружении его напряжениями того же знака. Кроме этого, он установил и опубликовал в 1886 г. [318], что при вторичном нагружении напряжениями обратного знака предел пропорциональности материала, наоборот, понижается по сравнению с величиной напряжения первичного нагружения, превышающего предел пропорциональности. Это положение известно в сопротивлении материалов как эффект Баушингера. Однако этот эффект впервые был экспериментально установлен Г. Видеманом при



А. Мартенс



Л. Тетмайер



К. Бах

испытании образцов на кручение и изгиб и опубликован им в 1859 г. в работах [499, 500], а затем Стиффе в 1866 г. [484].

В том же 1871 г. лаборатория по испытанию материалов была создана в Высшей технической школе в Берлине профессором А. Мартенсом (Martens A.), который в 1898 и 1912 гг. описал различные методы испытания материалов и используемые для этого машины и приборы в книге [427], два тома которой опубликованы в 1898 и 1912 гг.

В 1879 г. были созданы лаборатории по испытанию материалов в Цюрихском политехническом институте профессором Людвигом Тетмайером (Tetmajer L., 1850 – 1905) и в Высшей технической школе г. Штутгарта профессором этой школы по курсу деталей машин Карлом Бахом (Bach K.).

## 2.2. ДЛИТЕЛЬНОЕ НАГРУЖЕНИЕ

Явление ползучести металлов, по-видимому, было открыто Л. Навье. В его статье [449], опубликованной в 1826 г., приведены результаты испытаний на ползучесть при комнатной температуре растянутых полос железа, красной меди, свинца и стекла, а также полых шаров, нагруженных внутренним давлением. Однако он не произвел измерений ползучести и не придал особого значения этому явлению.

Г. Кориолис изучал ползучесть сжатых свинцовых цилиндров при комнатной температуре и результаты опубликовал в 1830 г. в статье [347]. На рис. 2.13 приведены полученные им кривые ползучести при постоянных во времени силах. Вопрос о том, каково было искажение формы испытуемого цилиндра за счет сил трения между плитами пресса и торцами образца

и, следовательно, в какой степени было достигнуто чистое сжатие, остается невыясненным, так как в работе ничего не сказано об устранении сил трения.

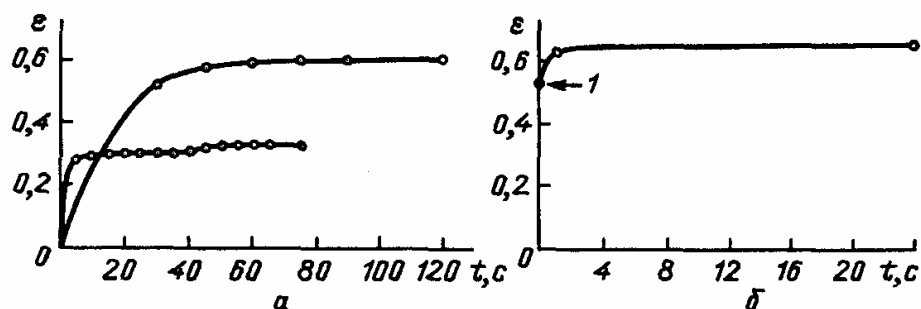


Рис. 2.13

В 1829 г. инженеру Луи Жозефу Вика (Vicat L. J., 1786–1861) было поручено инспектирование восьми висячих мостов через реку Рону. Он заинтересовался стабильностью деформаций, возникающих при нагружении, испытал при комнатной температуре четыре отрезка неотожженной железной проволоки длиной 1 м при постоянных во времени нагрузках, составляющих  $1/4$ ,  $1/3$ ,  $1/2$  и  $3/4$  от нагрузки, при которой происходит разрушение проволоки в случае кратковременного нагружения. Результаты испытаний изложены в статье [494], опубликованной в 1834 г. На рис. 2.14 изображены кривые ползучести, полученные Л. Вика. По оси ординат отложены удлинения в мм. Как следует из рис. 2.14, наибольшая деформация за 2 года при нагрузке, равной  $3/4$  разрушающей, составила 30%, т.е. были получены большие деформации. Интересно отметить, что первые испытания на ползучесть металлов проводились при комнатной температуре.

В дальнейшем испытаниям металлов на ползучесть при растяжении было посвящено много работ. Из них следует отметить статью, опубликованную в 1910 г., Э.Н. да Коста Эндрейда [312], который проводил испытания растянутых свинцовых образцов, нагретых до  $165^{\circ}\text{C}$ , при по-



Л. Вика

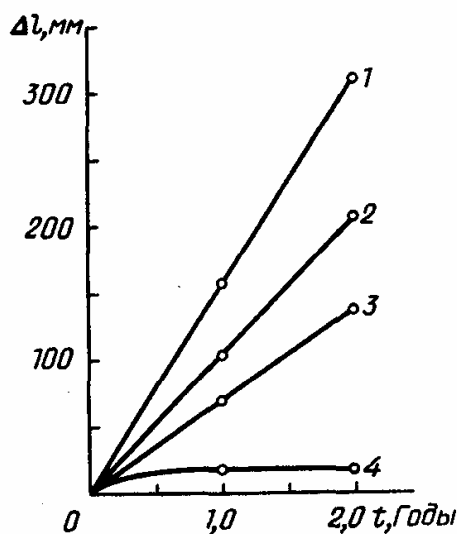


Рис. 2.14



стоянной силе и постоянном напряжении. На рис. 2.15 приведены полученные им кривые. Естественно, что кривая ползучести при постоянной силе, описывающая процесс ползучести при непрерывном увеличении напряжения за счет уменьшения площади поперечного сечения образца, располагалась выше кривой при постоянном напряжении, разрушение при постоянной силе происходит раньше, чем при постоянном напряжении. Постоянство напряжения в опытах Э.Н. да Коста Эндрейда достигалось в результате уменьшения нагрузки на образец за счет погружения в жидкость грузов специального очертания по мере удлинений стержня (рис. 2.16). Уравнение образующей этих грузов легко вывести. Э.Н. да Коста Эндрейд показал, что процесс ползучести представляет собой наложение двух видов течений: одного, происходящего с убывающей скоростью, и второго, скорость которого постоянна.

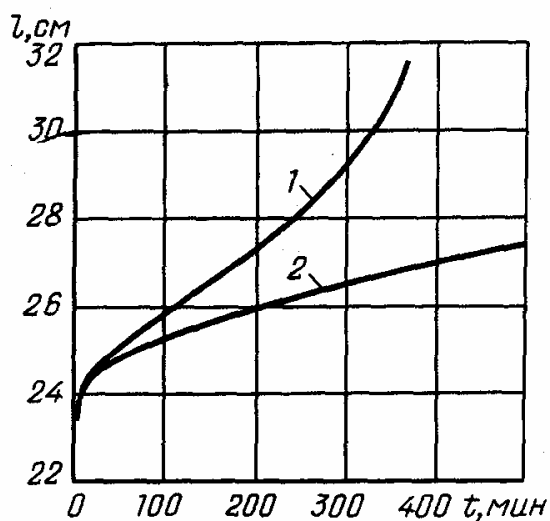


Рис. 2.15

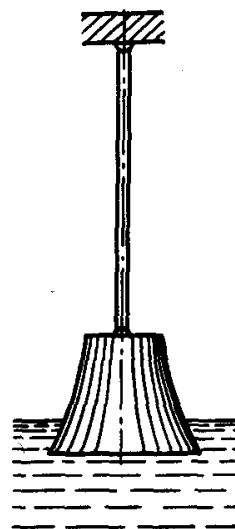


Рис. 2.16

В 1835 г. В. Вебер опубликовал статью [496], в которой описал открытое им при растяжении шелковых нитей явление упругого послепействия (рис. 2.17а), которое отличается от явления ползучести (рис. 2.17б) тем, что деформации, возникшие во времени после приложения нагрузки, уменьшаются до нуля после снятия ее.

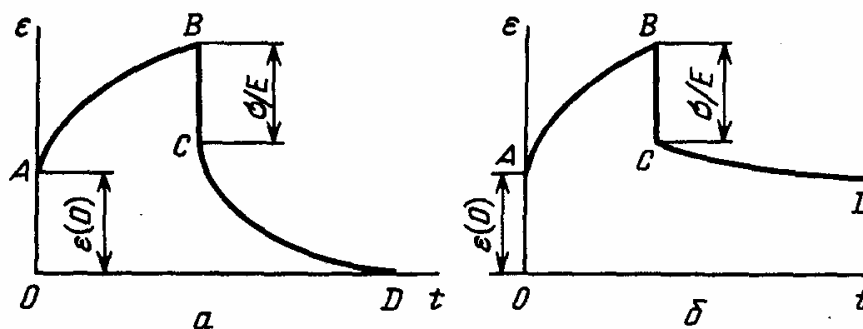


Рис. 2.17

В первой трети XX века в связи с развитием, главным образом, тепловых двигателей, было опубликовано много работ, в которых изложены результаты экспериментального исследования ползучести при одноосном растяжении и сделаны попытки установления зависимости деформаций ползучести и их скоростей от напряжения, времени и температуры.

Из них следует упомянуть степенную зависимость скорости деформации ползучести во второй стадии (где она постоянна) от напряжения, установленную инженером Ф.Нортоном (Norton F. H) [450] и инженером Р. Бейли (Bailey R.W.) [314]. Последний в 1935 г. опубликовал работу [315], в которой изложена теория установившейся ползучести при неодноосном напряженном состоянии. Установившейся ползучестью называется процесс ползучести, протекающий при постоянных во времени напряжениях. Он реализуется в случае статически определенных задач при постоянных во времени внешних силах. В статически неопределенных задачах для вычисления напряжений необходимо дополнительно рассматривать деформации, которые изменяются во времени за счет ползучести материала. Поэтому в таких задачах даже при постоянных во времени внешних силах изменение деформаций всегда связано с изменением напряжений и перераспределением их по объему детали. Этот процесс, протекающий при изменяющихся во времени напряжениях, называется неустановившейся ползучестью. Если в решениях этих задач приближенно предположить, что напряжения во времени постоянны, то получающиеся величины напряжений и закон распределения их отличны от таковых в начальный момент времени, когда деформаций за счет ползучести еще не было. Но процесс изменения напряжений во времени остается невыясненным.

В действительности, как показали исследования процесса неустановившейся ползучести при постоянных во времени внешних силах, напряжения непрерывно изменяются во времени, все более и более приближаясь к величинам, полученным в решении задачи установившейся ползучести. Таким образом, распределение напряжений при установившейся ползучести является как бы предельным. После некоторого промежутка времени распределение напряжений близко к установившемуся.

В основу теории Р. Бейли [315] положено предположение, что деформации ползучести в направлении одной главной оси зависят от сдвигов в плоскостях, проходящих через две другие главные оси.

В 1935 г. Ф. Удквист на IV Международном конгрессе по теоретической и прикладной механике изложил теорию установившейся ползучести при неодноосном напряженном состоянии и применил ее для расчета диска вентилятора [452]. Как отмечает автор [110], эта работа была вызвана статьей А. Стодолы, опубликованной в 1933 г.

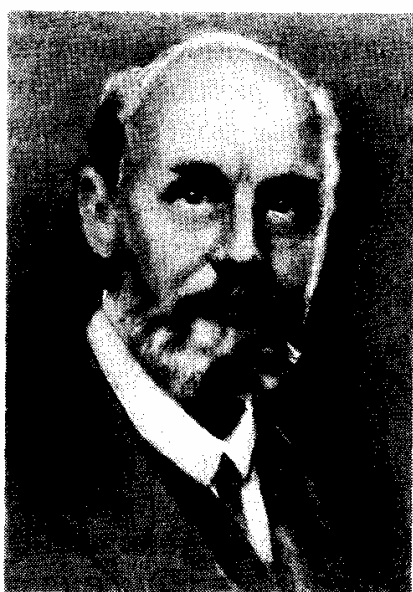
[482], в которой было указано на необходимость учета явления ползучести в расчетах и проектировании деталей машин. Эта же мысль содержится в известной монографии А. Стодолы, посвященной расчету и проектированию паровых и газовых турбин [483]. В дальнейшем Удквист обобщил свои исследования по расчетам элементов конструкций на ползучесть и длительную прочность в монографиях [454, 456].

Для расчетов элементов конструкций в условиях неустановившейся ползучести необходимо создание теорий ползучести (уравнений состояния), связывающих основные параметры процесса ползучести при одноосном или неоднородном напряженном состоянии.

Ниже будут рассмотрены простейшие теории для одноосного напряженного состояния: старения, течения, упрочнения и обобщающая их современная теория структурных параметров.

Согласно теории старения, предложенной инженером К. Содербергом (Soderberg C. R.) в 1936 г. [480], предполагается, что при заданной температуре для одноосного напряженного состояния между деформацией, напряжением и временем существует определенная зависимость  $\Phi_1(\varepsilon, \sigma, t) = 0$ .

Эта теория была проанализирована и обобщена Ю.Н. Работновым, который указал также на ее недостатки [241]. По этой теории расчеты на ползучесть приводятся к расчетам при нелинейных зависимостях между напряжениями и деформациями, полученных из семейства кривых ползучести для значения времени, при котором исследуется напряженное и деформированное состояние. Графики зависимостей напряжений от деформаций при определенных значениях времени называются изохронными кривыми ползучести.



П. Людвик

Согласно теории течения, предложенной инженером К. Дэвенпортом (Davenport C.C.) в 1938 г. [356], предполагается, что при заданной температуре для одноосного напряженного состояния между скоростью деформации ползучести  $\xi^c$ , напряжением  $\sigma$  и временем  $t$  существует определенная зависимость:  $\Phi_2(\xi^c, \sigma, t) = 0$ . Эта теория была широко использована в работах механика Лазаря Марковича Качанова [181].

Согласно теории упрочнения, впервые предложенной механиком и инженером Паулем Людвиком (Ludwik P., 15.01.1878 – 28.07.1934) [208] в 1909 г., а затем А. Надаи [444] в 1933 г. и К. Давенпортом [356] в 1938 г., предполагается, что при заданной температуре для одноосного напряженного

состояния между деформацией ползучести, ее скоростью и напряжением существует определенная зависимость  $\Phi_3(\epsilon^c, \xi^c, \sigma) = 0$ . Особенностью этой теории является то, что время в эту зависимость явным образом не включено.

Ю.Н. Работнов в 1966 г. предложил [241] более общую теорию, чем рассмотренные выше теории течения и упрочнения. Он принял, что при определенной температуре скорость деформации ползучести  $\xi^c$  является функцией напряжения  $\sigma$  и некоторого числа параметров  $q_k$ , которые называются структурными:  $\xi^c = \Phi_4(\sigma, q_1 \dots q_k \dots q_n)$ . Эта теория получила название теории структурных параметров. Изменение некоторого структурного параметра описывается следующим кинетическим уравнением:

$$dq_k = a_k d\epsilon^c + b_k d\sigma + c_k dt + f_k dT,$$

где  $a_k, b_k, c_k, f_k$  — некоторые функции  $\epsilon^c, \sigma, t$  и  $T$  ( $T$  — температура), а также  $q_1 \dots q_k \dots q_n$ , если число структурных параметров равно  $n$ . В книге [241] за структурный параметр принималась величина, пропорциональная работе внутренних сил на перемещениях ползучести  $\int \sigma d\epsilon^c$ . Если за структурный параметр принять так называемую поврежденность материала  $\omega$ , являющуюся функцией напряжения (для неповрежденного материала  $\omega = 0$ , при разрушении  $\omega = 1$ ), то тогда приходим к так называемым кинетическим уравнениям состояния:

$$\xi^c = \xi^c(\sigma, \omega), \quad \dot{\omega} = \dot{\omega}(\sigma, \omega).$$

Эти уравнения впервые были предложены Ю.Н. Работновым [241]. В дальнейшем их развивали механик Сергей Александрович Шестериков (06.12.1930) и его сотрудники [173]. С.А. Шестерикову принадлежит также исследование уравнения состояния теории упрочнения [302] и новая зависимость деформации ползучести от напряжения (совместно с М.А. Юмашевой) [303]. В работах механика Олега Васильевича Соснина [263] и его сотрудников предложен энергетический вариант теории ползучести, в основу которого положены следующие допущения: процессы ползучести и разрушения протекают совместно и влияют друг на друга, интенсивность процесса ползучести оценивается удельной мощностью рассеяния, а интенсивность повреждения — удельной энергией рассеяния.

Кинетические уравнения и уравнения энергетического варианта теории ползучести являются уравнениями связанной задачи теории: ползучесть — разрушение. Заметим, что оценка повреждаемости на основе исследования напряженно-деформированного состояния (несвязанной задачи теории ползучести) была предложена Л.М. Качано-

вым в 1958 г. [180], который ввел понятие сплошности  $\psi$  ( $\psi = 1 - \omega$ ) и предложил дифференциальное уравнение для нее.

В случае неодносного напряженного состояния во всех теориях ползучести принимается, что материал несжимаем, девиаторы скоростей деформаций и напряжений подобны, эквивалентная скорость деформации ползучести является функцией эквивалентного напряжения и некоторых параметров, независимых от напряженного состояния.

В настоящее время имеется обширная литература по теориям ползучести, их экспериментальной проверке и решению задач расчетов на ползучесть и длительную прочность элементов конструкций.

Первая в мире монография по расчетам на ползучесть была опубликована на русском языке в 1948 г. [209]. В 1960 г. вышла в свет книга Л.М. Качанова [181] и, наконец, в 1966 г. — капитальная работа Ю.Н. Работнова [241]. Эти вопросы освещены также в трудах механиков и инженеров Яна Хельта [387, 454], Ф.Удквиста [454, 456], Джозефа Марина [425], Яна Финни и Уильяма Хеллера [364], Р. Пенни и Д. Мариотта [460]; Д. Бойла и Д. Спенса [133].

Расчетам на ползучесть бетонных и железобетонных сооружений посвящена книга [119] механика и инженера Нагуша Хачатуровича Арутюняна (23.11.1911—18.01.1993). Ему же принадлежит разработка теории ползучести неоднородно стареющих тел [121, 122]. Типичными представителями стареющих материалов являются бетон, древесина, полимеры, горные породы, лед.

В обычном курсе сопротивления материалов дается только понятие о явлениях ползучести, упругого последействия и длительной прочности, определяется предел длительной прочности и приводится график зависимости его от времени.

## 2.3. БИОГРАФИИ

### Леонардо да Винчи

Ученый и художник Леонардо да Винчи (Vinci L., 15.04.1452 — 02.05.1519) родился в селе Анкиано близ небольшого города Винчи между Флоренцией и Пизой (Италия) в семье нотариуса. Обучался рисунку, живописи, скульптуре у знаменитого скульптора А. Верроккьо. В 1480 г. открыл собственную мастерскую. В 1482 г. покинул Флоренцию, переехал в Милан и поступил на службу к Лодовико Моро в качестве военного инженера, архитектора, живописца и скульптора. В этот миланский период Леонардо да Винчи окончатель-

но сформировался как гидротехник. К этому же периоду относятся его первые проекты летательных аппаратов.

Последние два десятилетия были годами скитаний, которые закончились переездом во Францию по приглашению короля Франциска I. В годы скитаний он мало занимался искусством, отдавая предпочтение науке.

В заметках о живописи, которую Леонардо да Винчи ценил выше других искусств, он создал теорию реалистического искусства эпохи возрождения.

Ученого очень интересовала механика. Он писал, что механика — это рай математической науки, поскольку мы получаем в ней плоды математики.

В области механики он сделал первые попытки экспериментального определения коэффициента трения, исследовал: явление удара, падение тел и траекторию брошенного тела, положение центров тяжести фигур, равновесие жидкости в сообщающихся сосудах. Ему принадлежат конструкции многочисленных машин: ткацких станков, машин для ворсования тканей, печатающих машин, деревообрабатывающих станков, винторезных и землеройных машин, металлургических печей, устройств для шлифования стекол.

Леонардо да Винчи, по-видимому, первым экспериментально исследовал изгиб балки квадратного поперечного сечения, опертой по концам и нагруженной в среднем сечении силой. Не совершенная экспериментальная техника того времени не позволила ему вывести формулу для разрушающей силы. Однако он правильно установил, что наибольший прогиб балки пропорционален силе и кубу ее длины.

Он также, по-видимому, впервые экспериментально исследовал устойчивость сжатых стержней, но по указанной выше причине пришел к неверному выводу о том, что критическая сила обратно пропорциональна длине стержня.

Записи Леонардо да Винчи по математике тесно связаны с решением технических задач.

В области физики он наибольшее внимание уделял оптике, вероятно, в связи с живописью.

В астрономии он порвал со средневековыми представлениями о земле как о центре вселенной.

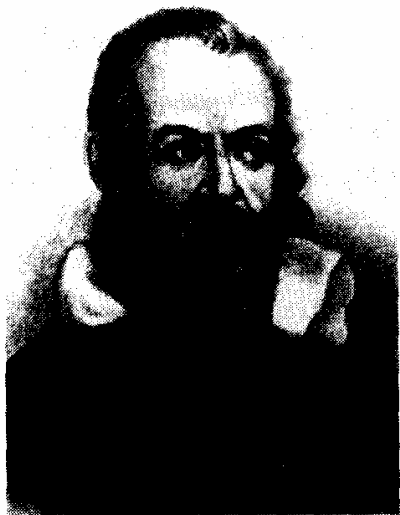


Леонардо да Винчи

Анатомией человека Леонардо да Винчи занимался как ученый и как художник.

Законченных трактатов Леонардо да Винчи до нас не дошло. Он постоянно носил при себе записные книжки, в которые заносил свои наблюдения и затем их тщательно обрабатывал. В настоящее время имеется 7000 страниц рукописей на итальянском языке в зеркальном изображении, хранящихся в библиотеках Лондона, Парижа, Милана и Турина. Издание их началось во второй половине XIX в. и закончилось в 30-х годах XX века.

### Галилео Галилей



Г. Галилей

Математик, механик и астроном Галилео Галилей (15.02.1564 – 08.01.1642) родился в г.Пизе (Флоренция, Италия), в семье обедневшего потомка знатного флорентийского рода музыканта Винченцо Галилея. Под руководством отца Галилей изучил латинский и древнегреческий языки, научился играть на лютне и ценить поэзию и живопись.

Нужда надоела отцу и он вначале хотел, чтобы его сын занялся торговлей. Однако видя, что у сына блестящие способности, настоял на том, чтобы семнадцатилетний Галилео поступил на медицинский факультет Пизанского университета, полагая, что профессия врача обеспечит ему безбедное существование. Но медицина не привлекала Галилея, и он потихоньку от отца начал заниматься математикой – изучать сочинения знаменитого греческого геометра Евклида, используя консультации друга отца – видного математика Остилио Риччи. Говорят, что часто он читал Евклида, обложившись для отца томами сочинений по медицине, и вместо посещения университета шел во дворец, где Риччи читал пажам лекции по математике. Эти лекции Галилей слушал в коридоре за закрытой дверью, не видя формул и чертежей, не имея возможности записывать текст, и только придя домой он восстанавливал их. Впрочем, некоторые историки науки считают, что последнее не соответствует действительности.

Через четыре года из-за недостатка средств Галилею пришлось прекратить занятия в университете и он вернулся во Флоренцию, где

в то время жила семья. Здесь он продолжил занятия математикой, физикой и астрономией, сконструировал гидростатические весы для измерения плотности различных материалов, провел исследование по определению центров тяжести тел.

Эти работы принесли ему известность, и в 1589 г. Галилей был приглашен профессором математики в Пизанский университет. В то время ему было 25 лет. Здесь он написал знаменитый трактат “О движении падающих тел”, в котором были заложены основы современной динамики. Результаты, полученные Галилеем, расходились с воззрениями Аристотеля. Это породило враждебность к молодому профессору, и Галилею пришлось в 1592 г. перейти в Падуанский университет.

По другой версии Галилей вынужден был покинуть университет из-за неодобрительного отзыва о какой-то машине, изобретенной сыном высокопоставленной особы.

В Падуанском университете лекции Галилея пользовались большой популярностью. Иногда на них присутствовало около 2000 студентов. В Падуе Г. Галилей написал знаменитый трактат “О науке механике”, в котором различные задачи статики решались на основе принципа возможных перемещений. В связи с постройкой судов Г. Галилея заинтересовали некоторые вопросы сопротивления материалов. В это же время он начинает серьезно заниматься астрономией и становится сторонником системы астронома Николая Коперника (Copernik M., 19.02.1473 – 24.05.1543). В письме к астроному Иоганну Кеплеру (Kepler I., 27.12.1571 – 15.11.1630) в 1597 г. Галилей пишет: “Много лет тому назад я начал склоняться к мнению Н.Коперника, и в свете его теории мне удалось объяснить много таких явлений, которые совершенно не поддавались объяснению на основе старой гипотезы”. В Падуе Галилей построил телескоп сначала с трех-, а затем с 32-кратным увеличением и с помощью его сделал ряд выдающихся астрономических открытий. Благодаря этому Галилей стал знаменитым и в 1610 г. получил приглашение великого герцога Тосканского Козима II Медичи стать “экстраординарным философом и математиком” при его дворе.

Преподавание в университетах не позволяло Галилею обеспечить свою семью, и он был вынужден давать частные уроки и содержать пансионы студентов. Новая должность давала возможность целиком отдаться научной работе. Галилей продолжил свои исследования по астрономии. Не имея возможности дать характеристику этих работ, отметим только, что он обнаружил кольца Сатурна, горы на Луне, спутники Юпитера, наблюдал фазы Венеры, описал пятна на Солнце. Он продолжал выступать в защиту системы Коперника. В 1600 г. за это, на основании приговора суда инквизиции, был сожжен Джордано



Бруно. В 1615 г. Галилей получил полуофициальное предупреждение, а в 1616 г. учение Коперника было объявлено еретическим, а его книга была запрещена. В течение 7 лет Галилей не мог публиковать работы по астрономии.

Только в 1623 г., после того как папой Римским был избран друг и почитатель Г. Галилея Маффео Барберини (Урбан VIII), Г. Галилей приступил к работе над книгой “Диалог о двух главнейших системах мира”, которую и издал в 1632 г. с согласия папы. В этой книге учение Н. Коперника излагалось как одна из возможных гипотез, позволяющая объяснить целый ряд явлений. Несмотря на все это, в 1633 г. Г. Галилей был вызван в трибунал инквизиции. После месячного следствия, причем некоторые из допросов проводились в зале пыток, Галилея заставили на коленях отречься от учения Н. Коперника.

Существует легенда о том, что после отречения Галилей встал, топнул ногой и сказал вполголоса: “Однако она (Земля) вращается”. Все историки науки отрицают этот факт, полагая невероятным, чтобы больной, измученный длительным следствием старик мог решиться на такой неблагоразумный поступок. После отречения Галилей стал узником инквизиции и мог жить только там, где она разрешала. До конца жизни он жил в своей вилле Арчетри близ Флоренции. Только более чем через сто лет, во времена папы Венедикта XIV (1740–1758), Ватикан отменил приговор инквизиции.

Несмотря на пережитое и преклонный возраст, он продолжал работать. В 1638 г. вышло в свет на итальянском языке одно из самых важных сочинений Г. Галилея [150], в котором заложены основы динамики и сопротивления материалов. Эта книга, впрочем, так же как и “Диалог о двух главнейших системах мира”, написана в виде бесед, происходивших в течение шести дней между четырьмя собеседниками Сальвиати, Сагрето, Симпличио и Апроино. Первые два — это друзья Г. Галилея (причем устами Г. Галилея говорит Сальвиати), имя третьего — от имени комментатора Аристотеля в VI в. Симплиция. Сопротивлению материалов из шести дней посвящен только один день — второй. Семидесятичетырехлетний Галилей, которому доставили из Лейдена связку экземпляров его книги, не смог ее увидеть. Уже год как он был слеп.

В этой книге Г. Галилей описал исследования растяжения и изгиба стержней. Испытывая на растяжение стержни, он установил, что сила, разрывающая стержень, пропорциональна его площади поперечного сечения. Таким образом, для простейшего случая нагружения — растяжения стержня Галилей неявно определил понятие напряжения в момент разрыва.

Он впервые поставил задачу об определении разрушающей силы для консольной балки прямоугольного поперечного сечения, нагруженной силой на свободном конце. Галилей решил ее на основе

неверного предположения о равномерном распределении внутренних, нормальных к поперечному сечению, сил по его площади. Однако это не помешало сделать правильное заключение о том, что стержень прямоугольного поперечного сечения с различными размерами сторон более прочен тогда, когда он поставлен на ребро, чем когда он лежит плашмя, и во столько раз, во сколько ширина больше толщины. Он с точностью до постоянного множителя (из-за неправильного предположения) установил зависимость изменения высоты поперечного сечения по длине консольной балки прямоугольного поперечного сечения, нагруженной силой на свободном конце из условия равнопрочности всех сечений, т.е. впервые решил задачу оптимального проектирования. Галилей нашел величину изгибающего момента в текущем сечении консольной балки постоянного поперечного сечения под воздействием собственного веса, пришел к выводу, что момент сопротивления изгибу для круглого сечения пропорционален кубу его диаметра, и определил величину наибольшего изгибающего момента в двухопорной балке, нагруженной силой в произвольном сечении.

Г. Галилей оказал большое влияние на итальянскую художественную литературу. Его перу принадлежит ряд работ по теории литературы. Большинство его произведений написано на итальянском языке, несмотря на то, что в то время языком ученых была латынь. В своих работах он стремился к простоте и ясности. Полное собрание сочинений Галилея вышло в Милане в 1811 г. в 13 томах. День рождения Галилея был днем смерти Микеланджело, а год его смерти — годом рождения Ньютона. Так сменялись гении.

### Рене Антуан Фермо Реомюр

Естествоиспытатель Рене Антуан Фермо Реомюр (Reaumur R.A.F., 28.02.1683 — 17.10.1757) был исследователем в физике, химии, химической технологии, зоологии и ботанике. Изобрел спиртовой термометр, шкала которого определялась точками кипения и замерзания воды, и отрезок между этими точками был разделен на 80 равных частей. В 1722 г. первым применил микроскоп для металлургических исследований. Проводил многочисленные наблюдения над насекомыми.

С 1708 г. член Парижской, а с 1737 г. — Петербургской академий наук.



Р. Реомюр

**Питер ван Мушенбрук****П. Мушенбрук**

Физик Питер ван Мушенбрук (Мюсхенбрук) (Musschenbroek P., 14.03.1692 – 19.09.1761) родился в г.Лейдене (Нидерланды). Окончил в 1715 г. Лейденский университет. В 1719–1723 гг. был профессором математики и физики Дуйсбургского, в 1723–1740 гг. – Утрехтского и с 1740 г. Лейденского университетов. Работы П.Мушенбрука посвящены механике, электричеству, теплоте и оптике.

Он построил машину для испытаний образцов на растяжение и описал результаты испытаний в книге [440], опубликованной в 1729 г. Им были также проведены испытания стержней на сжатие и установлено, что критическая сила обратно пропорциональна квадрату длины стержня [440].

В 1745 г. независимо от Э.Клейста П.Мушенбрук изобрел первый электростатический конденсатор – лейденскую банку. Экспериментально исследовал тепловое расширение твердых тел, для чего изобрел в 1781 г. пирометр, который использовал также для измерения температуры плавления некоторых металлов. Изучал избирательное поглощение различных цветов в воздухе. Дал таблицу удельных весов многих тел. Опубликовал в 1729 и 1739 гг. капитальные монографии [440, 441], которые представляли собой энциклопедии физических знаний того времени.

**Ж. Бюффон****Жорж Луи Леклерк Бюффон**

Естествоиспытатель Жорж Луи Леклерк Бюффон (Buffon J.L.L., 07.09.1707 – 16.04.1788) первоначально занимался математикой и физикой. Перевел на французский язык сочинение Ньютона “Метод флюксий”. В 1733 г. был избран членом Парижской академии наук. После назначения в 1739 г. директором Ботанического сада занялся изучением природы. Начатая им при участии врача Л.Ж.М. Добантона (Dauben-

ton L.J.M., 29.05.1716 – 01.01.1800) “Естественная история” была закончена зоологом Б.Ж.Э. Ласепедом (Lacépède B.J.E., 26.12.1756 – 10.01.1825) в 1804 г. и составила 44 тома.

Экспериментально исследовал механические свойства древесины и прогибы деревянных балок [331].

В области геологии создал увлекательную, хотя и фантастическую теорию развития земного шара и его поверхности.

### **Семен Кириллович Котельников**

Механик Семен Кириллович Котельников (1723 – 13.04.1806) родился в Петербурге в семье рядового лейб-гвардии Преображенского полка. Учился в школе, учрежденной сподвижником Петра I церковным и общественным деятелем Феофаном Прокоповичем преимущественно для детей бедняков. В 1741 г. С.К. Котельников поступил в гимназию при Академии наук, а в 1742 г. перешел в академический университет. В 1751 г. для усовершенствования в физике и математике был отправлен в Германию, где в течение года слушал лекции в Лейпцигском университете, а затем четыре года учился у Л. Эйлера в Берлине.

В 1756 г. получил звание экстраординарного профессора высшей математики, а в 1760 г. был утвержден ординарным профессором Академии наук, т.е. стал академиком.

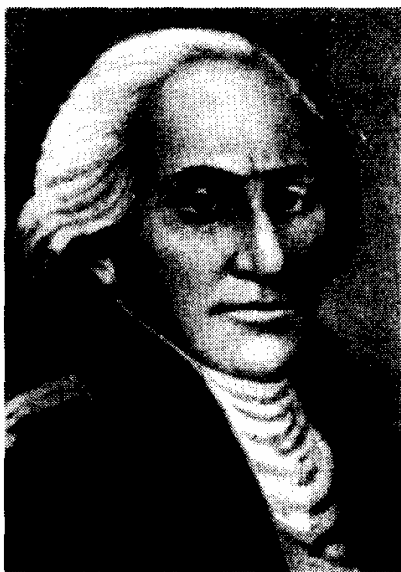
Преподавал математику и механику в академических гимназии и университете и Морском кадетском корпусе.

Основным научным трудом С.К. Котельникова является книга [190]. В ней рассмотрены: равновесие и движение тел, а также простые машины: рычаг, ворот, блок, зубчатое колесо, клин и винт. Две главы книги посвящены прочности. По-видимому, он впервые определил понятие предела прочности, который он назвал “крепостью” материала. В книге решается задача о равновесии нити. При этом умело используется математический анализ. Кроме этой книги С.К. Котельниковым написаны учебники по арифметике и геодезии.

В конце жизни он принимал активное участие в составлении словаря русского языка.

### **Шарль Огюстен Кулон**

Физик, механик и инженер Шарль Огюстен Кулон (Coulomb C.O., 14.06.1736 – 23.08.1806) родился в г. Ангулеме (Франция) в семье правительственного чиновника, которая через некоторое время после рождения сына переехала в Париж. Мать хотела, чтобы он стал врачом, и для получения хорошей подготовки Ш. Кулон был определен в



Ш. Кулон

престижный Коллеж четырех наций (Коллеж Мазарини), в котором, в частности, был высокий уровень преподавания математики. Через некоторое время отец Кулона переехал на юг Франции в г. Монпелье, а мать осталась в Париже.

Вскоре Ш. Кулон переехал к отцу и принял деятельное участие в работе Королевского научного общества в г. Монпелье. Это было одно из провинциальных научных обществ, которые возникали во Франции в XVIII в. В 1757 г. Кулон сделал на заседании общества первый доклад по математике и в дальнейшем представил еще два мемуара по математике и три по астрономии.

Однако вскоре Ш. Кулон решил стать военным инженером и в 1760 г. поступил в Военно-инженерную школу в г. Мезьере.

Через год он окончил школу и был направлен в качестве военного инженера вначале на остров Мартиника (где он провел девять лет), а затем в Рошель Ис Э и Шербур, где принимал участие в различных строительных работах. В связи с этим он заинтересовался механическими свойствами материалов и некоторыми задачами статики применительно к строительному делу.

В 1773 г. Ш. Кулон представил в Парижскую академию наук мемуар по статике [352]. Этот мемуар явился основанием для выбора Ш. Кулона в члены-корреспонденты академии. Мемуар состоял из четырех частей. Первая часть посвящена обсуждению результатов испытаний хрупкого материала (песчаника) на растяжение и сжатие, вторая — поперечному изгибу, третья — давлению сыпучего тела на подпорную стенку и четвертая — устойчивости каменных арок. Во второй части Кулон, по-видимому, не зная о работах А. Парана, дал правильное решение задачи об изгибе консольной балки прямоугольного поперечного сечения силой, приложенной на свободном конце консоли. В 1779 г. Кулон совместно с Ван-Свинденом получил премию Академии за решение вопроса о наилучшем устройстве компаса, а в 1781 г. — за мемуар, в котором излагались результаты его опытов по трению скольжения различных тел. В 1784 г. он представил в Парижскую академию наук мемуар о крутильных колебаниях круглого стержня [353], в котором описано экспериментальное исследование крутильных колебаний круглого стержня и установлено, что угол закручивания прямо пропорционален крутящему моменту, длине

стержня и обратно пропорционален четвертой степени диаметра. Кулон экспериментально определил величину крутящего момента, до которого справедлива линейная зависимость угла закручивания от крутящего момента, и показал, что после предварительного закручивания за предел пропорциональности и последующей разгрузки пределы пропорциональности увеличиваются.

В 1781 г. Ш. Кулон был избран в Парижскую академию наук и с этого времени в основном жил в Париже и занимался электричеством и магнетизмом. В 1793 г. академия была закрыта, а через два года — переименована в Национальный институт наук и искусств, а затем в Институт Франции. Парижская академия составляла теперь часть этого Института.

### Франтишек Иозеф Герстнер

Математик, механик, астроном и инженер Франтишек Иозеф Герстнер (Gerstner F.I., 23.02.1756 — 26.06.1832) родился в семье бедного ремесленника-шорника в г. Хомутове (Чехия).

Учился в Пражском университете, где изучал в основном математику и астрономию, а также в Чешской сословной инженерной школе, основанной еще в 1707 г., и Венском университете. Средства к существованию зарабатывал частными уроками и игрой на органе. После окончания университета в 1779 г. работал вначале межевым инженером, а затем, с 1784 г. — адъюнктом и с 1789 г. — профессором математики Пражского университета. По его инициативе упомянутая выше инженерная школа была преобразована в 1806 г. в Чешское высшее техническое училище. Он же стал первым директором училища и был им до конца своих дней. В этом училище он преподавал механику. В 1804—1821 гг. руководил физико-математическим образованием в Пражском университете. С 1801 г. — директор гидротехнических сооружений в Чехии. Еще в 1785 г. был избран членом Королевского чешского научного общества. Так было оценено его исследование по исправлению географической долготы шести городов, в том числе Марселя и Берлина. Для уточнения географической



Ф. Герстнер

долготы Праги наблюдал в 1786 и 1789 гг. прохождение планеты Меркурий через солнечный диск. В 1810 г. был произведен в рыцари.

Основной труд Ф. Герстнера [369] был издан его сыном Франтишком Антонином Герстнером в 1831–1834 гг. В нем кроме указанных выше результатов экспериментального исследования рояльных струн и формулировки закона разгрузки выведены уравнение равновесия пролетной цепи висячего моста, формула сопротивления повозки на податливом грунте, формулы для оценки сил человека и животных. Ему же принадлежит капитальная монография по теории волн, на основе которой разработан метод расчета на прочность платин и дамб под воздействием волн. Ф. Герстнер сконструировал первую в Чехии паровую машину и механическое оборудование металлургических заводов. По его проекту в 1828–1830 гг. была построена первая на континенте железная дорога Будейовице – Линц.

### Габриэль Ламе



Г. Ламе

Механик и инженер Габриэль Ламе (Lame G., 22.07.1795 – 01.05.1870) родился в г. Туре (Франция). Среднее образование получил в одном из лучших учебных заведений Франции – лицее Людовика Великого. В 1814 г. успешно сдал экзамены в Политехническую школу и был принят третьим по конкурсу. В 1817 г. закончил ее (она была закрыта в 1816 г. на один год) и поступил в Горную школу, которую окончил в 1820 г.

В этом же году Г. Ламе и Б. Клапейрон были приглашены русским правительством на должности профессоров основанного в 1809 г. Института корпуса инженеров путей сообщения в чине майоров корпуса. Корпус инженеров путей сообщения представлял собой объединение инженеров, проектировавших и строивших дороги, каналы, порты и другие сооружения путей сообщения. Все члены корпуса носили военную форму и имели воинские чины. В организации института приняли участие французские механики и инженеры Агостин (Августин Августинович) де Бетанкур (Betancour A., 01.11.1758 – 26.07.1824) – испанец по национальности, Пьер Доминик (Петр Петрович) Базен (Bazain P.D., 13.01.1786 – 23.09.1838) и ряд других.

Вновь организованный институт должен был готовить инженеров для Корпуса. А.Бетанкур был первым директором Института, а после его смерти Институт возглавил П.Базен.

Естественно, что они использовали опыт французских Политехнической школы и Школы мостов и дорог. Преподавание всех предметов было основано на обширном изучении фундаментальных наук: математики, механики, физики и химии и вначале проводилось на французском языке. Однако в результате того, что лучшие выпускники оставались “для подготовки к профессорской деятельности” и становились профессорами, преподавание перешло на русский язык. Г. Ламе преподавал в институте высшую математику, физику и аналитическую механику. По его инициативе в 1824 г. была построена первая в России машина для испытания материалов на растяжение. В мемуаре, написанном им вместе с Б.Клапейроном [418] в 1839 г. изложены общие уравнения теории упругости, дана геометрическая интерпретация напряженного состояния в виде эллипсоида напряжений и решение некоторых задач теории упругости, в частности, задачи определения напряжений в толстостенном полой цилиндре, нагруженном внутренним и наружным давлениями. Вместе с Б. Клапейроном он исследовал деформацию арок. Г. Ламе прожил в России 11 лет и вернулся вместе с Б. Клапейроном во Францию в 1831 г. в связи с ухудшением отношений между Россией и Францией из-за происшедшей во Франции в июле 1830 г. революции. Поводом к возвращению на родину было награждение их правительством Луи-Филиппа орденом и запрещением Николая I носить этот орден. Возможно, что Г. Ламе и Б. Клапейрон обиделись и подали прошения об отставке [37]. В результате полковники Г.Ламе и Б.Клапейрон были уволены с русской службы “по болезни”.

После возвращения на родину Г. Ламе некоторое время работал над проектированием и постройкой железнодорожной линии между Парижем и Сен-Жерменом. Вскоре Г. Ламе отошел от практической работы и занял кафедру физики в Политехнической школе, на которой он работал до 1844 г. За это время Г. Ламе опубликовал курс физики и несколько работ по теории света.

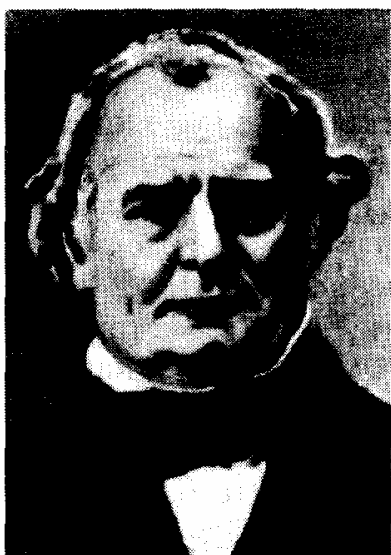
В 1852 г. вышла из печати книга Г. Ламе по теории упругости [419], которая, по-видимому, была первой монографией в этой области. В эту книгу в несколько иной форме был включен материал мемуара, написанного им совместно с Б. Клапейроном [418]. Заметим, что в этой книге Г. Ламе использует две постоянные для изотропного тела (см. 4.1). В 1854 г. был опубликован мемуар Г. Ламе, посвященный сферическим оболочкам [420].

В 1824 г. Г. Ламе был избран членом-корреспондентом Петербургской академии наук, а в 1843 г. — членом Парижской академии наук. В 1850 г. он стал профессором теоретической физики Сорбонны,



однако в 1863 г. из-за ухудшения здоровья прекратил преподавательскую деятельность.

### Бенуа Поль Эмиль Клапейрон



**Б. Клапейрон**

Механик и инженер Бенуа Поль Эмиль Клапейрон (Clapeyron В.Р.Е., 26.01.1799 – 28.01.1864) родился в Париже. Он окончил в 1818 г. Политехническую школу, а в 1820 г. – Школу горных инженеров.

Б. Клапейрон преподавал в Институте корпуса инженеров путей сообщения аналитическую и прикладную механику, химию и строительное искусство. Он проработал в России 11 лет и вернулся во Францию в 1831 г. вместе с Г. Ламе по той же причине, что и последний.

Б. Клапейрон вместе с Г. Ламе является автором мемуара [418], в котором изложены общие уравнения теории упругости, дана геометрическая интерпретация напряженного состояния в виде эллипсоида напряжений, а также решение ряда задач теории упругости, в частности, задачи определения напряжений в толстостенном полом цилиндра, нагруженном внутренним и наружным давлениями.

Он также выдвинул в 1857 г. идею так называемой теоремы трех моментов для расчета статически неопределимых балок [343], вместе с Г. Ламе исследовал деформацию арок, ввел в термодинамику геометрические методы.

После возвращения на родину Клапейрон работал в области проектирования мостов и локомотивов. В Школе мостов и дорог он читал до конца своей жизни курс паровых машин. В 1858 г. Б. Клапейрон был избран в Парижскую академию наук.

### Петр Иванович Собко

Механик и инженер Петр Иванович Собко (30.05.1819 – 26.11.1870) родился в Киеве в мелкопоместной дворянской семье.

В 1829 г. он поступил в третий класс Нежинского лицея, который назывался тогда “Гимназия высших наук и лицей князя Безбородко” и был привилегированным учебным заведением с 9-летним сроком обучения. Выпускники лицея, так же как и выпускники университета,

освобождались от экзаменов по производству в высшие чины. Этот же лицей окончил Николай Васильевич Гоголь. В 1836 г. П.И. Собко первый по успехам окончил лицей, а в 1837 г. поступил в Институт корпуса инженеров путей сообщения.

В 1840 г. П.И. Собко окончил институт в чине поручика, имя его как лучшего из выпуска было занесено на мраморную доску в Актовом зале института. После окончания он был оставлен при институте для подготовки к профессорской деятельности. Ему было поручено руководство проектированием мостов и упражнениями по теоретической механике, а в 1844 г. — чтение лекций по мостостроению.

В 1842 г. П.И. Собко был приглашен в качестве преподавателя математики в Училище гражданских инженеров, аналитической механики в Горный институт, а так же математики и практической механики в Первый кадетский корпус.

Преподавание математики и механики прекратил только в начале 50-х годов.

Еще воспитанником выпускного класса института он начал работать под руководством инженера Станислава Валериановича Кербедза (24.02.1810 — 07.07.1889) над проектом постоянного висячего моста через р.Неву против Исаакиевской площади, а затем — над проектами Благовещенского моста и других малых чугунных арочных мостов через реки и каналы Петербурга. Им были выполнены все расчеты и чертежи, что потребовало разработки методики их расчета. Результатом этой разработки явилась статья, которая была первой русской работой, посвященной вопросам расчета статически неопределимых конструкций.

В 1845 г. П.И. Собко был назначен помощником профессора по курсу построения мостов, а в 1848 г. ему было поручено читать курсы: “Теория сопротивления строительных материалов”, “Устойчивость зданий” и “Сухопутные сообщения”. Тогда же он был назначен исполняющим должность профессора, а в 1851 г. — профессором по курсу строительного искусства.

П.И. Собко ввел в курс строительной механики разделы о расчете решетчатых ферм, об определении касательных напряжений при изгибе составных балок на основе исследований Д.И. Журавского, теорию кривых стержней и двухшарнирных арок, разработанную самим



П.И. Собко

Собко. Им впервые начали излагаться вопросы ударной и усталостной прочности материалов.

П.И. Собко были сформулированы основные принципы рационального проектирования профиля рельса, и за 10 лет до Э. Винклера отмечена необходимость учета неразрывности рельса при расчете его на изгиб.

Ряд статей П.И. Собко посвятил также вопросам мостостроения, железнодорожной технике и экономике, практической механике, строительному делу.

Одной из крупнейших исторических заслуг П.И. Собко перед русской наукой и техникой является создание им в 1853 г. первой в России и в континентальной Европе механической лаборатории в Институте корпуса инженеров путей сообщения.

Большое внимание П.И. Собко уделял также пополнению музея института, учрежденного еще в 1813 г.

В конце 50-х годов П.И. Собко являлся одним из самых авторитетных и уважаемых профессоров института. Летом 1862 г. П.И. Собко по собственному желанию был освобожден от преподавания в институте и назначен главным инженером Петербургско-Варшавской железной дороги. В 1869 г. он перешел на должность начальника службы подвижного состава и тяги.

Незадолго до смерти П.И. Собко совместно с военным инженером Ф. Жербиным разработал проект Нижегородско-Казанской ж.д. как первого звена Большой Сибирской линии с ответвлением в Среднюю Азию. В проекте была обоснована политическая и экономическая необходимость постройки этих дорог для России.

Покинув институт, П.И. Собко не порвал связи с ним. В 1864 г., после преобразования Института в гражданское учебное заведение, он был назначен членом конференции института. При его участии были разработаны новое положение об институте, новый учебный план. По его предложению был создан фонд для пособий “недостаточным” студентам. П.И. Собко стремился создать научно-техническое объединение русских инженеров. Он был одним из организаторов Русского Технического Общества, созданного в 1866 г.

### **Николай Аполлонович Белелюбский**

Механик и инженер Николай Аполлонович Белелюбский (13.03.1845 – 04.08.1922) родился в Харькове в семье инженера путей сообщения. В 1862 г. окончил с золотой медалью Таганрогскую гимназию и поступил в институт инженеров путей сообщения в Петербурге. В 1867 г. окончил институт с занесением его имени на мраморную доску и был оставлен при институте репетитором. В 1873 г.

был избран профессором по курсу строительной механики. В течение более чем пятидесяти лет Н.А.Белелюбский фактически руководил мостостроением России. По его проектам и под его руководством было построено более пятидесяти мостов. По его предложению, впрочем, принятому Министерством путей сообщения не сразу, в пролетных конструкциях мостов стали использовать литое железо.

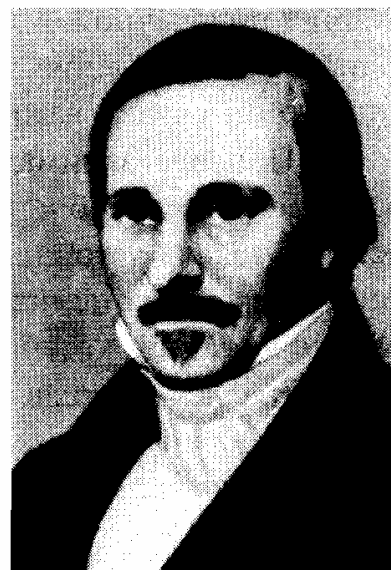
Под руководством Н.А. Белелюбского был разработан “Нормальный русский метрический сортамент”. Особо велики его заслуги в изучении цементов России. После появления нового материала железобетона Н.А. Белелюбский сразу сделался его пропагандистом. Под его руководством были выработаны технические условия для железобетонных работ. В 1885 г. был создан курс строительной механики Н.А. Белелюбского — первый полный русский курс, который он читал в Институте инженеров путей сообщения, Горном институте и на Женских политехнических курсах [123]. В 1912 г. Н.А. Белелюбский был избран президентом Международного общества испытания материалов.



Н.А. Белелюбский

### Жан Виктор Понселе

Математик, механик и инженер Жан Виктор Понселе (Poncelet J.V., 01.07.1788 — 22.12.1867) родился в бедной семье в г. Меце (Франция). Отличная учеба в начальной школе позволила ему получить стипендию в лицее Меца. В 1807 г. он успешно выдержал экзамены в Политехническую школу, после окончания которой в 1810 г. поступил в Военно-инженерную школу в Меце. Окончание ее в 1812 г. совпало с началом войны Наполеона с Россией, в которой Ж. Понселе принял участие в качестве лейтенанта инженерных войск. Он занимался наведением мостов и выполнял различные инженерные работы. Вскоре после начала войны при отступлении На-



Ж. Понселе

полеона из Москвы в бою близ поселка Красный 18-го ноября 1812 г. он был взят в плен и до заключения мирного договора с Францией в июле 1814 г., т.е. почти два года, находился в плену в г. Саратове. Здесь, лишенный научной литературы, но располагая свободным временем, он начал вспоминать курсы Политехнической школы, а затем приступил к разработке новой отрасли математики – проективной геометрии.

Вернувшись во Францию Ж. Понселе поступил на службу в арсенал в Меце и продолжил свои исследования по проективной геометрии, в результате чего в 1822 г. опубликовал книгу. Эта книга не получила должной оценки у французских математиков, которые в то время занимались в основном математической физикой. Возможно, в связи с этим, а также потому, что работа в арсенале ставила перед ним много вопросов по прикладной механике, Ж. Понселе стал интересоваться последней. Начиная с 1821 г. он опубликовал ряд заметок по анализу различных механизмов, а в период 1823–1827 гг. ежегодно публиковал мемуары по теории водяного колеса. Им была предложена новая конструкция этого двигателя с вогнутыми лопатками, что позволило значительно повысить коэффициент полезного действия.

В 1825 г. капитан Понселе был назначен профессором механики в Военно-инженерной школе Меца. Работая над курсом механики, он опубликовал в 1826 и 1829–1839 гг. две книги [464,465]. В них кроме вопросов теоретической механики и ее приложений изложены основы сопротивления материалов и, в частности, весьма полно – механические свойства материалов. В 1826 г. Ж. Понселе исследовал влияние поперечной силы на прогибы балок [464]. По-видимому, ему принадлежит введение в 1828–1829 гг. [465] диаграммы растяжения, которую он считал важнейшей характеристикой материала.

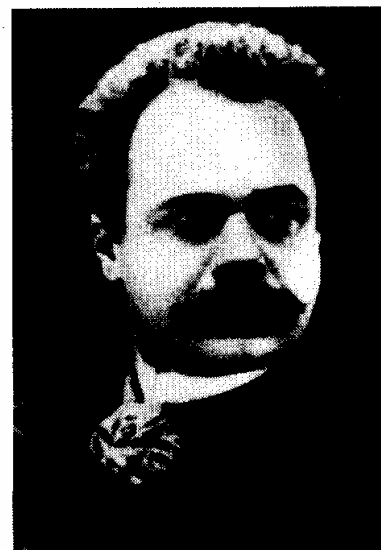
Ж. Понселе занимался также теорией сооружений и предложил графический способ определения наибольшего давления грунта на стенку в задаче устойчивости подпорных стен.

Вероятно, ему принадлежит теория прочности наибольших линейных деформаций, которой впоследствии придерживался Б.Сен-Венан.

Работы Ж. Понселе по механике получили признание, и в 1834 г. он был избран в Парижскую академию наук, переехал в Париж и начал преподавать в Политехнической школе, а в 1838–1848 гг. – в Сорбонне. В 1848–1850 гг. был начальником Политехнической школы в чине бригадного генерала, а в 1852 г. вышел в отставку и продолжал заниматься научной работой.

### Андрей Григорьевич Гагарин

Механик и инженер Андрей Григорьевич Гагарин (03.01.1856 – 22.12.1920) родился в княжеской семье. После окончания гимназии поступил на физико-математический факультет Петербургского университета, который окончил в 1878 г. В следующем году представил диссертацию по астрономии, за которую был удостоен степени кандидата физико-технических наук, а несколько ранее получил большую золотую медаль. После окончания университета поступил на военную службу для “отбытия воинской повинности”. Затем служил офицером в гвардейской артиллерийской батарее, закончил Михайловскую артиллерийскую академию и работал в Петербургском арсенале и на Петербургском оружейном заводе. В это время он сконструировал ряд специальных станков, приборов и приспособлений, а также пресс, который долгое время был лучшей машиной для испытания материалов на растяжение и сжатие.



А.Г. Гагарин

В 1899 г. был назначен председателем строительной комиссии, а затем (с 1902 г.) и директором Петербургского Политехнического института. Под его руководством Политехнический институт был построен менее чем за 2,5 года.

В 1906 г. в результате столкновения студентов с полицией А.Г. Гагарин был уволен и предан (вместе с Правлением института) суду. После двухлетнего следствия Сенат с участием сословных представителей приговорил его к увольнению с запрещением поступать на государственную и общественную службу в течение трех лет за “бездействие власти”.

Несмотря на это, А.Г. Гагарин продолжал научную работу по испытанию материалов и в 1913 г. защитил в Петербургском Политехническом институте диссертацию на звание адъюнкта прикладной механики, посвященную записи зависимости между напряжениями и деформациями при ударе. Это звание давало право занять профессорскую кафедру.

Во время первой мировой войны он был назначен членом Технического артиллерийского комитета.

После Октябрьской революции А.Г. Гагарин переехал в Москву и занял должность старшего конструктора в Экспериментальном институте путей сообщения. Вскоре по состоянию здоровья он вынужден

был переехать в деревню, где продолжал работу для института. В связи с отсутствием электрического освещения В.И. Ленин просил местные власти “Давать ему керосину необходимое количество для его занятий, которые я считаю для Республики полезными”. Находясь в деревне, он также выполнял проектные работы для местного исполкома и преподавал математику и физику в соседнем сельско-хозяйственном техникуме.

### Иоганн Баушингер



И. Баушингер

Механик и инженер Иоганн Баушингер (Bauschinger I., 1834 – 25.11.1893) родился в Нюрнберге (Баварское королевство, Германия). После окончания ремесленного училища в Нюрнберге он поступил в Мюнхенский университет, где занимался математикой, физикой и астрономией. Окончив его в 1857 г., преподавал математику и физику в ремесленном училище в г.Фюрте, а затем в реальной гимназии в Мюнхене. В 1865–1868 гг. был ассистентом-наблюдателем в обсерватории близ Мюнхена.

В 1868 г. И. Баушингер был приглашен на кафедру механики в Мюнхенскую высшую техническую школу. Здесь он организовал лабораторию испытания материалов. В ней были выполнены важные исследования: механических свойств различных сортов железа, бессемеровской стали, цементных и известковых растворов, деревянных и каменных материалов, изменения механических свойств под влиянием обработки, изменения температуры и воздействия повторной нагрузки, продольного изгиба металлических и каменных колонн. Баушингер установил и опубликовал в 1886 г. [318], что при вторичном нагружении напряжениями обратного знака предел пропорциональности материала понижается по сравнению с величиной напряжения первичного нагружения, превышающего предел пропорциональности (эффект Баушингера).

В 1887 г. И. Баушингер опубликовал экспериментальное исследование устойчивости сжатых стержней различных поперечных сечений [318].

Вначале он публиковал результаты своих экспериментальных исследований в журнале “Zeitschrift des bauerischen Ingenieure und Ar-

chitekten Vereins”, затем в сообщениях “Mitteilungen aus dem mechanisch technischen Laboratorium der Technischen Hochschule in Muenchen”.

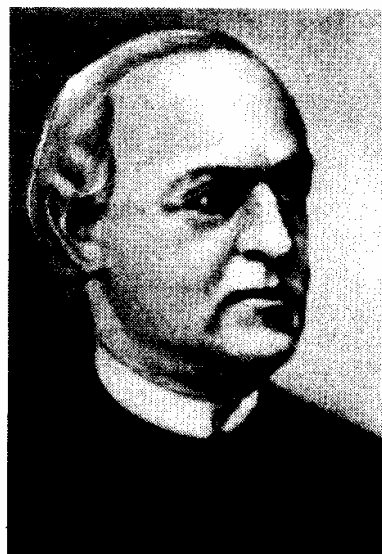
Эти сообщения выходили отдельными тетрадями. Смерть застала Баушингера за обработкой 22-й и 23-й тетрадей. Им написан также курс графической статики, переведенный на русский и итальянский языки [317].

### Густав Генрих Видеман

Физик Густав Генрих Видеман (Wiedemann G.G., 02.10.1826 – 24.03.1899) родился в Берлине. В 1847 г. окончил Берлинский университет. В 1854–1863 гг. – профессор Базельского университета, в 1863–1866 гг. – Брауншвейгского политехникума, 1866–1871 гг. – Высшей технической школы в Карлсруэ, с 1871 г. – Лейпцигского университета.

Проводил исследования в области электричества, магнетизма, теплоты и оптики.

До И. Баушингера в 1859 г. Г. Видеман [499, 500] при испытании образцов на кручение и изгиб установил снижение предела пропорциональности материала при вторичном нагружении напряжениями обратного знака по сравнению со значением напряжения первичного нагружения, превышающего предел пропорциональности. Основал Берлинское физическое общество, редактировал журнал “Annalen der Physik und Chemie”. В 1883 г. был избран членом-корреспондентом Петербургской академии наук.



Г. Видеман



Г. Кориолис

### Гюстав Гаспар Кориолис

Механик и инженер Гюстав Гаспар Кориолис (Coriolis G.G., 21.05.1792 – 19.09.1843) родился в Париже, в 1810 г.



окончил Политехническую школу, а в 1812 г. Школу мостов и дорог. После работы на стройках с 1816 г. начал преподавать в Политехнической школе, где вскоре стал профессором, а в 1831 г. директором учебной части школы. Преподавал также в Центральной школе искусств и ремесел и в Школе мостов и дорог.

Работал в основном в области аналитической механики. Дал определение понятия работы и живой силы. Представил полное ускорение в виде трех: переносного, относительного и добавочного (кориолисова). Исследуя работу машин, увязал принцип виртуальных работ с принципом Даламбера.

Изучал ползучесть сжатых свинцовых образцов [347].

В 1836 г. был избран в Парижскую академию наук.

### Эдвард Невиль да Коста Эндрейд



Э. Эндрейд

Физик (португальского происхождения) Эдвард Невиль да Коста Эндрейд\* (Andrade E.N. da Costa, 27.12.1887—06.06.1971) родился в Лондоне. В 1907 г. окончил Лондонский университет. В 1928—1960 гг. — профессор Артиллерийского колледжа в Вулвиче. В 1950—1952 гг. — директор Королевского института и лаборатории Деви-Фарадея.

Исследования относятся к физике жидкостей, металлофизике, спектроскопии, атомной физике, акустике, истории физики.

Провел в 1910 г. испытания на ползучесть при растяжении свинцовых образцов, нагретых до 165С при постоянной силе и постоянном напряжении [312]. Написал обширную биографию Р. Гука [103].

### Вильгельм Эдуард Вебер

Физик Вильгельм Эдуард Вебер (Weber W.E., 24.10.1804 — 23.06.1891) родился в Виттенберге (Пруссия, Германия). В 1826 г.

\* Иногда его фамилию произносят как Андраде.

окончил университет в Галле. В 1828–31 гг. был профессором университета в Галле, в 1831–37 гг. в Геттингене, в 1843–49 гг. – в Лейпциге.

Основные исследования посвящены электромагнетизму. Работал также в области акустики, теплоты, молекулярной физики. Открыл в 1835 г. явление упругого последействия при растяжении шелковых нитей [496]. Изобрел ряд физических приборов.

### Фольке Карл Густав Удквист

Механик и инженер Фольке Карл Густав Удквист (Odqvist F.K.G., 29.07.1899 – 07.05.1984) родился в Стокгольме. В 1917 г. закончил среднюю школу и после непродолжительной службы в армии поступил в Королевский технический институт, который закончил в 1922 г., получив квалификацию инженера-механика. Затем он учился в Стокгольмском университете, где в 1928 г. защитив диссертацию на тему: “Краевая задача в гидродинамике вязкой жидкости”, получил степень доктора.

В 1931 г. стал доцентом в Королевском техническом институте, а в 1936 г. возглавил кафедру сопротивления материалов и прикладной механики. С 1943 г. до выхода на пенсию в 1966 г. он также был проректором института.

В 1941 г. Ф. Удквист избран членом Шведской Академии инженерных наук, в 1957 г. – Королевской академии наук, а в 1962 г. – Польской академии наук. С 1952 г. по 1956 г. он – член бюро Международного союза по теоретической и прикладной механике, с 1956 по 1960 гг. его президент, а с 1960 до 1964 гг. – вице-президент.

Ф. Удквист всегда принимал активное участие в консультировании работников промышленности.

Разработал теорию установившейся ползучести при не одноосном напряженном состоянии и применил ее к расчету дисков на ползучесть [452]. Написал монографии по расчетам на ползучесть и длительную прочность [454, 456].

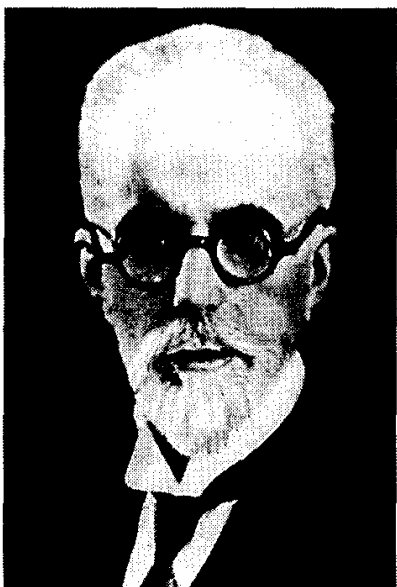
Решил ряд задач теории упругости и пластичности, теории подкрепленных пластин.



Ф. Удквист

Им опубликованы учебники и монографии: [451, 453, 454, 456]. Книга [455] долгое время была стандартным учебником по сопротивлению материалов во всех высших технических учебных заведениях скандинавских стран.

### Аурель Стодола



А. Стодола

Механик и инженер Аурель Стодола (10.05.1859 – 25.12.1942) родился в г. Липтовски Святой Микулаш (Словакия). В 1881 г. окончил Высшую техническую школу в Цюрихе (Швейцария). Затем работал в Высшей технической школе в Берлине и слушал лекции по математике и физике сначала в Берлинском университете, а потом в Сорбонне. С 1892 г. по 1929 г. профессор кафедры машиностроения в Высшей технической школе в Цюрихе.

Основные работы посвящены автоматическому регулированию, конструированию и расчетам на прочность деталей паровых и газовых турбин.

Его знаменитая книга [483] стала энциклопедией по парогазо-турбостроению. Приведенные в ней расчеты на прочность изложены на высоком научном уровне.

Интересна характеристика, данная А.Стодоле Альбертом Эйнштейном [59]: “Если бы Стодола родился в эпоху Ренессанса, он был бы великим художником или скульптором, потому что главным свойством его личности являются мощь фантазии и созидания. В минувшем столетии подобные натуры чаще всего обращались к технике. Здесь, в технике, нашла свое выражение созидательная мощь века, здесь страстная жажда прекрасного находила пути воплощения, превосходящего все, что мог бы предложить человек, не знакомый с этой областью. Могучий порыв Стодолы не остывал в течение многих лет преподавательской деятельности и перешел к ученикам – их глаза светятся, когда речь идет об учителе. Другая сильная сторона Стодолы – неутомная любознательность и редкая ясность научного мышления”.

### Юрий Николаевич Работнов

Механик Юрий Николаевич Работнов (24.02.1914 – 13.05.1985) родился в Нижнем Новгороде в семье учителя гимназии. После окон-

чания механико-математического факультета Московского государственного университета начал научную работу во Всесоюзном электротехническом институте, а педагогическую — на кафедре сопротивления материалов Московского энергетического института. В 1943 г. стал доцентом кафедры теории упругости МГУ, а в 1946 г., после защиты докторской диссертации по теории упругих оболочек, в которой исследованы краевой эффект и локальная устойчивость оболочек, — профессором кафедры. Одновременно с преподаванием в университете работал сначала старшим научным сотрудником, а затем заведующим лабораторией прочности Института механики (теперь Институт проблем механики) Академии наук СССР.



Ю.Н. Работнов

В 1953 г. избран членом-корреспондентом Академии наук СССР. В этом же году создал и возглавил кафедру теории пластичности МГУ, заведующим которой был до последних дней жизни.

В 1958 г. Ю.Н. Работнов был избран действительным членом Академии наук СССР и с этого времени до 1964 г. работал заместителем директора Института гидродинамики Сибирского отделения Академии наук СССР и руководил кафедрой теории упругости и пластичности Новосибирского государственного университета. С 1965 г. Ю.Н. Работнов возвратился к руководству кафедрой теории пластичности МГУ и возглавил лабораторию прочности машиностроительных материалов в Институте машиноведения АН СССР.

Ю.Н. Работнов проанализировал и обобщил теорию ползучести старения, предложил “шаговый” метод решения задач неустановившейся ползучести по теории упрочнения, разработал теорию ползучести структурных параметров и так называемые кинетические уравнения теории ползучести [241].

Ю.Н. Работнов существенно развил теорию наследственной упругости, предложил так называемую техническую теорию упругопластических оболочек, внес большой вклад в теорию упругопластических деформаций, в частности, исследовал явления запаздывания текучести и потери устойчивости стержней за пределами пропорциональности. В последние годы жизни много занимался теорией разрушения и механикой композиционных материалов.

Ю.Н. Работнову принадлежит ряд монографий [241, 242, 243], учебное пособие [244] и учебник для университетов [240]. С 1948 г. Ю.Н. Работнов был заместителем главного редактора журнала “Вест-

ник Московского университета”, с 1953 по 1958 гг. — главным редактором журнала “Известия Академии наук СССР. Отделение технических наук”, с 1958 по 1964 гг. — журнала “Прикладная механика и техническая физика”, издание которого он организовал, а также членом редколлегии ряда советских и иностранных журналов по механике.

Под его редакцией в 1948 г. вышел в свет сборник статей “Теория пластичности”, в котором собраны основополагающие работы по теории пластичности, начиная со статей Б. Сен-Венана.

### Арпад Людвиг Надаи



А. Надаи

Механик и инженер Арпад Людвиг Надаи (Nadai A.L., 03.04.1883 — 18.07.1963) родился в Будапеште. В 1902 г. поступил в Высшую техническую школу в Цюрихе (Швейцария), которую окончил в 1906 г. После окончания вначале работал инженером на машиностроительных заводах, а затем в лаборатории Высшей технической школы в Берлине. В 1912 г. защитил докторскую диссертацию, посвященную анализу тепловых явлений в упругих стержнях из малоуглеродистой стали с хорошо выраженным пределом текучести. После защиты докторской диссертации А.Надаи становится преподавателем Высшей технической школы г.Шарлотенбурга (Германия). После окончания первой мировой войны, в течение которой он служил в армии, Надаи начинает работу под руководством

Л. Прандтля в Институте прикладной математики и механики в Геттингене (Германия). Здесь он выполнил ряд интересных работ по прикладной теории упругости и пластичности: предложил “песчаную аналогию” (см. 3.1), произвел экспериментальную проверку решения Л. Прандтля о вдавливании жесткого штампа в жесткопластическое тело, ограниченное плоскостью, исследовал концентрацию напряжений вокруг отверстия в толстой плите, получил уравнения радиального пластического течения в сходящемся канале, вместе с Лоде поставил опыты по проверке деформационной теории пластичности, для чего были введены параметры (Надаи—Лоде), характеризующие девиаторы напряжений и деформаций.

В 1925 г. А. Надаи опубликовал оригинальную, не потерявшую значения до настоящего времени, монографию по изгибу пластин

[443], а в 1927 г. — одну из первых в мире монографий по теории пластичности. Она была переведена на английский язык в 1931 г. и на русский под редакцией Л.С. Лейбензона в 1936 г. [214]. Заметим, что в том же 1927 г. вышла в свет монография польского механика и инженера Хенрыка Константы Межеевского (1881–1929) [433]. Эти две книги и были первыми в мире монографиями по теории пластичности.

В 1923 г. А. Надаи был избран профессором прикладной механики Геттингенского университета, а в 1929 г. переехал в Питсбург (США), где до 1949 г. работал консультантом в одной из научно-исследовательских лабораторий фирмы “Вестингауз”.

В США Надаи выполнил также ряд интересных работ по теории пластичности и ползучести: совместное растяжение и кручение упругопластического цилиндра, автоскрепление цилиндров, ползучесть дисков, прокатка полосы, раздача, волочение и обжатие тонкостенных труб, построение диаграммы сдвига по диаграмме кручения.

После 1950 г. Надаи начал интересоваться применением теорий пластичности и ползучести в геомеханике.

Эти вопросы нашли отражение в его капитальном труде [215], первый том которого вышел в 1950 г., а второй — в 1963 г. Они были переведены на русский язык в 1954 и 1969 гг. соответственно.

## Г л а в а III

# КРУЧЕНИЕ И ИЗГИБ СТЕРЖНЕЙ

### 3.1. КРУЧЕНИЕ ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ

Формула для угла закручивания круглого стержня была впервые экспериментально установлена Ш. Кулоном.

В мемуаре, представленном в Парижскую академию наук в 1784 г. [353], Ш. Кулон привел результаты экспериментального исследования крутильных колебаний круглого стержня, получил дифференциальное уравнение свободных крутильных колебаний и вывел формулу для периода колебаний. Исследуя крутильные колебания экспериментально на специальном приборе (рис. 3.1) Кулон установил, что при малых углах закручивания период не зависит от угла закручивания. На этом основании Кулон сделал правильный вывод о том, что угол закручивания пропорционален крутящему моменту. Испытывая на кручение круглые проволоки различной длины и различного диаметра, Кулон экспериментально получил правильную формулу для угла закручивания круглого стержня длиной  $l$ :

$$\varphi = \frac{k M l}{d^4},$$

где  $M$  — крутящий момент,  $k$  — постоянная для материала. В настоящее время мы знаем, что

$$k = \frac{32}{\pi G},$$

где  $G$  — модуль упругости при сдвиге. Таким образом Кулон ввел понятие модуля упругости при сдвиге и экспериментально определил его для железа и латуни. Кулон понимал, что линейная зависимость угла закручивания от крутящего момента справедлива только в начальной стадии нагружения, и экспериментально определил величины крутящих моментов, превышение которых приводит к остаточной деформации. Кроме этого, он установил, что предварительное закручивание за пределы упругости (наклеп) и последующая разгрузка увеличивают

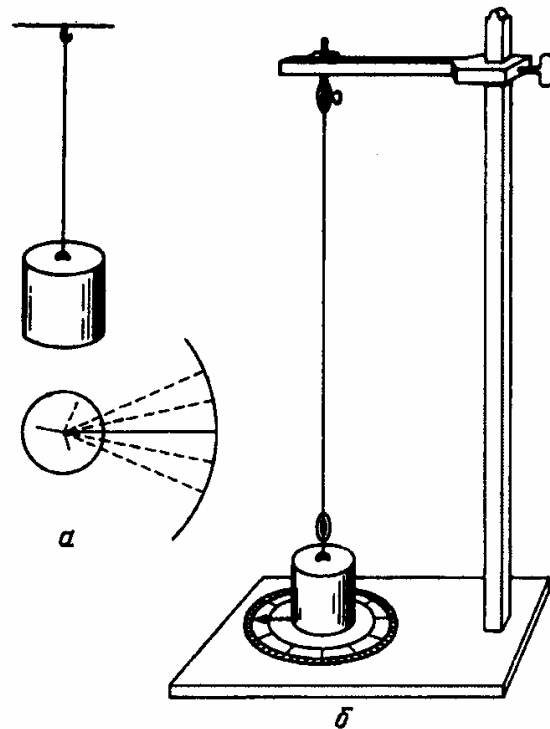


Рис. 3.1

пределы линейной зависимости между крутящим моментом и углом закручивания в случае закручивания в ту же сторону, что и предварительное.

На пропорциональность касательного напряжения расстоянию от центра поперечного сечения круглого стержня было указано Т. Юнгом в 1807 г. в его курсе лекций [506].

Это положение, справедливое только для круглого поперечного сечения, было ошибочно распространено Л. Навье в упомянутой выше книге [447] на другие формы поперечных сечений, в результате чего были получены неверные формулы.

Они не подтверждались в экспериментах французского инженера Альфонса Жана Клода Буржуньона Дюло (Duleau A.J.K.V.), результаты которых были приведены в его книге, изданной в 1820 г. [357]. Дюло испытывал на кручение железные стержни круглого кольцевого и прямоугольного поперечных сечений. Для круглых и кольцевых сечений А. Дюло подтвердил результаты, полученные Ш. Кулоном. Однако он установил, что в случае прямоугольного сечения предположение о пропорциональности касательного напряжения расстоянию от оси стержня неверно. Этот результат удивил Л. Навье. Несмотря на это, в первом издании своей книги он изложил неверное решение и только во втором издании признал, что гипотеза плоских сечений не совсем точна и привел (тоже неверное) решение О. Коши.

О. Коши понимал, что поперечные сечения стержня некруглого поперечного сечения при кручении не остаются плоскими — происходит депланация сечений. Однако, по мнению Коши, это имеет место только для сечений, у которых главные осевые моменты инерции не равны между собой. Таким образом Коши считал, что для такого сечения, как правильный многоугольник, закон плоских сечений справедлив, что конечно, неверно. При решении задачи кручения стержня прямоугольного поперечного сечения, изложенном в статье, опубликованной в 1830 г. [341], Коши исходил из уравнения

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \theta,$$

где  $W$  — перемещение точек поперечного сечения вдоль оси стержня,  $x, y$  — координаты точек поперечного сечения,  $I_1, I_2$  — главные осевые моменты инерции поперечного сечения,  $\theta$  — относительный угол закручивания. В результате для прямоугольного сечения со сторонами  $a$  и  $b$  Коши получил формулу

$$\theta = 3 M \frac{(a^2 + b^2)}{Ga^3 b^3}.$$

Интересно отметить, что для узкого прямоугольника ( $a \gg b$ ) эта формула дает правильный результат. Впрочем, через четверть века в 1854 г. О. Коши признал свое решение неверным.



Основные уравнения задачи кручения призматического стержня произвольного поперечного сечения были получены методами теории упругости Б. Сен-Венаном в мемуаре, представленном в 1853 г. в Парижскую академию наук и опубликованном в 1855 г. [255]. Краткое изложение мемуара было дано в статье, вышедшей в свет в 1853 г. [476] Б. Сен-Венан развил так называемый полуобратный метод, согласно которому задают некоторые компоненты перемещений и напряжений, а недостающие определяют так, чтобы удовлетворялись все уравнения теории упругости и граничные условия. Им был рассмотрен ряд частных случаев поперечных сечений: эллиптическое, правильный треугольник и прямоугольник. Для первых двух сечений решения получены в замкнутой форме. В третьем случае прямоугольного сечения Б. Сен-Венан решил задачу в рядах и подсчитал коэффициенты для определения напряжений в серединах сторон прямоугольника и угла закручивания. Б. Сен-Венан исследовал также депланацию некруглых поперечных сечений; на рис.3.2 и 3.3 представлены горизонтали депланированного поперечного сечения в случаях, если оно эллипс и прямоугольник, полученные Сен-Венаном [255].

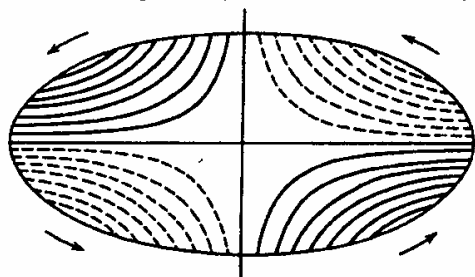


Рис. 3.2

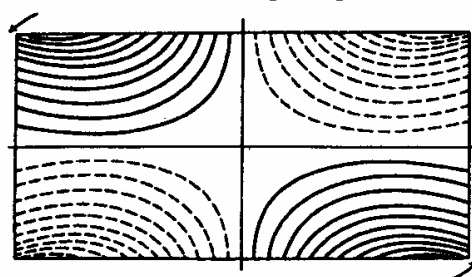


Рис. 3.3

В 1871 г. Сен-Венан опубликовал решение задачи об упруго-идеальнопластическом (без упрочнения) кручении круглого стержня [254].

Экспериментальный метод решения задачи кручения стержня на основе так называемой мембранной аналогии был предложен Л. Прандтлем в 1903 г. [467], а подсчет предельного крутящего момента при помощи аналогии с песчаной насыпью А. Надаи [442] и одновременно с ним математиком и механиком Эрихом Треффтцем (Trefftz E., 21.02.1888 – 21.01.1937) [488] в их докладах на съезде по прикладной механике в Марбурге (Германия) в 1923 г.

Изложение решений большого количества задач кручения однородных и неоднородных тел постоянного и переменного сечений в пределах пропорциональности приведено в капитальной монографии Н.Х. Аругюняна и Б.Л. Абрамяна [120].

Общее решение задачи о кручении стержня, в том числе и составного, из различных материалов, при помощи теории функций ком-

плексного переменного дано в работах Н.И. Мухелишвили и изложено в его монографии [213], первое издание которой вышло в 1933 г.

Впервые теорию функций комплексного переменного к решению плоской задачи теории упругости применил Г.В. Колосов в 1908 – 1909 гг. [410, 189].

### 3.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ

Задача изгиба стержня интересовала еще Леонардо да Винчи. Он установил, что в двухопорной балке постоянного поперечного сечения “изгибается больше всего” та часть, которая находится на наибольшем расстоянии от опор (рис. 3.4). На рис. 3.5 и 3.6 представлены листы его записных книжек, в которых рассматривается изгиб балок.

В результате экспериментальных исследований изгиба балки квадратного поперечного сечения на двух опорах, нагруженной в среднем сечении силой  $F$ , Леонардо да Винчи пришел к выводу, что разрушающая сила равна:

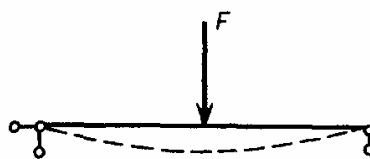


Рис. 3.4

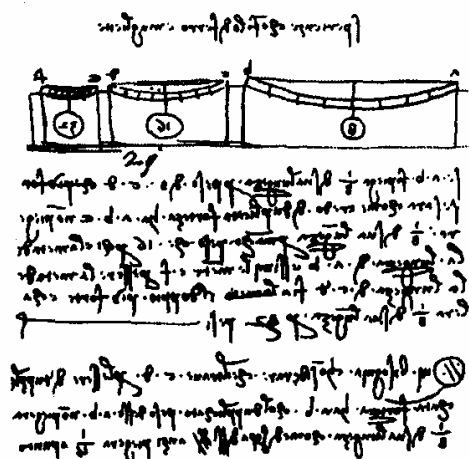


Рис. 3.5.

$$F_{\text{разр}} = c \frac{a^2}{l},$$

где  $c$  – постоянная,  $a$  – сторона квадрата,  $l$  – длина балки [36]. Если принять, что закон Р. Гука справедлив до разрушения, то тогда правильный результат будет

$$F_{\text{разр}} = 2c \frac{a^3}{3l}.$$

Вероятно, что невысокая экспериментальная техника того времени и наличие пластических деформаций перед разрушением не позволили установить правильный результат. Что касается прогиба, то вначале Леонардо да Винчи получил, что он пропорционален произведению силы на длину балки, затем исправил этот результат, приняв, что он пропорционален произведению силы на квадрат длины и только затем

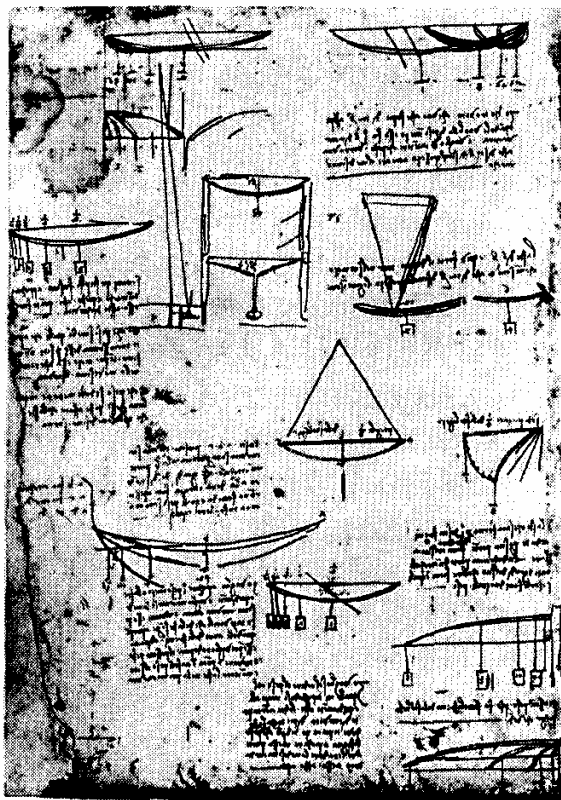


Рис. 3.6



Рис. 3.7

моментов относительно оси, проходящей через точку  $A$ , на рис. 3.8 равна нулю):

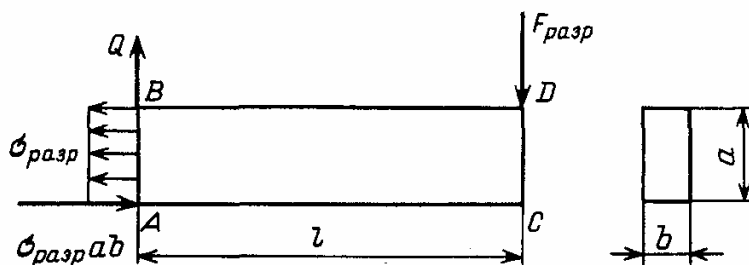


Рис. 3.8

пришел к правильному выводу пропорциональности прогиба произведению силы на куб длины [36].

Задача прочности изогнутого прямого стержня прямоугольного поперечного сечения была поставлена Г. Галилеем. На рис. 3.7 представлена иллюстрация Галилея к постановке задачи, взятая из его упомянутой выше книги [150]. Конечно, Галилей не мог дать правильного решения статически неопределимой задачи изгиба стержня, поскольку ему был неизвестен закон, связывающий напряжения и деформации — закон Гука. Галилей умер, когда Р. Гуку было только семь лет. Да, впрочем, понятия напряжений и деформаций в то время не были определены. Поэтому из-

ложенный ниже анализ решения Галилея является условным. Для решения задачи Галилей принял, что внутренние силы в поперечном сечении изогнутой консольной балки распределены равномерно, т.е. что эпюра напряжений в поперечном сечении является прямоугольником (рис.3.8). Галилей не понимал, что при изгибе стержня часть волокон растянута, а часть сжата. Полагая, что принятое им распределение напряжений имеет место до разрушения, Галилей нашел разрушающую нагрузку из условия равновесия в момент разрушения балки, освобожденной от заделки (сумма

$$-F_{\text{разр}} l + \sigma_{\text{разр}} ba \frac{a}{2} = 0, \quad (3.1)$$

где  $F_{\text{разр}}$  — сила, разрушающая балку;  $\sigma_{\text{разр}}$  — напряжение при разрушении растянутого стержня из того же материала;  $b$  — ширина;  $a$  — высота поперечного сечения. Разрушающая нагрузка

$$F_{\text{разр}} = \sigma_{\text{разр}} \frac{ba^2}{2l}. \quad (3.2)$$

По сути дела, Галилей рассматривал условие равновесия рычага с точкой опоры  $A$ . Таким образом, приняв неверное распределение внутренних сил в поперечном сечении, Галилей ошибся в величине момента сопротивления изгибу в три раза. (Как известно, момент сопротивления изгибу прямоугольного поперечного сечения, подсчитанный в предположении справедливости закона Гука, равен  $W = \frac{ba^2}{6}$ .) Однако, если определять предельную нагрузку  $F_{\text{пр}}$ , т.е. такую, при которой во всех точках поперечного сечения напряжения равны пределу текучести, то тогда получим

$$F_{\text{пр}} l = 2 \sigma_{\text{T}} \frac{ba}{2} \frac{a}{4},$$

откуда

$$F_{\text{пр}} = \sigma_{\text{T}} \frac{ba^2}{4l},$$

т.е. в этом случае так называемый “пластический” момент сопротивления

$$W^p = \frac{ba^2}{4},$$

и тогда Галилей ошибся уже только в два раза.

На основании вышеизложенного Галилей пришел к правильному заключению, что стержень прямоугольного поперечного сечения с различными размерами сторон более прочен, когда он поставлен на ребро, нежели когда он лежит плашмя, и во столько раз, во сколько одна сторона больше другой.

В случае нагружения консольной балки равномерно распределенной нагрузкой (собственный вес) (рис. 3.9) Галилей пришел к заключению, что изгибающий момент пропорционален квадрату расстояния от свободного конца

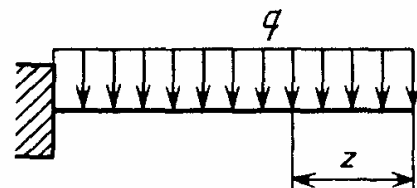


Рис. 3.9

$$M = \frac{qz^2}{2},$$

где  $q$  — интенсивность распределенной нагрузки (вес единицы длины балки).

Для круглого поперечного сечения Галилей правильно установил, что момент сопротивления изгибу пропорционален кубу диаметра, исходя из того, что он должен быть пропорционален произведению площади на диаметр.

Галилей впервые поставил и решил задачу оптимального проектирования. Он нашел закон изменения высоты консольной балки, нагруженной сосредоточенной силой, равного сопротивлению изгибу, т.е. такой балки, у которой во всех поперечных сечениях напряжения одинаковы. Поскольку в основе всех исследований изгиба у Галилея лежало предположение о равномерном распределении напряжений, а закон изменения изгибающего момента (линейный) он принимал правильно, Галилей установил зависимость высоты поперечного сечения от расстояния от свободного конца с точностью до постоянного множителя. На рис. 3.10 изображен рисунок такой балки.

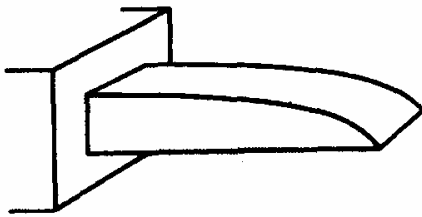


Рис. 3.10

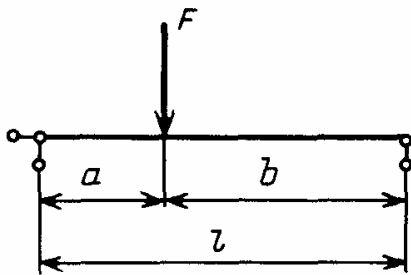


Рис. 3.11

Исследуя изгиб балки на двух опорах (рис. 3.11), Галилей показал, что наибольший изгибающий момент пропорционален произведению расстояний от точки приложения силы до опор  $ab$ , и, следовательно, наибольшая величина момента имеет место в том случае, когда сила приложена в среднем сечении балки.

Изучая прочность полых балок, Галилей пришел к правильному заключению, что при одинаковом весе полые стержни прочнее сплошных.

К решению задачи изгиба балки прямоугольного поперечного сечения вплотную подошел Э. Мариотт, и только досадная ошибка не позволила ему вывести правильную формулу для определения нормальных напряжений в балках. Исследование Мариотта по изгибу стержня изложено в его труде, посвященном движению жидкостей [426], опубликованном после его смерти в 1686 г.

Несмотря на то что, как указывалось выше, Э. Мариоттом независимо от Р. Гука был установлен закон прямой пропорциональности удлинений растянутого образца от приложенной силы, он не понял статическую неопределимость задачи и не использовал установленный им закон при решении задачи изгиба консольной балки прямоуголь-

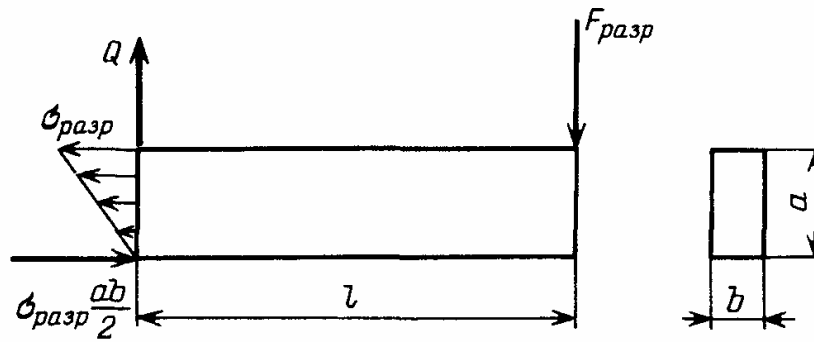


Рис. 3.12

ного поперечного сечения. Вначале Мариотт, так же как и Галилей, полагал, что все волокна балки растянуты, но в отличие от Галилея считал, что закон изменения внутренних сил в поперечном сечении линейный, причем нейтральная линия проходит через нижние точки поперечного сечения (рис. 3.12). Тогда уравнение имеет вид

$$F_{\text{разр}} l - \sigma_{\text{разр}} \frac{ba}{2} \frac{2}{3} a = 0,$$

откуда

$$F_{\text{разр}} = \sigma_{\text{разр}} \frac{ba^2}{3l} \quad (3.3)$$

и, следовательно, момент сопротивления изгибу равен

$$\frac{ba^2}{3},$$

т.е. в этом случае Мариотт ошибся в величине момента сопротивления изгибу в два раза. Если считать, что линейный закон распределения внутренних сил справедлив до разрушения, то тогда нагрузка, разрушающая балку, по Мариотту составляет 2/3 от нагрузки по Галилею.

Такую же треугольную эпюру напряжений принимали Г. Лейбниц [422] и П. Вариньон [491]. Заметим, что Лейбниц связывал удлинения с внутренними силами при помощи закона Гука.

В дальнейшем Э. Мариотт понял, что при изгибе балки прямоугольного поперечного сечения не все волокна балки растянуты, а половина их сжата, т.е. эпюра нормальных напряжений в поперечном сечении такая, как изображено на рис. 3.13.

Следовательно, растягивающие и сжимающие силы в половинах заделанного поперечного сечения равны

$$N_{\text{разр}}^p = N_{\text{разр}}^c = \sigma_{\text{разр}} \frac{ba}{4}.$$

Однако при подсчете разрушающей силы Э. Мариотт умножил на плечо  $2a/3$  не величину указанных сил, а удвоенную величину, соот-

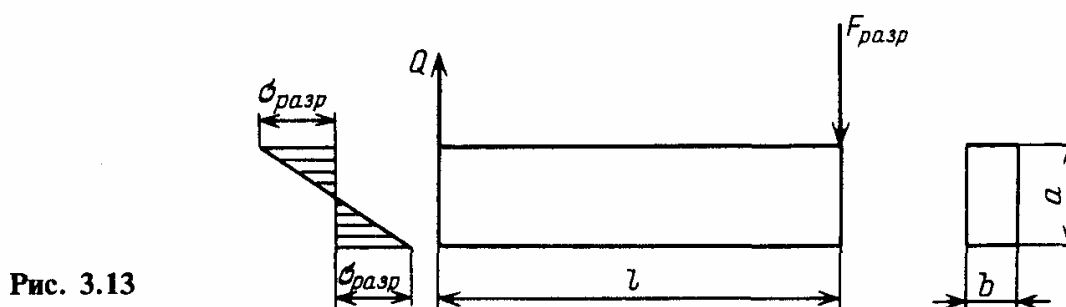


Рис. 3.13

ветствующую эпюру распределения напряжений в первом варианте решения, в результате чего по-прежнему пришел к соотношению (3.3).

Результат, полученный Мариоттом для разрушающей нагрузки, лучше согласовывался с результатами опытов, поставленных им на деревянных и стеклянных стержнях, чем результат, полученный Галилеем. Заметим, впрочем, что Мариотт производил испытания с балками круглого поперечного сечения, а формула была им выведена для прямоугольного поперечного сечения. Расхождения между теоретическими и экспериментальными данными Мариотт объяснил влиянием продолжительности воздействия нагрузки. Оба они не обратили внимание на существование поперечной силы в сечениях балки, точно так же, как и на необходимость, согласно принятым ими законам распределения нормальных напряжений (первый вариант у Мариотта), существования нормальной сжимающей силы, распределенной по ширине сечения, в нижних волокнах балки (см. рис. 3.8 и 3.12).

Интересно отметить, что и Галилей, и Мариотт полагали, что принятые ими законы распределения напряжений справедливы при разрушении, и ставили задачу определения нагрузок, разрушающих балку.

Правильное решение задачи об изгибе балки прямоугольного поперечного сечения было дано А.Параном в 1713 г. В первой работе Паран [458] обратил внимание на то, что результат, полученный Мариоттом, справедлив только для балок прямоугольного поперечного сечения. Следуя Мариотту, т.е. предполагая, что эпюра нормальных напряжений имеет вид треугольника (нейтральная линия проходит через нижнюю точку поперечного сечения), он подсчитал разрушающую нагрузку для балки круглого поперечного сечения. Во второй работе [459] Паран принял второй вариант эпюры Мариотта в виде двух треугольников и получил правильное выражение для моментов сопротивления изгибу. Вероятно, Паран понимал, что этой величиной нельзя пользоваться для подсчета разрушающей силы. Для этой цели он предлагал в случае балки прямоугольного поперечного сечения эпюру из двух неодинаковых треугольников. Он обратил внимание на то, что в поперечном сечении консольной балки, нагруженной на конце силой, возникает поперечная сила, по величине равная приложенной.

Отметим, что Паран дал решение задачи о том, как получить из круглого бревна прямоугольный брус, имеющий наибольший момент сопротивления изгибу. Это решение представлено на рис. 3.14.

Исследование Парана повторил в 1729 г. Г. Бюльфингер в работе, опубликованной в 1735 г. [332], а затем и Ш. Кулон в 1773 г. [352]. Они, по-видимому, не знали о работах Парана.

Заметим, что в одной из первых своих работ Л.Навье придерживается первого предположения, высказанного еще Мариоттом, о том, что нейтральная линия проходит через нижнюю точку поперечного сечения (при изгибе консольной балки силой, направленной вниз).

В 1820 г. А. Дюло [357], решая задачу изгиба балки в плоскости симметрии с поперечным сечением, имеющим одну ось симметрии, определяет положение нейтральной линии не из равенства растягивающих и сжимающих сил в поперечном сечении, а из равенства их моментов относительно нейтральной линии, что приводит к равенству моментов инерции относительно нейтральной линии растянутой и сжатой частей сечения и справедливо очевидно только для поперечного сечения с двумя осями симметрии. Это же положение было высказано инженером Томасом Тредгольдом (Tredgold T., 1788 – 1829) в 1821 г. [487].

Только Л. Навье в книге, вышедшей в 1826 г. [447], дал правильное решение задачи об изгибе балки произвольного поперечного сечения.

Заметим, что Л. Навье не определил понятие момента инерции площади поперечного сечения. Оно было введено инженером Н. Перси (Persy N.) [461] в 1834 г., который разработал теорию моментов инерции. Он же указал, что решение Л.Навье справедливо при условии, что в плоскости действия изгибающего момента лежит одна из главных осей сечения (прямой изгиб).

В статьях И. Ходкинсона [381, 382], опубликованных в 1824 г. и 1831 г., исследуется изгиб призматических стержней. В основу положена степенная зависимость напряжения от деформации, причем для общности принято, что показатели степени при растяжении и сжатии различны. Вероятно, Ходкинсон первым установил, что для балки из материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, рациональной формой поперечного сечения является двутавр. Он отмечает, что в случае чугунных балок рациональной формой будет тавр с расположением полки в области растяжения, так как механические свойства чугуна при сжатии выше, чем при растяжении.

Задача чистого изгиба стержня прямоугольного поперечного сечения из материала, не подчиняющегося закону Гука и различно сопро-

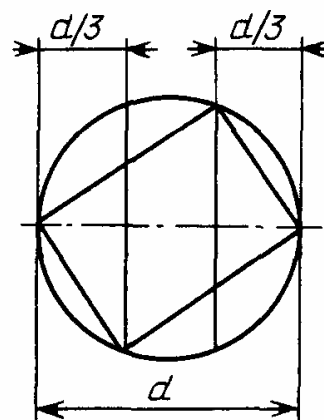


Рис. 3.14



тивляющегося растяжению и сжатию, решена Б. Сен-Венаном и изложена в дополнении к курсу Л. Навье [447] в 1863 г., а решение задачи упругопластического (без упрочнения) изгиба стержня прямоугольного поперечного сечения приведено в его мемуаре [254] в 1871 г.

Решения различных задач расчета стержней за пределами пропорциональности при изгибе, кручении, а также совместном растяжении, изгибе и кручении изложены в капитальной монографии польского механика и инженера Михала Жычковского (Zyczkowski M., 1930) [508].

Решение задачи косоугольного изгиба дано Б. Сен-Венаном в 1843 г. [475], а внецентренное продольное растяжение или сжатие стержня (т.е. совместный чистый косоугольный изгиб и растяжение) рассмотрел в 1859 г. Ж.Бресс [329], который ввел понятие ядра сечения и изучил его свойства. Заметим, впрочем, что частный случай внецентренного продольного нагружения стержня прямоугольного поперечного сечения в плоскости симметрии был рассмотрен еще Т. Юнгом в 1807 г. в упомянутой выше книге [506]. Им же было отмечено наличие сдвигов при поперечном изгибе стержня.

Л. Вика в 1833 г. [493] экспериментально показал, что в коротких балках поперечная сила оказывает существенное влияние на прочность. На это обращал внимание еще в 1776 г. Ш. Кулон [352].

Приближенное решение задачи определения касательных напряжений при поперечном изгибе балок было дано Д.И. Журавским в 1855 г. в заметке, являющейся частью его труда [172], написанного в связи с проектированием им в течение 1844–1850 гг. деревянных мостов для железной дороги Москва–Петербург. Совокупность работ, связанных с проектированием мостовых пролетных строений с фермами системы Гау, была представлена в Академию наук и награждена ею премией имени Демидова.

Исследование Д.И. Журавского было вызвано тем, что деревянные балки оказывают слабое сопротивление скалыванию вдоль волокон. Им рассмотрены два случая консольных балок: прямоугольного поперечного сечения, нагруженной силой на конце и подверженной воздействию равномерно распределенной нагрузки. Для них получены значения скалывающей силы в нейтральной плоскости и в сечениях, ей параллельных. В первом случае касательные напряжения в продольных сечениях распределены равномерно, а во втором — неравномерно. Интересно, что Д.И. Журавский не использовал дифференциальной зависимости между поперечной силой и изгибающим моментом, как это принято обычно при выводе формулы для касательного напряжения. Эта зависимость, которая представляет собой одно из уравнений равновесия элемента балки, была, по-видимому, установлена инженером И. Шведлером (Schwedler J.W.) в 1851 г. в работе, посвященной расчету ферм [478].

Для сплошных сечений решение Журавского основано на предположении, что компонент касательного напряжения, параллельный поперечной силе, не изменяется по ширине сечения и позволяет определить только этот компонент. Если поперечное сечение состоит из полос постоянной толщины, изменением касательного напряжения по толщине стенки можно пренебречь, и формула Журавского дает возможность определить полное касательное напряжение. Использование ее для таких сечений позволяет определить положение центра изгиба. Если в плоскости действия внешней нагрузки не лежит центр изгиба, стержень не только изгибается, но и закручивается.

Изучение изгиба и кручения тонкостенных стержней в связи с исследованием устойчивости плоской формы изгиба двутавровой балки было проведено С.П.Тимошенко в 1905–1906 гг. [274].

Общая теория изгиба и кручения тонкостенных стержней создана В.З. Власовым и изложена им в ряде работ, обобщенных в монографии [143], первое издание которой вышло в 1940 г., а второе в 1959 г. Первое издание было удостоено Государственной премии в 1941 г.

Решение задач чистого и поперечного изгиба стержня методами теории упругости дано Б. Сен-Венаном в 1856 г. Он показал [255], что при чистом изгибе стержня поперечные сечения его остаются плоскими, а продольные волокна балки не взаимодействуют друг с другом, т.е. напряженное состояние всех точек стержня одноосное. Сен-Венан исследовал изменение формы поперечного сечения при изгибе и установил, что в случае изгиба консоли, нагруженной силой на свободном конце, деформация всех поперечных сечений одинакова, что не вызывает изменения длины волокон и поэтому не оказывает влияния на величины нормальных напряжений, вычисленных на основе предположения о том, что поперечные сечения остаются плоскими. Для этой же задачи Сен-Венан [255] указал на такое распределение касательных напряжений для различных поперечных сечений, при котором удовлетворяются все уравнения теории упругости. Сопоставление результатов точного (Сен-Венана) и приближенного (Журавского) решений для прямоугольного поперечного сечения показывает хорошее согласование их. Заметим, что Сен-Венан высоко оценил исследование Д.И. Журавского.

Таким образом, Сен-Венаном методами теории упругости были решены две важнейшие задачи механики: кручение стержня некруглого поперечного сечения и изгиб стержня. В книге А. Клебша [344] рассмотрен более общий случай нагружения призматического стержня произвольной системой сил, приложенных на торцах.

Решение задачи о растяжении и изгибе однородных и неоднородных стержней при помощи теории функций комплексного переменного дано в работе Н.И. Мусхелишвили. Они изложены в упомянутой выше его монографии [213], первое издание которой вышло в 1933 г.

### 3.3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ПРИ ИЗГИБЕ ПРЯМЫХ И КРИВЫХ СТЕРЖНЕЙ МАЛОЙ КРИВИЗНЫ

Начало исследований изогнутой оси стержня в пределах пропорциональности (упругой линии) было положено в работах Я. Бернулли в 1694 и 1705 гг. [323, 324]. Он изучал прогибы при изгибе консольной балки прямоугольного поперечного сечения, нагруженной силой, приложенной на конце. При этом, так же как и Э. Мариотт, он принимал однозначную (нейтральная линия совпадает со стороной поперечного сечения), а затем и двузначную (нейтральная линия делит поперечное сечение на две равные части) треугольные эпюры напряжений. При этом Я. Бернулли сделал точно такую же ошибку, что и Мариотт, в результате чего пришел к неправильному заключению о том, что положение нейтральной линии не оказывает влияния на форму изогнутой оси. Однако Я. Бернулли правильно установил пропорциональность кривизны изгибающему моменту, хотя и с неправильным коэффициентом пропорциональности. Эта зависимость была использована Л. Эйлером в его работах по исследованию упругих линий.

По совету Я. Бернулли, Эйлер использовал разрабатываемое им вариационное исчисление, составлявшее предмет его книги [307], вышедшей в 1744 г. (ее титульный лист изображен на рис. 3.15), для вывода уравнений упругой линии. Приложение 1 этой книги, которое посвящено упругим кривым, начинается следующей фразой: “Действительно, так как здание всего мира совершенно и возведено премудрым творцом, то в мире не происходит ничего, в чем не был бы виден смысл какого-нибудь максимума или минимума; поэтому нет никакого сомнения, что все явления мира с таким же успехом можно определить из причин конечных при помощи методов максимума и минимума, как и из самих причин производящих”. Дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня Эйлер получил из условия минимума интеграла

$$\int \frac{ds}{\rho^2},$$

где  $ds$  — элемент длины стержня,  $\rho$  — радиус кривизны его оси. Сам Я. Бернулли в 1751 г. впервые вывел дифференциальное уравнение поперечных колебаний стержня и рассмотрел ряд частных случаев [322]. Л. Эйлер не ограничился рассмотрением лишь малых прогибов. Он проинтегрировал в рядах дифференциальное уравнение для больших перемещений, в котором не пренебрегается квадратом первой производной прогиба по сравнению с единицей. Л. Эйлер также рассмотрел изгиб консольной балки переменного поперечного сечения, жесткость которой пропорциональна расстоянию от приложенной силы, изгиб консоли, нагруженной равномерно распределенной на-

**METHODUS**  
*INVENIENDI*  
**LINEAS CURVAS**  
Maximi Minimive proprietate gaudentes,  
*SIVE*  
**SOLUTIO**  
PROBLEMATIS ISOPERIMETRICI  
LATISSIMO SENSU ACCEPTI  
AUCTORE  
**LEONHARDO EULERO,**  
*Professore Regio. & Academia Imperialis Scientiarum  
PETROPOLITANÆ Socio.*



**LAUSANNÆ & GENEVÆ,**

Apud **MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET & Socios**

**MDCCLIV.**

грузкой (собственный вес), и изгиб стержня малой кривизны, полагая, что разница между конечной и начальной кривизной пропорциональна изгибающему моменту. В связи с последней задачей Эйлер установил, какой должна быть начальная (искривленная) форма консоли для того, чтобы после приложения на конце ее силы она стала прямолинейной. При решении всех этих задач Эйлера не интересовал физический смысл постоянной в линейной зависимости кривизны от изгибающего момента.

Большие прогибы консольной балки были исследованы также Б. Сен-Венаном, который решил задачу в рядах. Результаты были опубликованы в третьем издании книги Л. Навье [447]. Б. Сен-Венан также показал, что в случае малых перемещений прогиб консольной балки может быть вычислен методом, который в настоящее время называется методом моментных площадей. В 1771 г. Ж. Лагранж изучал [414] изгиб полосы постоянного поперечного сечения заделанной одним концом и нагруженной на другом конце силой. При этом было использовано точное уравнение изогнутой оси.

Определением прогибов балок на основе интегрирования приближенного дифференциального уравнения для малых перемещений занимался Л. Навье в 1826 г. [447], который рассмотрел ряд частных случаев.

Влияние поперечной силы на прогибы балок исследовано Ж. Понселе в 1826 г. [464].

Определению прогибов балок при малых перемещениях посвящено много работ. Наиболее значительной, по-видимому, является книга А. Клебша [344], опубликованная в 1862 г. В ней автор указал на способ интегрирования дифференциальных уравнений для балки с несколькими участками, при котором число постоянных интегрирования равно двум при любом числе участков.

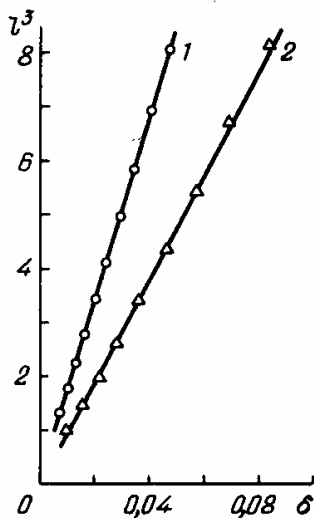


Рис. 3.16

Экспериментальное исследование прогибов деревянных балок производил Ж. Бюффон [331] в 1741 г. Он определял не только разрушающую силу для двухопорных деревянных балок, нагруженных силой, в среднем сечении, но и прогиб в этом сечении в момент разрушения. Ф. Дюпэн также производил испытания двухопорных балок прямоугольного поперечного сечения по той же схеме, что и Ж. Бюффон, и установил, что прогиб прямо пропорционален кубу длины балки и обратно пропорционален ширине поперечного сечения и кубу его высоты. На рис. 3.16 изображены полученные Дюпэном графики зави-

симости прогиба от куба длины пролета при одинаковой силе, приложенной в среднем сечении, и одинаковых размерах поперечного сечения. Сопоставляя наибольшие прогибы балок, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой, а затем силой, равнодействующей этой нагрузки, приложенной в среднем сечении, Дюпэн экспериментально установил, что их отношение равно  $19/30$ , что близко к величине  $5/8$ , которую дает теория изгиба. Эти эксперименты описаны в статье Ф. Дюпэна [358], опубликованной в 1815 г.

А. Дюло в работе [357], опубликованной в 1820 г., приводит результаты испытаний двухопорных с консолями и без них железных балок — прямоугольного, круглого и треугольного поперечных сечений, нагруженных силой, приложенной в различных сечениях. Он установил, что для прямоугольного и круглого сечений согласование экспериментальных и теоретических результатов по определению прогибов хорошее. В случае треугольного сечения согласование значительно худшее, что, очевидно, объясняется неверным определением положения нейтральной оси (см. стр. 83).

Изгиб балок на упругом основании обычно в курсах сопротивления материалов не излагается. В некоторых учебниках этому вопросу уделяется внимание. Если принять, что реакция основания в некотором сечении балки пропорциональна прогибу этого сечения, то тогда дифференциальное уравнение изогнутой оси совпадает с дифференциальным уравнением для прогиба при осесимметричном нагружении цилиндрической оболочки и является линейным дифференциальным уравнением четвертого порядка. Предположение о пропорциональности реакции основания прогибу было введено Э. Винклером в 1867 г. [503]. Основание, обладающее таким свойством, иногда называют винклеровым.

Заметим, впрочем, что для случая односторонних связей (например, плавающая в жидкости балка, корпус судна) эта гипотеза была предложена в 1778 г. [365] математиком Николаем Ивановичем Фуссом (29.01.1755 — 23.12.1825).

Механик и инженер Анри Эме Резаль (27.01.1828 — 22.08.1896) в 1876 г. применил указанное выше линейное дифференциальное уравнение четвертого порядка для расчета стенки парового котла [471]. Использование этого уравнения для различных задач строительной механики принадлежит В.Г. Шухову, опубликовавшему в 1903 г. работу [306]. В частности, он применил указанное уравнение в расчетах резервуаров для хранения нефти. По-видимому В.Г. Шухов установил последовательные дифференциальные соотношения между прогибом балки, углом поворота сечения, изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки. Идея метода начальных параметров в расчете балок на упругом основании была впервые предложена в 1902 г. механиком и инженером Дмитрием

Константиновичем Бобылевым (11.11.1842 – 20.02.1917) в его книге [132].

Механик и инженер Нестор Платонович Пузыревский (30.08.1861 – 26.08.1934) развил этот метод в своем литографированном курсе оснований и фундаментов, опубликованном в 1923 г. [236]. Однако работы Д.К. Бобылева и Н.П. Пузыревского не привлекли к себе внимания и остались незамеченными. В 1930 г. А.Н. Крылов опубликовал монографию [192], в которой было дано исчерпывающее изложение метода начальных параметров, причем рассмотрены как балки постоянного, так и балки переменного поперечных сечений и приведены примеры использования метода, в частности, для расчета связей и набора судового днища.

Изгиб кривых стержней малой кривизны при малых перемещениях изучал Л. Навье [447] в 1826 г. Он так же как и Л. Эйлер, принимал, что изменение кривизны прямо пропорционально изгибающему моменту, но в отличие от работы Л. Эйлера коэффициент пропорциональности был определен как величина, обратная жесткости стержня при изгибе.

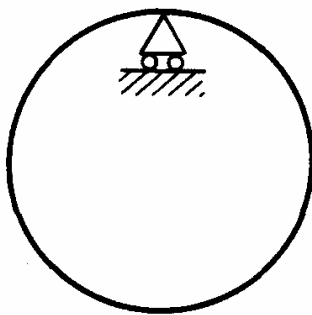


Рис. 3.17

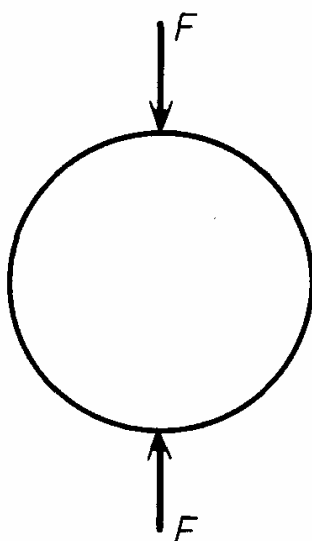


Рис. 3.18

Б. Сен-Венан исследовал изгиб кривого стержня малой кривизны, введя в формулы Л. Навье дополнительные члены, учитывающие перемещения, вызываемые удлинением оси стержня, а также сдвигом. В качестве примера он решил задачи плоского изгиба круглого кольца, подвешенного в некоторой точке, под действием его сил тяжести (рис. 3.17), а также плоского изгиба кольца под воздействием двух сжимающих кольцо сил (рис. 3.18). Кроме этого, Сен-Венан решил задачу изгиба кривого стержня в виде полуокружности из его плоскости (рис. 3.19). Все эти результаты, полученные Сен-Венаном, изложены в его мемуаре [475], опубликованном в 1844 г.

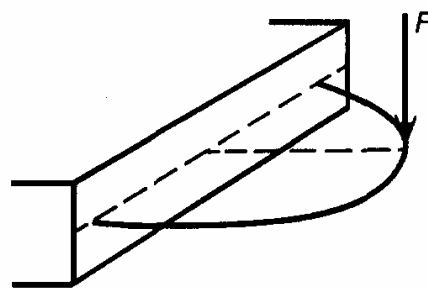


Рис. 3.19

Общая теория больших перемещений в пределах упругости прямых и кривых стержней малой кривизны в одной плоскости разработана механиком и инженером Евгением Павловичем Поповым (14.02.1914) и отражена в его монографиях [232, 233], опубликованных в 1947–1948 гг. и удостоенных в 1949 г. Государственной премии. В них изложена не только теория плоского изгиба прямых и кривых стержней малой кривизны при больших перемещениях, но и приведено значительное количество конкретных задач и числовых примеров. Составленные автором таблицы и диаграммы освобождают конструкторов от утомительных вычислений.

Более полное изложение этой теории дано в книге Е.П. Попова [234], опубликованной в 1986 г. В ней приведены общие формулы, которые являются едиными при больших прогибах, как прямых, так и кривых стержней малой кривизны, независимо от схем нагружения и условий закрепления. Структура этих формул, а также таблиц и диаграмм такова, что точность расчета увеличивается с возрастанием перемещений, что является очень ценным свойством метода.

Дифференциальные уравнения равновесия пространственного кривого стержня, нагруженного на торцах силами, были получены Р.Кирхгофом [404] в 1858 г. Он же установил аналогию между задачей об упругой линии для стержня, ось которого в недеформированном состоянии прямолинейна, и задачей о вращении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки.

Уравнения Кирхгофа были дополнены зависимостями, описывающими малые перемещения стержня, установленными А. Клебшем [344] в 1862 г., и таким образом была получена система уравнений (Кирхгофа–Клебша), которая вместе с уравнениями, выведенными на основе закона Гука, позволила решать задачи малых перемещений пространственных кривых стержней.

Исследованию упругой линии двойкой кривизны посвящена работа Е.Л. Николаи, опубликованная в 1816 г. [216].

Для пространственных криволинейных стержней произвольной формы алгоритм определения усилий и моментов, линейных и угловых перемещений дан в статье механика и инженера Анатолия Петровича Филина (05.12.1920) [292].

Статике и динамике пространственных криволинейных стержней посвящены книги механика и инженера Валерия Александровича Светлицкого (01.06.1927), опубликованные в 1978 и 1987 гг. [251, 252]. Статике таких стержней посвящены также опубликованные в 1979 и 1984 гг. монографии механиков Александра Алексеевича Илюхина [177] и Юрия Борисовича Шулькина [305].



### 3.4. ИЗГИБ КРИВОГО БРУСА БОЛЬШОЙ КРИВИЗНЫ

Приближенное решение задачи изгиба кривого бруса большой кривизны на основе гипотезы плоских сечений было дано Э. Винклером в 1858 г. [501, 503] и позднее, в 1868 г., независимо от него А. Евневичем [163]. Это решение упростил в 1872 г. И.А. Вышнеградский, предложивший отбросить учет поперечной силы [145]. В курсах сопротивления материалов в несколько измененной форме излагается это решение.

В дальнейшем было опубликовано значительное число работ, посвященных упрощению приближенных методов расчета кривого бруса большой кривизны и созданию графических и графоаналитических способов расчета. Из них следует упомянуть книгу механиков и инженеров А.А. Попова, А.С. Орлина и С.Д. Пономарева [231]. Обзор различных работ по расчетам кривого бруса см. в статье [102].

Точное решение задачи изгиба кривого бруса большой кривизны прямоугольного поперечного сечения без использования гипотезы плоских сечений методами теории упругости было дано в 1880 г. Х.С. Головиным [154].

### 3.5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМАХ

Методы определения перемещений в стержневых системах основаны на принципе возможных перемещений, который был, вероятно впервые, распространен на деформируемые тела С. Пуассоном [463] в 1833 г. В этом случае он формулируется следующим образом: из всех возможных состояний равновесия системы, подверженной воздействию внешних сил, соответствует то, при котором полная энергия системы принимает стационарное значение. Использование этого вариационного принципа позволяет вывести теорему Ж. Лагранжа, согласно которой для линейных систем частная производная от потенциальной энергии деформации по обобщенному перемещению равна соответствующей ему обобщенной силе. Вероятно, эту теорему было бы правильнее называть первой теоремой Коттерилла—Кастильяно по именам Д. Коттерилла и А. Кастильяно. Д. Коттерилл еще до Кастильяно в 1865 г. опубликовал четыре работы [348 — 351], в которых установил сформулированную выше теорему, а также теорему о том, что для линейных систем частная производная от потенциальной энергии деформации по обобщенной силе равна соответствующему этой силе обобщенному перемещению. На это, по-видимому, впервые было указано в книге А.П. Филина [293], т. II, с. 488, 493. В курсах сопротивления материалов эта теорема обычно называется теоремой Кастильяно, который доказал ее в дипломной работе, посвященной

расчету ферм в Туринском политехническом институте в 1873 г. и опубликовал полученный результат на итальянском языке в 1875 г. [337], а на французском — в 1879 г. [338].

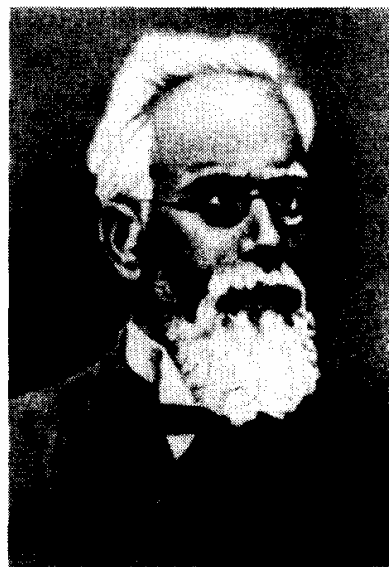
Полученные результаты были использованы Кастильяно для определения лишних неизвестных в статически неопределимых фермах, а в дальнейшем обобщены им на упругое тело произвольной формы. Заметим, что еще до Кастильяно в 1857 г. Л. Менабреа, занимаясь расчетами статически неопределимых ферм, предложил определять лишние неизвестные, исходя из минимума потенциальной энергии деформации. Это положение получило название начала наименьшей работы. Статья Л. Менабреа на итальянском языке была опубликована в 1857 г. [431], а на французском — в 1858 г. [432]. Однако обоснование этого начала Менабреа не дал. Очевидно, что оно следует из второй теоремы Коттерилла–Кастильяно.

В случае нелинейных систем две указанных выше теоремы остаются в силе, но только во второй теореме производные следует брать не от потенциальной энергии деформации, а от другого функционала — так называемой дополнительной энергии. На это обстоятельство указал в 1889 г. Ф. Энгессер.

Исчерпывающее описание связей между различными термодинамическими потенциалами дано в книге А.П. Филина [293], т. II, с. 463-466.

Из второй теоремы Коттерилла–Кастильяно обычно выводится очень удобная формула для определения перемещений в стержневых системах — интеграл перемещений, который в курсах сопротивления материалов обычно называется интегралом Мора. Этот метод определения перемещений опубликован О. Мором в ряде статей [436 — 438] в 1874 г. Для частного случая определения перемещений в фермах этот способ был предложен раньше в 1864 г. Д. Максвеллом [429]. Поэтому интеграл перемещений следовало бы, вероятно, назвать интегралом Максвелла–Мора.

Обычно в этом же разделе “Определение перемещений в стержневых системах” доказывается теорема взаимности работ и вытекающий из нее принцип взаимности перемещений. Теорема взаимности работ была доказана математиком Энрико Бетти (Betti E., 21.10.1823 — 11.08.1892) в 1872 г. [326], а следствие из нее — принцип взаимности перемещений — несколько раньше в 1864 г. Д. Максвеллом [429]. По-видимому, эти работы были неизвестны О. Мору, потому что в упомянутых выше статьях [437, 438], опубликованных в 1874 г., он также доказывает эти теоремы.



Э. Бетти

расчету ферм в Туринском политехническом институте в 1873 г. и опубликовал полученный результат на итальянском языке в 1875 г. [337], а на французском — в 1879 г. [338].

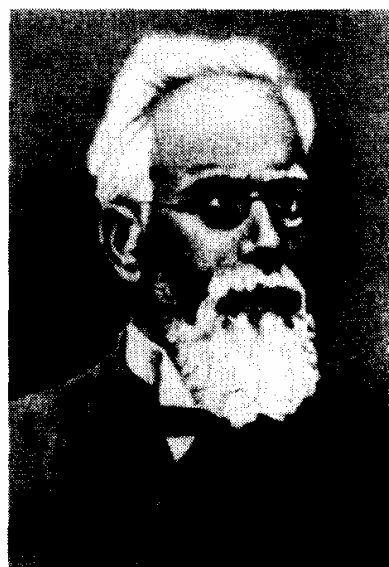
Полученные результаты были использованы Кастильяно для определения лишних неизвестных в статически неопределимых фермах, а в дальнейшем обобщены им на упругое тело произвольной формы. Заметим, что еще до Кастильяно в 1857 г. Л. Менабреа, занимаясь расчетами статически неопределимых ферм, предложил определять лишние неизвестные, исходя из минимума потенциальной энергии деформации. Это положение получило название начала наименьшей работы. Статья Л. Менабреа на итальянском языке была опубликована в 1857 г. [431], а на французском — в 1858 г. [432]. Однако обоснование этого начала Менабреа не дал. Очевидно, что оно следует из второй теоремы Коттерилла–Кастильяно.

В случае нелинейных систем две указанных выше теоремы остаются в силе, но только во второй теореме производные следует брать не от потенциальной энергии деформации, а от другого функционала — так называемой дополнительной энергии. На это обстоятельство указал в 1889 г. Ф. Энгессер.

Исчерпывающее описание связей между различными термодинамическими потенциалами дано в книге А.П. Филина [293], т. II, с. 463-466.

Из второй теоремы Коттерилла–Кастильяно обычно выводится очень удобная формула для определения перемещений в стержневых системах — интеграл перемещений, который в курсах сопротивления материалов обычно называется интегралом Мора. Этот метод определения перемещений опубликован О. Мором в ряде статей [436 — 438] в 1874 г. Для частного случая определения перемещений в фермах этот способ был предложен раньше в 1864 г. Д. Максвеллом [429]. Поэтому интеграл перемещений следовало бы, вероятно, назвать интегралом Максвелла–Мора.

Обычно в этом же разделе “Определение перемещений в стержневых системах” доказывается теорема взаимности работ и вытекающий из нее принцип взаимности перемещений. Теорема взаимности работ была доказана математиком Энрико Бетти (Betti E., 21.10.1823 — 11.08.1892) в 1872 г. [326], а следствие из нее — принцип взаимности перемещений — несколько раньше в 1864 г. Д. Максвеллом [429]. По-видимому, эти работы были неизвестны О. Мору, потому что в упомянутых выше статьях [437, 438], опубликованных в 1874 г., он также доказывает эти теоремы.



Э. Бетти

Интеграл Максвелла—Мора для прямого стержня постоянного поперечного сечения может быть вычислен при помощи простого правила, предложенного А.К. Верещагиным в бытность им студентом Московского института инженеров транспорта в 1924 г. [139].

В курсах сопротивления материалов интеграл Максвелла—Мора обычно используется для определения перемещений в винтовых цилиндрических пружинах растяжения, сжатия и кручения. Вероятно, впервые задачу растяжения винтовой цилиндрической пружины силами, направленными по ее оси, решил Б. Сен-Венан [475] в 1844 г. Первая монография по расчету и конструированию витых пружин написана С.Д. Пономаревым [230].

### 3.6. СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫЕ СТЕРЖНЕВЫЕ СИСТЕМЫ

Умение определять перемещение в стержневых системах позволяет решать статически неопределимые задачи.

Вероятно, Л. Навье впервые обратил внимание на то, что так называемые статически неопределимые задачи являются неопределимыми потому, что тела считаются жесткими. Если учесть деформации тела, то тогда можно дополнительно к уравнениям статики добавить уравнения перемещений, и задача становится определенной. Л. Навье разработал методы решения статически неопределимых задач и, в частности, статически неопределимых балок [447].

В сопротивлении материалов обычно излагается только один метод раскрытия статической неопределимости, так называемый метод сил, в котором за “лишние” неизвестные принимаются реакции опор или внутренние силы в сечениях системы.

Впервые канонические уравнения для расчета статически неопределимых ферм методом сил были предложены Д. Максвеллом в 1864 г. [429].

Большую роль в распространении методов расчета статически неопределимых стержневых систем в России сыграла книга В.Л. Кирпичева [187], опубликованная в 1903 г., а также курсы строительной механики И.М. Рабиновича [237, 238], первые издания которых вышли в 1938 и 1946 гг.

Метод перемещений (деформаций) расчета статически неопределимых систем обычно в курсе сопротивления материалов не рассматривается, хотя, вероятно, в скором времени он будет включен в курс.

Первые идеи этого метода применительно к расчету балок были высказаны Э. Винклером в 1862 г. [502], а затем Ж. Брессом в 1865 г. [330]. Однако они не довели свои соображения до разработки метода.

В ряде статей и книг этот метод использовался для расчета металлических ферм с жесткими узлами железобетонных рам. Одной из

первых была опубликованная в 1901 г. книга Е.О. Патона [228], в которой методом деформаций исследованы приращения напряжений, возникающие в фермах за счет жесткости узлов.

Определение несущей способности статически неопределимых систем на основе концепции так называемых пластических шарниров было впервые выполнено инженером Г. Казинци [402] в 1904 г., а затем независимо от него инженером Н. Кистом (Kist N.C.) [409] в 1917 г.

Большое значение в развитии расчетов статически неопределимых конструкций по методу предельного равновесия имели работы А.А. Гвоздева [151, 152]. Им в 1936 г. [151] был разработан метод расчета по предельному состоянию и доказаны статическая и кинематическая теоремы предельного равновесия. Согласно первой нагрузке, соответствующая статически возможному состоянию, меньше, чем предельная, а по второй нагрузка, соответствующая кинематически возможному состоянию, больше предельной. Таким образом, эти две теоремы дают нижнюю и верхнюю оценки предельной нагрузки.

За разработку метода расчета по предельному состоянию А.А. Гвоздеву в 1967 г. Бельгийским инженерным обществом была присуждена медаль Гюстава Тразенстера, которую в свое время получили Ле-Шателье (8.10.1850. – 17.09.1936), Мария Склодовская-Кюри (Skłodowska-Curie M., 07.11.1867 – 04.07.1934), Джеймс Чэдвик (Чадвик, Chadwick D., 20.10.1891 – 24.07.1974), С.П. Тимошенко и Э. Фрейссине (Freyssinet E.).

В английском журнале “Международный журнал механических наук”, том 1, № 4, 1960, была перепечатана работа А.А. Гвоздева [151] и указано, что ему принадлежит формулировка и доказательство основных теорем предельного равновесия, предложенных за 25 лет до появления аналогичных работ механиков У. Прагера (Prager W., 23.05.1903 – 17.03.1980) [466] и Ф.Г. Ходжа (Hodge P.G.) [301].

### 3.7. БИОГРАФИИ

#### Людвиг Прандтль

Механик и инженер Людвиг Прандтль (Prandtl L., 04.02.1875 – 15.08.1953) родился в г. Фрейзинге (Германия) в семье профессора сельскохозяйственного института. Окончил Высшую техническую школу в Мюнхене, в которой профессором технической механики в то время был А.Феппл. После окончания школы Л. Прандтль был оставлен ассистентом А. Феппля и начал под его руководством работу по интересовавшему А. Феппля вопросу изгиба кривого бруса большой кривизны. В случае чистого изгиба стержня, поперечное сечение



Л. Прандтль

которого есть узкий прямоугольник, он дал точное решение задачи. Эта работа Л. Прандтля не была опубликована. Заметим, что до Л. Прандтля в 1880 г. эта задача была решена Х.С. Головиным.

Исследуя экспериментально изгиб круглых пластин, Прандтль установил, что прогибы пластин пропорциональны приложенным силам только в начальной стадии нагружения, когда прогибы малы. С увеличением прогибов жесткость пластин увеличивается. Вероятно, это первое экспериментальное исследование изгиба круглых пластин, в котором были установлены пределы применимости теории.

В 1899 г. Прандтль представил докторскую диссертацию, посвященную устойчивости плоской формы изгиба. Им были получены решения как для чистого, так и для поперечного изгибов, причем в последнем случае для возможности вычисления критических нагрузок были составлены таблицы функций Бесселя, в которых интегрируется дифференциальное уравнение задачи. Заметим, что решение задачи устойчивости плоской формы изгиба балки при чистом изгибе было опубликовано в том же году математиком и механиком Джоном Генри Мичеллом (Michell J.H., 26.10.1863 – 03.02. 1940).

После защиты докторской диссертации Прандтль некоторое время работал в промышленности, а в 1900 г. возглавил кафедру инженерной механики в Высшей технической школе Ганновера.

В 1903 г. Прандтль предложил экспериментальный метод решения задачи кручения стержня на основе так называемой мембранной аналогии [467].

В 1904 г. известный математик, профессор Геттингенского университета Феликс Клейн (Klein F., 25.04.1849 – 22.06.1925), стремившийся к творческому содружеству математики и технических наук, пригласил молодого инженера руководить преподаванием инженерной механики в университете. Под руководством Прандтля в организованном им и Клейном институте прикладной математики и механики при университете работали по вопросам прочности талантливые молодые инженеры, среди которых были Т. Карман, готовивший докторскую диссертацию по устойчивости стержней за пределами упругости, А. Надаи, выполнивший ряд исследований по теории пластичности, а также С.П. Тимошенко, исследовавший устойчивость двутавровых балок.

В 1921 г. Прандтль опубликовал решение плоской задачи о вдавливании жесткого штампа в жесткопластическое тело, ограниченное

плоскостью. В дальнейшем механиком Родни Хиллом (Hill R., 11.06.1921) было показано, что это решение не является единственным, а механиками У. Прагером и Ф.Г. Ходжем построены решения, являющиеся комбинацией решений Л. Прандтля и Р. Хилла.

В 1924 г. на Первом Международном съезде по теоретической и прикладной механике Прандтль сделал доклад, в котором были сформулированы основы теории пластичности — теории течения для частного случая плоской деформации. В дальнейшем полученные результаты были обобщены механиком и инженером Эндре Рёйссом на общий случай напряженного состояния.

Несмотря на колоссальное значение работ Прандтля для механики деформируемого твердого тела, следует отметить, что наиболее крупные научные достижения его относятся к механике жидкости и газа.

Еще в 1904 г. на Международном математическом конгрессе Прандтль выступил с докладом, в котором впервые поставил проблему пограничного слоя. Начиная с 1906 г., когда в Германии было организовано Авиационное научно-исследовательское общество, Прандтль стал в основном заниматься аэродинамикой. В 1908 г. по проекту Прандтля в Институте прикладной математики и механики была построена небольшая аэродинамическая труба, а в годы первой мировой войны — вторая, более крупная. На основании проведенных в этих трубах экспериментов Прандтль разработал методы проектирования самолетов по данным испытаний моделей в трубах.

### **Николай Иванович Мусхелишвили**

Математик и механик Николай Иванович Мусхелишвили (16.11.1891 — 15.07.1976) родился в Тифлисе (ныне Тбилиси) в семье военного инженера. В 1901 г. он поступил в Тифлисскую гимназию, которую окончил в 1909 г. Высшее образование получил в Петербургском университете, физико-математический факультет которого по специальности “Прикладная механика” окончил в 1914 г. После окончания университета был оставлен при кафедре теоретической механики и в 1917–1918 гг. сдал магистерские экзамены.

В 1917 г. был избран ассистентом кафедры механики Петроградского университета. В 1915–1920 гг. преподавал также в других учебных заведениях Петрограда.



**Н.И. Мусхелишвили**

В 1920 г. переехал в Тифлис (ныне Тбилиси). Работал в Тифлисском университете и Грузинском политехническом институте сначала доцентом, а с 1922 г. — профессором.

С 1938 г. вел педагогическую работу только при университете. С 1933 г. Мухелишвили работал в Грузинском отделении Закавказского филиала Академии наук СССР, преобразованном впоследствии в Грузинский филиал Академии наук СССР. С начала основания в 1941 г. Академии наук Грузинской ССР и до 1976 г. Н.И. Мухелишвили являлся ее президентом и директором математического института академии.

Основные научные работы относятся к плоской задаче теории упругости, кручению и изгибу неоднородных стержней, теории сингулярных интегральных уравнений, краевым задачам теории потенциала и аналитических функций. Н.И. Мухелишвили продолжил и в значительной степени развил начатое Г.В. Колосовым применение теории функций комплексного переменного к решениям плоских задач теории упругости. Его монография в этой области четыре раза переиздавалась и была удостоена в 1941 г. Государственной премии СССР. Вторая его работа по теории сингулярных интегральных уравнений также была удостоена Государственной премии СССР в 1947 г.

В 1933 г. Н.И. Мухелишвили был избран членом-корреспондентом, в 1939 г. — действительным членом Академии наук СССР, а в 1961 г. — почетным членом Академии наук Армянской ССР. Он являлся иностранным членом Болгарской, Германской и Польской академий наук.

### Гурий Васильевич Колосов



Г.В. Колосов

Математик и механик Гурий Васильевич Колосов (24.08.1867 — 07.09.1936) родился в селе Устье (ныне Новгородская область). В 1889 г. окончил Петербургский университет. В 1903—1913 гг. работал в Юрьевском университете (ныне в Тарту в Эстонии). С 1911 г. — профессор. С 1913 г. преподавал в Петербургском электротехническом институте, а с 1916 г. также в Петербургском университете.

Кроме указанных выше работ по теории упругости в области механики твердого тела в 1898 г. установил новый интегрируемый случай вращения твердого тела вокруг неподвижной точки.



В 1931 г. избран в члены-корреспонденты Академии наук СССР.

### Готфрид Вильгельм Лейбниц



Г. Лейбниц

Математик и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц (Leibniz G.W., 01.07.1646 — 14.11.1716) родился в Лейпциге (Саксония, Германия) в семье профессора нравственной философии Лейпцигского университета. В 1661–1666 гг. изучал философию и право в Лейпцигском, а в 1663 г. — в Иенском университетах. В 1663 г. защитил диссертацию на степень бакалавра на тему “Метафизическое рассуждение о принципе индивидуализации”, а в 1664 г. — на степень магистра философии “Опыт о философских вопросах, собранных из области права” и в 1666 г. — на степень лиценциата и доктора права на тему “Рассуждение о запутанных казусах в праве”, после чего поступил на службу к майнцскому курфюрсту в качестве юриста, а в 1676 г. — к ганноверскому герцогу в качестве библиотекаря и состоял в этой должности до конца жизни.

В 1673 г. был избран членом Лондонского королевского общества, а в 1700 г. — членом Парижской академии наук. В 1700 г. принял участие в создании Берлинской академии наук и был первым ее президентом.

В 1711–1716 гг. неоднократно встречался с Петром I, который высоко ценил его как ученого и беседовал с ним по вопросам образования в России.

Деятельность Г. Лейбница весьма многообразна. Он занимался правом, философией, биологией, палеонтологией, языкознанием, политикой, педагогикой, математикой и механикой.

В области математики его важнейшей заслугой является разработка дифференциального и интегрального исчисления. О приоритете по этому вопросу между Г. Лейбницем и И. Ньютоном разгорелся длительный спор. Следует сказать, что результаты в этой области Ньютон получил раньше, но Лейбниц пришел к ним самостоятельно и опубликовал их раньше. Символика, которую употреблял Лейбниц, имела значительные преимущества перед символикой И. Ньютона. В механику Лейбниц внес понятие живой силы, сформулировал принцип наименьшего действия, создал механизм для выполнения различных

математических операций, работал над изобретением паровой машины, изобрел счетную машину.

Решал задачу изгиба консольной балки прямоугольного поперечного сечения, силой приложенной на свободном конце [422].

### Пьер Вариньон



П. Вариньон

Математик и механик Пьер Вариньон (Varignon P., 1654 – 22.12.1722) родился в г. Каенне (Франция). Изучал философию и математику. Работал профессором математики в Коллеже Мазарини с 1688 г., а в 1704 г. – в Коллеже де Франс. Сформулировал закон параллелограмма сил. Доказал, что момент равнодействующей двух сходящихся сил равен сумме моментов составляющих (теорема Вариньона). Изучал равновесие и движение жидкостей. Решил задачу изгиба консольной балки прямоугольного поперечного сечения силой, приложенной на свободном конце [491].

### Антуан Паран

Математик и механик Антуан Паран (Parent A., 16.09.1666 – 26.09.1716) родился в Париже. Изучал в Парижском университете право и математику. Занимался также анатомией, ботаникой и химией.

В 1699 г. начал работать в Парижской академии наук в качестве ассистента. Действительным членом академии стал в 1716 г.

А. Паран выполнил ряд исследований по математике и теории простых машин.

Работы по математике посвящены исследованиям в области аналитической геометрии и сферической тригонометрии. А. Паран первым ввел прямоугольные координаты в аналитической геометрии в пространстве, получил уравнение сферы. Его также интересовали простые машины: водяные колеса, ветряные мельницы, насосы.

В 1713 г. А. Паран правильно решил задачу изгиба консольной балки прямоугольного поперечного сечения силой, приложенной на свободном конце консоли [459].

### Георг Бернгард Бюльфингер

Физик Георг Бернгард Бюльфингер (Buelfinger G.V., 23.01.1693 – 18.02.1750) родился в г. Канштадте (Германия). В 1721–1724 гг. – профессор философии Тюбингенского университета. В 1725–1730 гг. – член Петербургской Академии наук и первый руководитель кафедры экспериментальной и теоретической физики.

В 1731 г. возвратился в Тюбингенский университет, но, будучи почетным членом Петербургской академии наук, сохранил с ней тесные связи.

Г. Бюльфингер работал над усовершенствованием термометров, барометров и воздушных насосов. Руководил систематическими метеорологическими наблюдениями. По-видимому, не зная о работах Ж.Парана, в 1735 г. дал правильное решение задачи об изгибе консольной балки прямоугольного сечения силой, приложенной на свободном конце консоли [332].

Преподавал физику в академической гимназии и читал публичные лекции по физике.



Г. Бюльфингер

### Итон Ходкинсон

Механик и инженер Итон Ходкинсон (Hodgkinson I., 26.02.1789 – 18.06.1861) родился в семье фермеров в г. Андертоне (Великобритания). В 1811 г. его семья переселилась в Манчестер, где он встретился с английским физиком и химиком Джоном Дальтоном (Dalton J., 16.09.1766 – 27.07.1844), который начал обучать его математике.

В 1822 г. И. Ходкинсон начал работать в области сопротивления материалов и через два года опубликовал свою первую статью [381]. В 1824 и 1831 гг. Ходкинсон опубликовал статьи [381, 382], в которых исследовал изгиб призматических стержней из материала, различно сопротивляющегося растяжению и сжатию, в предположении, что диаграммы растяжения и сжатия могут быть аппроксимированы степенными функциями. По-видимому, он впервые установил, что для балки из материала, одинаково сопротивляющегося растяжению и сжатию, рациональной формой поперечного сечения является двутавр, в случае материала, различно сопротивляющегося растяжению и сжатию – тавр.

В 1840 г. он провел испытания стержней на устойчивость [386], за что в 1841 г. был награжден королевской медалью и в том же году избран в члены Королевского общества.

В 1847 г. И. Ходкинсон стал профессором технической механики в Лондонском университете.

### **Жак Антуан Шарль Бресс**

Механик и инженер Жак Антуан Шарль Бресс (Bresse J.A.C., 09.10.1822 – 22.05.1883) родился в г. Вьенне (Франция). В 1843 г. окончил Политехническую школу, а в 1845 г. – Школу мостов и дорог и начал педагогическую работу в качестве ассистента профессора прикладной механики Школы мостов и дорог Беланже (Belanger), а в 1853 г. стал его преемником.

В 1859 г. были опубликованы первые два тома курса прикладной механики Ж. Бресса [330], в которых изложены сопротивление материалов и гидравлика, а в 1865 г. вышел третий том, содержащий расчет статически неопределимых балок. В статье [329] и книге [330] Ж. Бресс рассмотрел внецентренное продольное нагружение стержня, ввел понятие ядра сечений и изучил его свойства, изложил разработанную им теорию деформирования плоского кривого стержня малой кривизны в его плоскости и применил ее для проектирования арок.

Кроме упомянутых выше исследований Ж. Бресс дал первое построение эпюры изгибающих моментов в статически неопределимой балке, преобразовал дифференциальные уравнения изогнутой оси прямого и кривого стержня малой кривизны, приведя их к интегральной форме, близкой к формуле Мора, и выполнил ряд других исследований по строительной механике стержневых систем.

Наряду с педагогической и научной работой Ж. Бресс вел большую административную работу, будучи с 1870 г. главным инженером, а с 1881 г. – генералом-инспектором мостов и дорог Франции.

### **Дмитрий Иванович Журавский**

Механик и инженер Дмитрий Иванович Журавский (29.12.1821 – 30.11.1891) родился в селе Белом Курской губернии. Среднее образование получил в Нежинском лицее, о котором говорилось выше в биографии П.И. Собко, где проявил особую склонность к математике и физике. После окончания его в 1838 г. поступил в Институт корпуса инженеров путей сообщения в Петербурге, который окончил в 1842 г. с занесением его имени на мраморную доску. После окончания института был назначен на изыскания железной дороги Петербург–Москва. Ему было поручено составление проектов виадуков и мостов, а

вскоре и строительство одного из самых ответственных виадуков через реку Веребью. В связи с этой работой Д.И. Журавский разработал теорию определения усилий в решетчатых неразрезных фермах. Попутно им было найдено наивыгоднейшее отношение крайнего и среднего пролетов неразрезной фермы. Заметим, что оно было получено позднее французским инженером Ж. Брессом. Результаты многолетних исследований по расчету ферм были обобщены в книге [172]. В заметке, являющейся частью этого труда, дано приближенное решение задачи определения касательных напряжений при поперечном изгибе балки.



Д.И. Журавский

Вскоре после постройки Веребьинского виадука Д.И. Журавскому была поручена замена деревянных стропил, пришедших в негодность, металлическими в шпиле колокольни собора в Петропавловской крепости. Он предложил конструкцию в виде восьмигранной усеченной пирамиды, связанной кольцами, и разработал метод ее расчета. За эту работу Д.И. Журавский был произведен в полковники Корпуса инженеров путей сообщения и послан в США для изучения железнодорожного дела. После возвращения из командировки Д.И. Журавский был назначен вице-президентом Главного общества российских железных дорог, а затем директором Департамента железных дорог Министерства путей сообщения. Несмотря на то, что новые обязанности отнимали много времени, Д.И. Журавский продолжал заниматься решением сложных технических задач. В частности, при восстановлении после пожара Мостинского моста им были сконструированы подмости подкосно-веерной системы. Д.И. Журавский принимал участие также в переустройстве Мариинского водного пути, руководил проектированием обводного Ладожского канала, Морского Петербургского канала и Либавского порта.

Он уделял много внимания изучению прочности дерева при различных типах нагружения, а также прочности рельсов при низкой температуре.

Мраморный бюст Д.И. Журавского с надписью на постаменте: "Дмитрий Иванович Журавский 1821 — 1891. Создатель расчета раскосных ферм и теории скалывания при изгибе. Знаменитый строитель мостов. Железнодорожный администратор" установлен в Колонном зале Петербургского института инженеров путей сообщения в 1897 г.

## Степан Прокофьевич Тимошенко



С.П. Тимошенко

Механик и инженер Степан Прокофьевич Тимошенко (22.12.1878 – 29.05.1972) родился в селе Шпотовке Черниговской губернии в семье землемера – сына крепостного крестьянина. В 1889 г. он поступил в реальное училище в г. Ромны, которое окончил в 1896 г. В реальном училище С.П. Тимошенко особенно увлекался математикой и решил поступить в одно из лучших в то время учебных заведений – Институт инженеров путей сообщения в Петербурге. Конкурс в этот институт был очень большой. Не будучи уверенным в поступлении, С.П. Тимошенко сдавал экзамены также и в Институт гражданских инженеров, готовивший инженеров-строителей, в котором вступительные экзамены начинались на три недели раньше, чем в Институте инженеров путей сообщения. Однако эта предосторож-

ность оказалась излишней. С.П. Тимошенко успешно выдержал экзамены в оба института и выбрал Институт инженеров путей сообщения. В этом институте ранее преподавали Г. Ламе, Б. Клапейрон, П.И. Собко. С.П. Тимошенко слушал лекции и выполнял проекты мостов у Н.А. Белелюбского и Л.Ф. Николаи. Особенное впечатление произвели на него лекции Ф.С. Ясинского, читавшего курс статике сооружений.

После окончания института С.П. Тимошенко посетил Германию и Швейцарию, затем год прослужил в армии вольноопределяющимся в саперном батальоне, а в 1902 г. был приглашен лаборантом в механическую лабораторию Института инженеров путей сообщения, возглавляемую Н.А. Белелюбским. Работая в лаборатории С.П. Тимошенко пополняет свои знания по математике, слушая различные курсы математики на физико-математическом факультете Петербургского университета.

В 1903 г. профессор кафедры сопротивления материалов Петербургского политехнического института С.И. Дружинин пригласил Тимошенко лаборантом в механическую лабораторию и он принял его предложение. В этом институте С.П. Тимошенко вел упражнения по курсам сопротивления материалов, который читал Дружинин, и по теоретической механике, который вел лектор И.В. Мещерский. В это время он изучал курсы математики, теории упругости, посещал основанный в 1903 г. механический кружок В.Л. Кирпичева и принимал участие в монтаже поступающих из-за границы испытательных машин.

В 1904 г. С.П. Тимошенко командирован для ознакомления с немецкими высшими техническими школами в Берлин и Мюнхен. В 1905–1906 гг. в связи с закрытием высших учебных заведений в Санкт-Петербурге, вызванным революционными волнениями, С.П. Тимошенко посещал лекции по механике в Геттингенском университете и работал в лаборатории института прикладной механики, возглавляемой Л. Прандтлем. Здесь он начал заниматься задачей устойчивости двутавровой балки. Решение ее он продолжил в политехническом институте в Петербурге. В 1905–1906 гг. вышла статья С.П. Тимошенко [274], в которой рассмотрен совместный изгиб и кручение тонкостенных стержней в связи с исследованием устойчивости плоской формы изгиба двутавровой балки. Эту работу и еще три статьи с представлением В.Л. Кирпичева С.П. Тимошенко отправил в Киевский политехнический институт в связи с замещением должности заведующего кафедрой сопротивления материалов. На эту кафедру он был избран в конце 1906 г., когда ему было 28 лет. Работая в Киевском политехническом институте, С.П. Тимошенко написал курсы сопротивления материалов [273], первую часть курса теории упругости [280] и составил задачник во курсу сопротивления материалов [269].

Весну 1907 г. С.П. Тимошенко провел снова в Геттингене, слушал лекции Ф. Клейна и Л. Прандтля.

В 1908 г. С.П. Тимошенко был назначен секретарем, а в 1909 г. — деканом инженерно-строительного факультета Киевского политехнического института.

В 1909–1910 гг. С.П. Тимошенко занимался задачами устойчивости упругих систем. В 1910 г. опубликовал монографию [276], в которой решение задач устойчивости проводилось энергетическим методом из условия минимума энергии. Эту работу и статью [274] он представил на соискание присуждаемой один раз в десять лет премии имени Д.И. Журавского. (Заметим, что в денежном выражении премия была равна годовому профессорскому жалованью.) Специальное жюри на основании отзывов И.Г. Бубнова, Н.А. Белелюбского, С.И. Белзецкого, В.Л. Кирпичева, Г.В. Колосова и Г.Н. Соловьева присудило в 1911 г. С.П. Тимошенко премию Д.И. Журавского. Отзывы И.Г. Бубнова, С.И. Белзецкого, В.Л. Кирпичева, Г.В. Колосова были опубликованы в 1913 г. в “Сборнике Института инженеров путей сообщения”. В отзыве И.Г. Бубнова был изложен метод решения дифференциальных уравнений. Этот метод, по-видимому, независимо был предложен через два года Б.Г. Галеркиным. Многие годы он назывался методом Галеркина. Такое название в зарубежной литературе сохранилось и до настоящего времени. В отечественной литературе после того, как обратили внимание на упомянутый выше отзыв И.Г. Бубнова, метод стал называться методом Бубнова–Галеркина. Некоторые отечественные авторы связывают с этим методом имя лишь одного И.Г. Бубнова.

В 1911 г. С.П. Тимошенко был уволен из Киевского политехнического института с запрещением состоять на государственной службе за противодействие правительственной политике управления высшими учебными заведениями. Оно заключалось в приеме в Киевский политехнический институт на возглавляемый им факультет лиц еврейской национальности в количестве, превышающем пятнадцатипроцентную от общего приема норму. В связи с этим он первое время вел почасовые занятия в Электротехническом и Политехническом институтах в Петербурге. В 1912 г. по рекомендации А.Н. Крылова был приглашен консультантом на судостроительные заводы.

В 1913 г. А.Н. Крылов отказался от должности профессора теоретической механики в Институте инженеров путей сообщения. По его рекомендации эту должность получил С.П. Тимошенко, ставший впоследствии профессором такой же кафедры в Электротехническом институте. Перед первой мировой войной С.П. Тимошенко был назначен членом Мостовой комиссии Инженерного совета Министерства путей сообщения. Он выполнил и опубликовал ряд работ по динамике и прочности рельсов. В конце 1913 г. он закончил работу над первым, а летом 1915 г. — над вторым томом курса теории упругости [280]. В декабре 1917 г. во время зимних каникул С.П. Тимошенко поехал в Киев повидать семью. Вернуться в Петроград ему не удалось. Он снова стал профессором Киевского политехнического института и принял участие в работе Комиссии академика В.И. Вернадского по организации Украинской Академии наук.

В 1920 г. С.П. Тимошенко уехал из России в Югославию и занял место заведующего кафедрой сопротивления материалов в политехническом институте в г. Загребе. Условия жизни его в это время были очень тяжелыми.

Летом 1922 г. он переехал в США и начал работать в фирме по устранению вибраций, а в 1923 г. перешел на должность инженера в научно-исследовательских лабораториях компании “Вестингауз” в г. Питсбурге. Здесь он организовал лабораторию оптического метода исследования напряжений, консультировал расчеты на прочность деталей машин, читал лекции по сопротивлению материалов и теории упругости для инженеров лаборатории, здесь, как он сам сказал в беседе на кафедре “Сопротивление материалов” МВТУ (ныне МГТУ) им. Н.Э. Баумана, он стал инженером-механиком. На основании лекций, прочитанных им совместно с И.М. Лессельсом в 1927 г., была опубликована книга “Прикладная теория упругости” [268]. В 1928 г. вышла из печати его книга “Теория колебаний в инженерном деле” (первое издание) [281]. В этом же году по его инициативе была организована секция прикладной механики при Американском обществе инженеров-механиков, которая впоследствии стала издавать “Журнал прикладной механики” (серия E Трудов Американского общества инженеров-механиков).



В 1927 г. С.П. Тимошенко возглавил кафедру прикладной механики Инженерной школы Мичиганского университета в г.Анн-Арбор, штат Мичиган, США, оставаясь консультантом фирмы Вестингауз. В этом университете С.П.Тимошенко прочитал курсы по технической механике, сопротивлению материалов, теории упругости, теории пластин и оболочек, устойчивости упругих систем, организовал лаборатории по оптическому методу изучения напряжений, исследованию усталостной прочности и ползучести металлов.

В 1936 г. С.П. Тимошенко возглавил кафедру прикладной механики в Стенфордском университете (г.Стенфорд, штат Калифорния, США), которая готовила магистров и докторов наук. Здесь он продолжает занятия с докторантами, читает лекции по механике, пластинам и оболочкам, статике сооружений, истории сопротивления материалов. В 1944 г. (в 65 лет) Тимошенко вышел в отставку и перешел на должность преподавателя, не занимающего кафедры. В 1954 г. (в 75 лет) он перестал читать лекции и занялся переработкой и переизданием своих книг.

Кроме указанных выше им написаны монографии по статике сооружений [270], теории устойчивости [271] пластинам и оболочкам [272], которые, как и упомянутые выше книги, неоднократно переиздавались и были переведены на русский язык. Необходимо также упомянуть вышедшие под редакцией члена-корреспондента РАН Э.И. Григолюка две книги [275, 278], в которых собраны статьи С.П. Тимошенко, опубликованные в русских и иностранных журналах. В этих книгах приведены составленные редактором биографии Тимошенко и обзоры его работ.

С.П. Тимошенко принимал участие в работе различных конференций и Международных конгрессов по теоретической и прикладной механике. В 1958 и 1967 гг. он приезжал в Советский Союз. После первого посещения СССР он опубликовал две книги [486, 89]. В этих книгах дается высокая оценка постановки инженерного образования в СССР и, в частности, преподавания сопротивления материалов в МГТУ им. Н.Э. Баумана. В книге [89], которая является автобиографической, Тимошенко писал: “На следующее утро я посетил Московское высшее техническое училище им. Н.Э. Баумана, встретил профессора С.Д. Пономарева и тех, кто работает с ним. В последнее время эта группа занималась подготовкой руководства по расчетам на прочность машин. Прежде размеры деталей машин, необходимые для обеспечения их прочности, определялись по эмпирическим формулам. Но теперь требования прочности могут быть удовлетворены только на основе изучения напряжений, возникающих в деталях машин при эксплуатации. Подсчет напряжений в различных случаях должен быть основан на хорошо известных решениях математической теории упругости. Группа Пономарева издала трехтомный труд “Расчеты на прочность в машиностроении”, в котором тщательно изучены эти

вопросы. Они производят впечатление людей, преданных использованию математического анализа для решения практических задач, которые они ставят перед собой”. Интересно, какое впечатление произвел С.П. Тимошенко на академика Петра Леонидовича Капицу (1894–1984). Последний в письмах к матери [48] пишет: “У меня на Эдинбургском съезде Британской ассоциации наук новое знакомство — это профессор Тимошенко. Очень умный и милый человек. Он высокого роста, с белыми кудрями, с маленькой бородкой, бледное лицо, светлые умные глаза. От него дышит кабинетом и книгой. Он действительно умен, тот спокойный и глубокий ум, который я встречал мало у кого. В нем есть что-то обаятельное, хотя он говорит мало и редко. Всегда тихим и спокойным голосом. Я с ним провел целую неделю на съезде. Он друг Абрама Федоровича<sup>7</sup>”.

Работы С.П. Тимошенко по прикладной механике были отмечены различными премиями и медалями. В 1958 г. в честь его 80-летия Отделение прикладной механики Американского общества инженеров-механиков учредило медаль имени С.П.Тимошенко, причем первой медалью был награжден он сам.

С.П. Тимошенко состоял членом Академий наук ряда стран: УССР (1918 г.), СССР (член-корреспондент 1928 г., позднее иностранный член), Польской Академии наук (член-корреспондент, 1935 г.), Американского философского общества (член-корреспондент, 1939 г.), Парижской Академии наук (член-корреспондент, 1939 г.), Американской Академии наук (член-корреспондент, 1941 г.), Лондонского королевского общества (почетный член, 1944 г.), Итальянской Академии наук (почетный член, 1948 г.)

Он был удостоен звания почетного доктора наук (*doctor honoris causa*) Лехайским университетом (США, 1938 г.), Мичиганским университетом (США, 1938 г.), Цюрихской высшей технической школой (Швейцария, 1947 г.), Мюнхенской высшей технической школой (Германия, 1949 г.), Глазгоским университетом (Англия, 1951 г.), Болонским университетом (Италия, 1954 г.), Загребским политехническим институтом (Югославия, 1956 г.), Туринским политехническим институтом (Италия, 1960 г.).

### **Рудольф Фридрих Альфред Клебш**

Математик и механик Рудольф Фридрих Альфред Клебш (Clebsch R.F.A., 19.01.1833 – 07.11.1872) родился в Кенигсберге (Пруссия, ныне Калининград Россия). В 1854 г. окончил Кенигсбергский университет. Преподавал в Кенигсбергском, Берлинском, Гисенском университетах, политехникуме в Карлсруэ. С 1868 г. — профессор, а с 1872 г. — ректор Геттингенского университета.

Основные работы посвящены теории упругости, вариационному исчислению, проективной геометрии.

В своей известной книге [344], в отличие от курса Г. Ламе [419], где основное внимание было уделено приложениям к акустике и оптике, А. Клебш рассматривал приложение теории упругости к задачам механики. В ней указан способ интегрирования дифференциального уравнения изогнутой оси для балки с несколькими участками, при котором число постоянных интегрирования не зависит от числа участков. В книге много места уделено гибким пластинам, выведены уравнения, описывающие деформирование пространственного кривого стержня, методами теории упругости исследовано совместное растяжение, кручение и изгиб стержня, решена задача радиальных колебаний полого шара.

### Яков (Якоб) Бернулли

Математик, физик, астроном и механик Яков Бернулли (Bernoulli J., 27.12.1654 – 16.08.1705) родился в Базеле (Швейцария).

Отец хотел, чтобы сын был священником, и поэтому Я. Бернулли, поступив в Базельский университет, в основном изучал теологию и языки. Он владел немецким, французским, английским, итальянским, латинским и греческим языками. Но больше всего его привлекала математика, которую он изучал тайком от отца.

В 1671 г. Я. Бернулли получил степень магистра философии и начал читать проповеди на немецком и французском языках.

В 1676 – 1680 гг. Я. Бернулли путешествовал по Швейцарии, Франции, Италии и продолжал заниматься математикой, физикой и астрономией. После возвращения из путешествия он опубликовал работу, посвященную теории комет.

В 1682 г. Я. Бернулли почти год путешествовал по Англии и Нидерландам, где он познакомился с голландскими и английскими математиками, физиками и астрономами, в частности, с Х. Гюйгенсом (Huyghens H., 14.04.1629 – 08.07.1695) в Амстердаме и Д. Флемстидом (19.08.1646 – 31.12.1719) в Гринвиче.

В 1682 г. Я. Бернулли получил приглашение занять должность проповедника в Страсбурге, но отклонил его, решив в дальнейшем заниматься только физико-математическими науками. В 1683 г. он начал читать лекции в Базельском университете по эксперименталь-



Я. Бернулли

ной физике, а в 1686 г. занял в этом же университете должность профессора математики.

В 1692 г. Я. Бернулли в результате сильной простуды заболел туберкулезом и в 1705 г. после резкого обострения болезни скончался.

Я. Бернулли совместно с младшим братом Иоганном после ознакомления с работой Г. Лейбница по дифференциальному исчислению значительно развил метод.

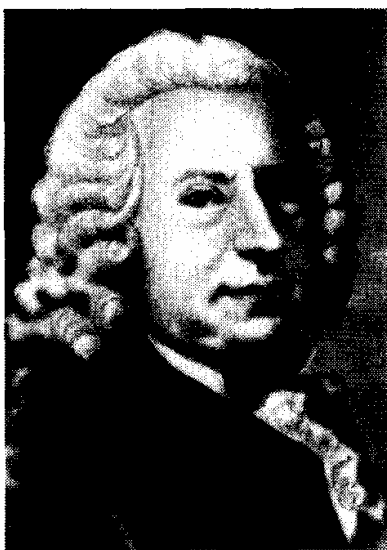
Я. Бернулли изучал прогибы консольной балки прямоугольного поперечного сечения, нагруженной силой, приложенной на конце консоли [323, 324].

Он занимался также теорией чисел и выполнил важные исследования по теории числовых рядов. Им сделан основополагающий вклад в теорию вероятности, решены задачи определения центра качения тел и вычисления сопротивления движению тел в жидкости.

Младший брат Я. Бернулли — Иоганн (27.07.1667 — 01.01.1748) считался крупнейшим математиком своего времени. Его сыновья — Николай (27.01.1695 — 26.07.1726) и Даниил в 1725 г. были приглашены в Петербургскую академию наук, основанную в том же году, где Николай возглавил кафедру математики, а Даниил — кафедру физиологии. В 1727 г. они помогли Эйлеру переехать в Петербург. Д. Бернулли известный, в основном, как автор книги по гидродинамике, посоветовал Эйлеру использовать вариационное исчисление для исследования упругих кривых. Он же вывел дифференциальное уравнение поперечных колебаний стержня постоянного поперечного сечения.

Семья Бернулли дала миру ряд известных ученых. Генеалогия этого семейства приведена на рис. 3.20 [32].

### Даниил Бернулли

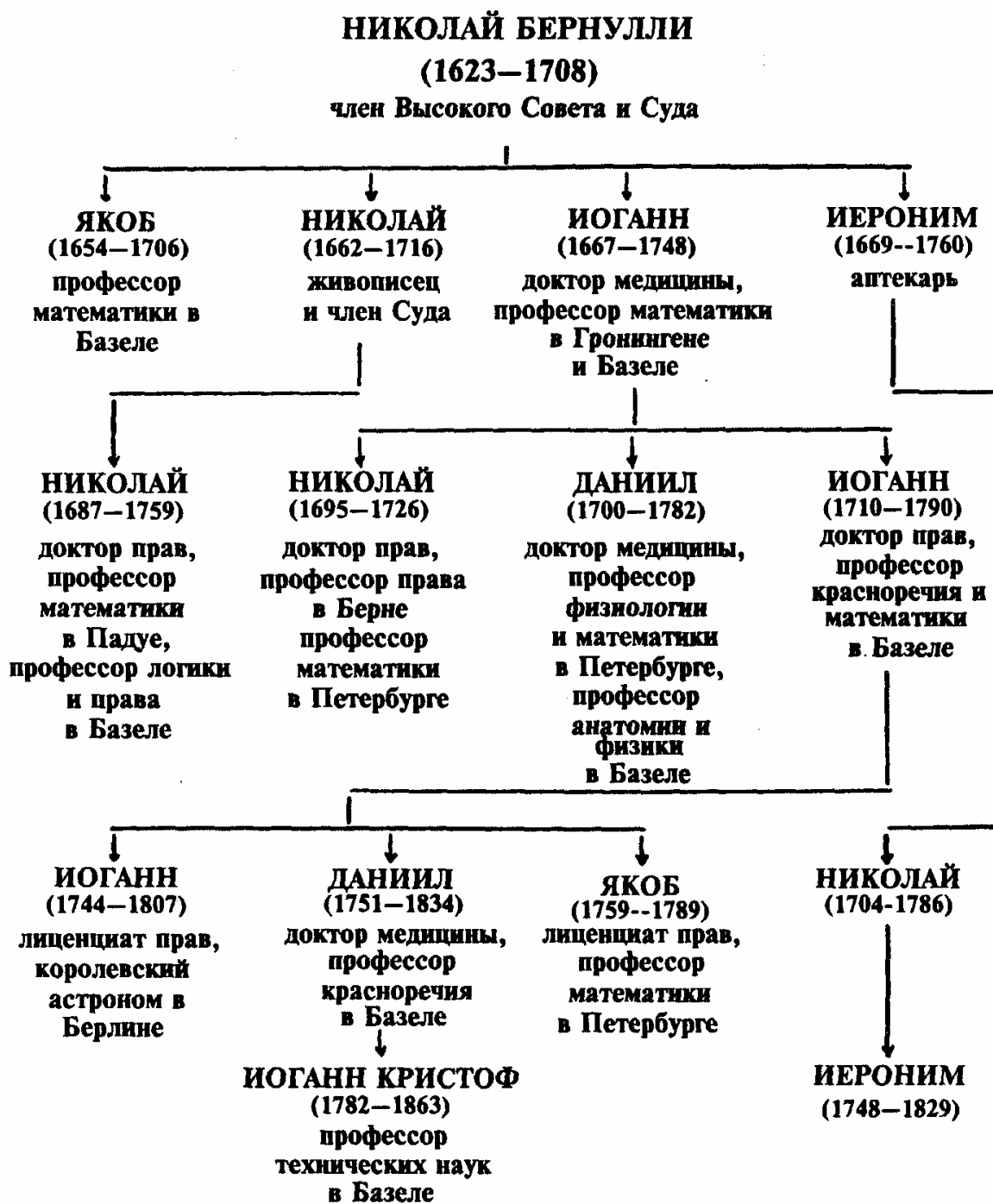


Д. Бернулли

Математик, механик и физиолог Даниил Бернулли (Bernoulli D., 29.01.1700 — 17.03.1782 — племянник Я. Бернулли) родился в г. Гронингене (Нидерланды). В 1716 г. окончил Базельский университет, где изучал математику, физику, физиологию и медицину.

В 1725 — 1728 гг. работал в Петербургской академии наук на кафедре физиологии, а в 1728 — 1733 гг. на кафедре математики. В 1733 г. вернулся в Базель и был назначен профессором физиологии в университете, а в 1750 г. — профессором математики там же.

Основные исследования относятся к гидродинамике и теории колебаний. Вывел



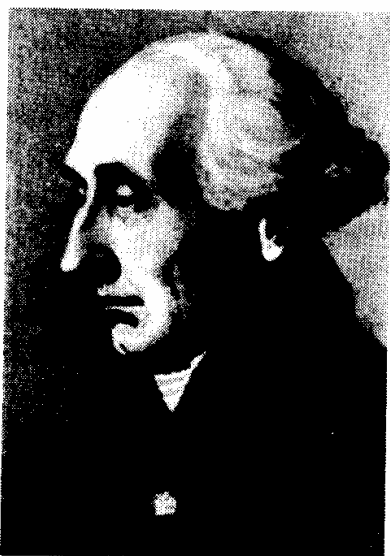
Генеалогия семейства Бернулли

уравнение стационарного движения идеальной жидкости. Разрабатывал кинетическую теорию газов. В исследовании колебания струны впервые применил к решению дифференциального уравнения тригонометрические ряды.

В 1751 г. вывел дифференциальное уравнение поперечных колебаний стержня и рассмотрел ряд частных случаев [322].

Был членом Петербургской, Берлинской, Парижской академий наук и Лондонского королевского общества.

### Жозеф Луи Лагранж



Ж. Лагранж

Математик и механик Жозеф Луи Лагранж (Lagrange J.L., 25.01.1736 – 10.04.1813) родился в г. Турине (Сардиния, Италия) в семье военного казначея. Родители были состоятельными людьми, но отец, пустившись в сомнительные спекуляции, потерял состояние. Ж.Лагранж считал, что это обстоятельство было стимулом для хорошей учебы. Он учился в Королевской артиллерийской школе, где проявил исключительные математические способности и еще до окончания школы в 17 лет начал преподавать в ней математику. Некоторые его ученики были его одноклассниками, а некоторые и старше его. В 1754 г. в 18 лет он стал профессором математики в этой школе. С группой своих учеников организовал научное общество, которое впоследствии было преобразовано в Туринскую академию наук. Первый том трудов этой академии вышел в 1759 г.

В 1759 г. по рекомендации Л. Эйлера, который был очень высокого мнения о математических работах Ж. Лагранжа, он был избран в Берлинскую академию наук, а в 1766 г., также по рекомендации Эйлера, Жана Лерона (математика, механика, философа) и Ж.Даламбера (D’Alambert J.L., 16.11.1717 – 29.10.1783), стал президентом этой академии. В этой должности он состоял 21 год до 1787 г. В 1772 г. Ж. Лагранж был избран членом Парижской академии наук, а в 1787 г., после смерти в 1786 г. Прусского короля Фридриха II, переехал в Париж и стал читать лекции: с 1795 г. – в Нормальной школе, а с 1797 г. – в Политехнической.

В Берлинский период Ж. Лагранж написал свою знаменитую “Аналитическую механику” [196], первое издание которой опубликовано в Париже в 1788 г., а второе – в 1813 г. (первый том и в 1816 г.

– второй). В этом труде задачи механики решались на основе принципа возможных перемещений и принципа Даламбера, при помощи введенных Лагранжем понятий “обобщенных сил” и “обобщенных координат”. Заметим, впрочем, что основные идеи принципа возможных перемещений можно обнаружить еще в письме от 1725 г. И. Бернулли к П. Вариньону [492].

В предисловии к первому изданию этой книги Ж. Лагранж пишет: “В этой книге нет чертежей. Методы, в ней изучаемые, не требуют ни геометрических построений, ни механических рассуждений, они требуют лишь геометрических операций, подчиненных правильному и однообразному ходу. Любители анализа с удовольствием увидят, что механика становится новой его отраслью, и будут мне признательны за такое расширение его области”.

В 1771 г. Лагранж изучал изгиб консольной балки постоянного поперечного сечения, нагруженной на свободном конце силой, на основе интегрирования точного дифференциального уравнения [414], исследовал изогнутые оси сжатых стержней после потери устойчивости [413], а также устойчивость шарнирно закрепленного стержня, сжатого силой, приложенной на торце, причем боковые поверхности стержня являются поверхностями второго порядка [413]. Он поставил задачу о наивыгоднейшей форме очертания стержня с точки зрения наименьшего веса [413].

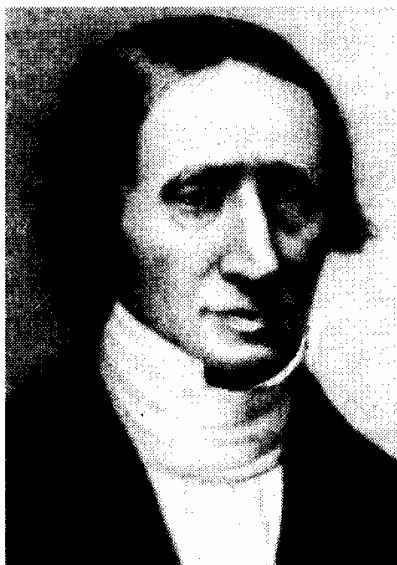
Ж. Лагранж выполнил также важные исследования по вариационному исчислению, математическому анализу, теории чисел, алгебре, дифференциальным уравнениям, математической картографии и астрономии. Полное собрание сочинений Ж. Лагранжа издавалось с 1867 по 1894 гг. и состояло из 14 томов.

Наполеон высоко ценил Лагранжа, присвоил ему титул графа и назначил членом палаты пэров (сенатором).

### **Франсуа Пьер Шарль Дюпэн**

Математик, механик и инженер Франсуа Пьер Шарль Дюпэн (Dupin F.P.C., 06.10.1784 – 18.01.1873) родился в г. Варзи (Франция). В 1804 г. окончил Политехническую школу. Работал морским инженером, был главным инженером французского флота. С 1819 г. – профессор Консерватории (Школы) искусств и ремесел, с 1834 г. – морской министр. С 1818 г. – член Парижской академии наук, с 1826 г. – почетный член Петербургской академии наук. Был произведен в бароны и пэры Франции.

Путешествуя по Англии и Ирландии, Ф. Дюпэн обратил внимание на то, что распространение технических знаний среди рабочих благотворно сказывается на производительности труда. Поэтому он стал читать в Консерватории искусств и ремесел популярные лекции по



Ф. Дюпэн

геометрии и механике, которые посещало более 600 человек. Ф. Дюпэн провел экспериментальное исследование изгиба двухопорной балки прямоугольного сечения, нагруженной силой в среднем сечении [358], и установил, что прогиб пропорционален кубу длины и обратно пропорционален ширине поперечного сечения и кубу его высоты. Сопоставляя прогибы балок, нагруженных равномерно распределенной нагрузкой и сосредоточенной силой, равной равнодействующей распределенной нагрузки, он нашел, что отношение их равно  $19/30$ , что близко к величине  $5/8$ , которую дает теория изгиба.

Работы Ф. Дюпэна посвящены также математической статистике и дифференциальной геометрии. В последней он ввел понятие циклоид и вывел их уравнения, а также понятие индикатрисы и доказал, что поверхности ортогональной системы пересекаются вдоль общих линий кривизны.

### Эмиль Винклер

Механик и инженер Эмиль Винклер (Winkler E., 1835–1888) родился близ г. Торгау (Саксония, Германия) и учился в местной гимназии. Смерть отца заставила его прервать образование и некоторое время он работал учеником каменщика. Однако Винклер все-таки сумел закончить среднее образование, а затем поступил на строительный факультет Дрезденской высшей технической школы, после окончания которой с 1860 г. начал работать преподавателем сопротивления материалов, а с 1863 г. — читать лекции по мостам. Степень доктора Э. Винклер получил в Лейпцигской высшей технической школе. В 1865 г. он был избран профессором кафедры мостов и железных дорог в Пражской высшей технической школе (ныне Чешское высшее техническое училище), в 1868 г. — профессором Венской высшей технической школы, а в 1877 г. — профессором Берлинской строительной академии, где читал курсы теории сооружений и мостов.

В 1858 г. Э. Винклер решил задачу об изгибе кривого бруса большой кривизны на основе гипотезы плоских сечений [501, 503]. В 1860 г. он опубликовал исследование осесимметричных деформаций, изучил влияние плоских и сферических днищ в цилиндрических сосудах на их напряженное и деформированное состояния и получил напряжения во вращающихся дисках. В 1862 г. вышла в свет работа



Э.Винклера по расчету статически неопределимых балок [502], а в 1867 г. — его руководство по сопротивлению материалов [503], в котором он использует уравнения теории упругости для решения задач изгиба балок и сопоставляет точное и приближенное решения. В этой же книге впервые ставится и решается задача об изгибе балок на упругом основании и отмечается применимость полученных результатов к определению напряжений в железнодорожных рельсах. В теории изгиба балок на упругом основании Э. Винклер в 1867 г. ввел гипотезу о пропорциональности реакции упругого основания прогибу [503].

### Владимир Григорьевич Шухов

Механик и инженер Владимир Григорьевич Шухов (28.08.1853 — 02.02.1939) родился в г. Грайвороне Курской губернии в семье служащего. В Петербурге В.Г. Шухов с отличием закончил классическую гимназию и в 1871 г. поступил в Императорское Московское техническое училище (позднее Московское высшее техническое училище им. Н.Э. Баумана, ныне Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана). В 70-х годах прошлого века в училище преподавали крупные ученые: Николай Егорович Жуковский, Федор Евплович Орлов и др.

Методика обучения, принятая в училище, была представлена на ряде выставок, как в России, так и за рубежом, в частности, на Всемирной выставке в Вене в 1873 г., в Филадельфии в 1876 г. и в Париже в 1878 и 1890 гг. Эта методика получила название “русской системы” и стала применяться вначале в Бостонском политехническом институте, а затем и в других высших технических учебных заведениях США.

В 1876 г. В.Г. Шухов с отличием окончил училище и был командирован на год в США для ознакомления с промышленностью страны. После возвращения он получил приглашение остаться в училище для подготовки к профессорской деятельности, но отклонил это приглашение, предпочтя ему практическую работу в качестве начальника чертежного бюро Варшавско-Венской железной дороги в Петербурге. В 1878 г. он принял приглашение инженера Александра Вениаминовича Бари, организовавшего техническую контору в Петербурге, на должность главного инженера в ней. Тогда ему исполнилось 24 года.



В.Г. Шухов

В этом же году он по состоянию здоровья переезжает представителем конторы в Баку, где руководит работами по постройке нефтепроводов, проектирует технику для добычи, хранения, транспортировки и переработки нефти.

В 1880 г. техническая контора Бари была переведена из Петербурга в Москву, куда переехал и Шухов. Здесь он создал проектно-конструкторское бюро, которое разрабатывало проекты сооружений для нефтяной промышленности. По проекту Шухова был построен ряд трубопроводов. Им была изобретена форсунка для сжигания жидкого топлива, сконструированы насосы для подъема нефти из скважин и перекачки нефтепродуктов, создана установка для крекинга<sup>8</sup> нефти, спроектированы горизонтальный водотрубный и вертикальный трубчатый котлы, а также разработаны конструкции сетчатых и сводчатых покрытий. В годы первой мировой войны Шухов изобрел несколько конструкций плавучих мин и спроектировал платформу под тяжелые орудия и ворота для закрытия сухих доков.

В 1903 г. В.Г. Шухов опубликовал работу [306], в которой рассмотрел применения уравнения четвертого порядка

$$E J y^{IV} + \alpha y = 0$$

в различных задачах строительной механики и, в частности, в расчетах резервуаров для хранения нефти.

После Октябрьской революции Московский завод конторы Бари был назван “Парострой”, и рабочие завода избрали Шухова в состав первого правления завода и главным инженером. В 1922 г. по заданию В.И. Ленина Шуховым была спроектирована гиперболоидная много-

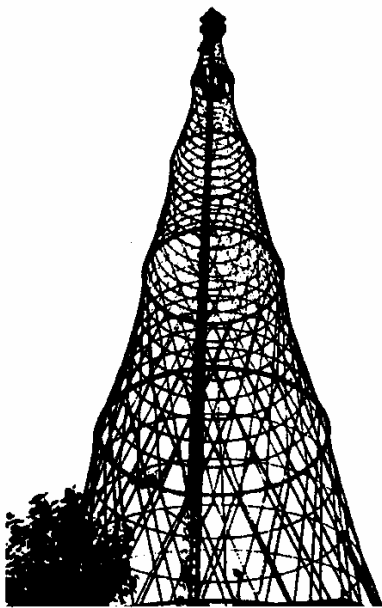


Рис. 3.21

ярусная радиобашня на Шаболовке, высотой 150 м (рис. 3.21), причем первоначально Шухов спроектировал башню высотой 350 м (высота Эйфелевой башни в Париже 305 м), и только нехватка стали не позволила осуществить первоначальный проект.

В.Г. Шухов принимал участие в восстановлении разрушенных во время гражданской войны мостов, в проектировании и осуществлении строек первых пятилеток (Кузнецкий металлургический завод и др.), ряда нефтепроводов, высоких сетчатых башен для линий электропередач.

В 1928 г. В.Г. Шухов был избран членом-корреспондентом, а в 1929 г. — почетным академиком Академии наук СССР.

**Алексей Николаевич Крылов**

Математик, астроном, механик и инженер Алексей Николаевич Крылов (15.08.1863 – 26.10.1945) родился в селе Висяге Симбирской губернии в семье помещика.

Когда мальчику исполнилось девять лет, его отец переехал в Марсель. Крылов два года учился в частном пансионе и основательно изучил французский язык.

После возвращения в Россию отец, занявшись коммерческой деятельностью, часто менял место жительства. Во время пребывания семьи в Риге Крылов учился в Немецкой классической гимназии, где в совершенстве овладел немецким, латинским и древнегреческим языками, а когда семья жила в Севастополе, он под влиянием подвигов русских моряков в русско-турецкой



А.Н. Крылов

войне решил посвятить себя морскому делу и в 1878 г. поступил в подготовительный класс Морского училища в Санкт-Петербурге, которое в то время было передовым учебным заведением с отличным составом преподавателей. Здесь он уделяет много времени изучению математики.

После окончания училища в 1884 г. (через шесть лет, так как в училище было два подготовительных класса, один общий и три специальных) Крылов был произведен в мичманы, награжден премией, имя его было занесено на мраморную доску, а он был приглашен известным специалистом по компасному делу профессором И.П. Колонгом в Главное гидрографическое управление заниматься девиацией<sup>9</sup> компасов. Этому вопросу Крылов посвятил свои первые научные работы. К нему он вернулся более чем через 50 лет, опубликовав в 1940 г. капитальное исследование, отмеченное в 1941 г. Государственной премией.

Однако Крылов не захотел ограничиваться только сравнительно узкой областью знания. Его привлекала теория кораблестроения и он решил поступить на кораблестроительное отделение Морской академии. Для этого он перешел работать на судостроительный франко-русский завод (ныне Адмиралтейское НПО), где познакомился с замечательным русским корабельным инженером, управляющим верфью, не имевшим не только высшего, но и среднего образования, сыном рязанского крестьянина Петром Акиндиновичем Титовым. Много лет спустя, выступая перед студентами Ленинградского кораб-

лестроительного института, Крылов закончил свою речь словами: “Желаю вам стать Титовыми”.

После года работы на заводе в 1888 г. А.Н. Крылов поступил в Морскую академию в Петербурге, которую окончил в 1890 г. первым с занесением его имени на мраморную доску и был оставлен при академии для подготовки к профессорскому званию.

Он продолжает изучать математику, посещая лекции в Петербургском университете, а с 1892 г. начинает читать курс теории корабля.

В этом курсе Крылов большое внимание уделяет приближенным вычислениям, строго придерживаясь принципа: производить все вычисления с точностью, соответствующей требованиям практики и не превышающей точности самой теории, положенной в основу вычислений. Этот принцип получил завершение в книге, первое издание которой вышло в 1911 г. в сборнике Института инженеров путей сообщения.

Много внимания в курсе теории корабля Крылов уделял качке корабля. Преодолев большие математические трудности, он разработал теорию килевой качки (над которой трудились Иоганн и Даниил Бернулли, а также Л. Эйлер), теорию колебаний корабля на любом волнении, а также определение усилий, возникающих в различных частях корпуса при качке.

В 1900 г. А.Н. Крылов был назначен заведующим Опытным бассейном. В это время он близко познакомился со знаменитым адмиралом строителем первого мощного ледокола “Ермак” Степаном Осиповичем Макаровым и реализовал его идеи непотопляемости корабля, создав известные “Таблицы непотопляемости”.

В 1908–1910 г. А.Н. Крылов, будучи главным инспектором кораблестроения и председателем Морского технического комитета, возглавлял все кораблестроение России. Его смелость, прямолинейность и резкость не позволяли ему оставаться длительное время на этих постах, и, продолжая преподавательскую работу в Морской академии, он становится консультантом на ряде кораблестроительных заводов. В это время он занимается исследованием методов определения орбит комет по малому числу наблюдений, читает слушателям Морской академии обширный курс дифференциальных уравнений [194], вышедший в свет в 1912 г., а затем переиздававшийся в 1932 и 1933 гг., и переводит с латинского в 1915–1916 гг. “Математические начала натуральной философии” (1684 г.) Ньютона, сопровождая перевод своими комментариями.

В 1914 г. Московский университет по представлению Н.Е. Жуковского присудил А.Н. Крылову степень почетного доктора (*doctor honoris causa*) прикладной математики, Академия наук избрала его членом-корреспондентом, а в 1916 г. — действительным членом.

В 1919 г. А.Н. Крылов был назначен начальником Морской академии. В 1920 г. он представил советскому правительству доклад об

организации в Академии наук кафедры прикладных наук, из которой впоследствии выросло Отделение технических наук, преобразованное затем в Отделение механики и процессов управления.

В 1921 г. А.Н. Крылов командировается за границу для восстановления научных связей, закупки литературы, приборов, судов, а также для содействия в перевозке закупленных паровозов. Однажды в Ньюкасле, где шла погрузка паровозных котлов на советский корабль, он взяв в руки кувалду, показал бригадиру грузчиков, как надо ставить распорку для крепления котла. На следующий день, когда фотография Крылова с описанием процесса погрузки была опубликована в газете, бригадир сказал ему, что он считал его боцманом, а оказалось, что он академик.

Будучи за рубежом в течение семи лет, Крылов продолжает работать над численным интегрированием дифференциальных уравнений внешней баллистики.

А.Н. Крылову принадлежат крупные исследования по сопротивлению материалов. Еще в 1904–1905 гг. он решил основную задачу теории мостов: о напряжениях, вызываемых в тяжелой балке движущейся по ней безмассовой силой. В 1930 г. А.Н.Крылов опубликовал монографию [192], посвященную расчетам балок на упругом основании, в которой было дано исчерпывающее изложение метода начальных параметров. В 1931 г. им была опубликована работа по устойчивости сжатых стержней [191]. В ней было показано, что точное дифференциальное уравнение изогнутой оси может быть проинтегрировано в эллиптических интегралах, которые табулированы.

В 1943 г. выходит в свет первым изданием замечательная автобиографическая книга [58], выдержавшая несколько изданий.

### Густав Роберт Кирхгоф

Физик и механик Густав Роберт Кирхгоф (Kirchhoff G. R., 12.03.1824 – 17.10.1887) родился в Кенигсберге (Пруссия, ныне Калининград, РФ) в семье юриста. После окончания гимназии в 1842 г. поступил на физико-математический факультет Кенигсбергского университета, в котором преподавали известные математики и физики: Ф.Ю.Ришели, Фридрих Вильгельм Бессель (Bessel F.W., 22.07.1784 – 17.03.1846), Карл Густав Якоб Якоби (Jacobi K.G.J., 10.12.1804 – 18.02.1851), Ф.Нейманн. Кирхгоф принимал участие в работе семинара, который вел Нейманн, и под его руковод-



Р. Кирхгоф

ством выполнил свою первую научную работу. Позднее Нейманн помог Кирхгофу напечатать несколько научных статей.

В 1846 г. Г. Кирхгоф закончил университет, а через два года в Берлинском университете защитил докторскую диссертацию и начал преподавать в этом университете. В 1850 г. Кирхгоф был приглашен экстраординарным профессором физики в университет г. Бреслау (Силезия, ныне г. Вроцлав в Польше), а в 1855 г. возглавил кафедру физики в Гейдельбергском университете. Здесь он преподавал в течение 20 лет и написал свои лучшие работы.

В 1875 г. Г. Кирхгоф возглавил кафедру теоретической физики в Берлинском университете, но уже в 1876 г. из-за плохого состояния здоровья прекратил чтение лекций и занялся исключительно исследовательской работой. Однако в 1885/86 учебном году он все же прочитал свой последний курс.

Г. Кирхгофу принадлежат следующие работы: вывод в 1858 г. дифференциальных уравнений равновесия пространственного кривого стержня [404], теория изгиба пластин на основе предложенных им гипотез об отсутствии нормальных напряжений в площадках, параллельных срединной плоскости, о том, что точки, лежащие на прямой, перпендикулярной срединной плоскости, после деформации снова образуют прямую, нормальную к деформированной поверхности [403], испытания в 1859 г. на совместный изгиб и кручение круглых латунных стержней для определения коэффициента Пуассона [405]. Им были открыты законы протекания электрического тока в разветвленных электрических цепях, совместно с немецким химиком Робертом Вильгельмом Бунзеном (Bunsen R.W., 31.03.1811 — 16.08.1899) разработаны методы спектрального анализа и открыты новые элементы: цезий и рубидий, установлены законы теплового излучения.

В 1874–1894 гг. Кирхгоф опубликовал четырехтомный труд по математической физике [406].

В 1862 г. был избран членом-корреспондентом Петербургской академии наук.

### **Евгений Леопольдович Николаи**

Механик Евгений Леопольдович Николаи (15.04.1880 — 03.01.1950) родился в Петербурге в семье известного ученого мостостроителя, профессора Петербургского института инженеров путей сообщения Леопольда Францевича Николаи. После окончания с золотой медалью гимназии он поступил в 1898 г. на математическое отделение физико-математического факультета Петербургского университета. После окончания его в 1902 г. был оставлен профессором Д.К. Бобылевым на кафедре прикладной математики для подготовки к профессорскому званию.

Одновременно он начинает вести упражнения в Петербургском электротехническом институте по математике (до 1907 г.) и в Петербургском политехническом институте по теоретической механике. В летние каникулы 1903 и 1905 гг. он слушал лекции по математике и механике в Геттингенском университете. В 1906–1909 гг. Е.Л. Николаи вел упражнения по теоретической механике на Петербургских высших женских политехнических курсах, в 1911 г. читал лекции по этому предмету в Петербургском технологическом институте, а в 1914 г. — в Петербургском политехническом институте и в Петербургском институте инженеров путей сообщения. С 1913 г. читал лекции по гидродинамике на инженерно-строительном отделении Петербургского политехнического института. Одновременно с большой педагогической работой он ведет плодотворную научную работу и публикует ряд статей по теории упругости.

В 1916 г. Е.Л. Николаи защитил на физико-математическом факультете Петроградского университета диссертацию [216] на тему “К задаче об упругой линии двоякой кривизны” на соискание ученой степени магистра прикладной математики, а в 1917 г. был избран профессором кафедры теоретической механики Петроградского политехнического института. Через год, в 1918 г., он возглавил кафедру теоретической механики в Петроградском институте инженеров путей сообщения, а в 1919 г. — в Петроградском технологическом институте.

В 1922 г. вышла в свет первая, а в 1925 г. вторая часть его учебника по механике [217], которая в дальнейшем неоднократно переиздавалась.

Эта книга была написана с предельной ясностью и четкостью и содержала много иллюстраций законов механики из техники. Ее изучали сотни тысяч советских студентов.

После получения профессорской должности Николаи продолжал вести большую научную работу и опубликовал ряд статей по устойчивости стержней и теории колебаний.

В 1924 г. Николаи принял участие в Первом международном конгрессе по теоретической и прикладной механике в Делфте (Нидерланды) и ознакомился с высшими техническими школами в Делфт-



Е.Л. Николаи

те, Шарлоттенбурге и Брауншвейге (Германия), а в 1930 г. он принял участие в работе третьего такого конгресса в Стокгольме, где сделал доклад об устойчивости валов и ознакомился с работой научно-исследовательских институтов Берлина и Геттингена.

В 1927 г. по его инициативе было учреждено Ленинградское механическое общество, председателем которого он стал. В 1929 г. это общество начало издавать журнал “Вестник механики и прикладной математики”, который в 1933 г. был преобразован в журнал “Прикладная математика и механика”. Е.Л. Николаи был ответственным редактором этих журналов и после передачи издания последнего журнала в Институт механики Академии наук СССР стал членом редколлегии.

В 1930 г. Е.Л. Николаи прекратил работу в Ленинградском институте инженеров путей сообщения и в Ленинградском технологическом институте и остался заведующим отделением технической механики в Ленинградском физико-механическом институте, созданном на базе соответствующей специальности Ленинградского политехнического института. В этом институте в 1930 г. он организовал новую специальность, которая вначале называлась “Динамические явления в машинах и механизмах”, а затем “Динамика и прочность машин”. В этом же году такая же специальность была создана в Харьковском политехническом институте, и с 1930 по 1961 гг., когда аналогичная специальность появилась в Московском высшем техническом училище им. Н.Э. Баумана, такая специальность в Советском Союзе была только в двух вузах, тогда как в настоящее время она введена в двенадцати вузах страны. В этом же 1930 г. Е.Л. Николаи начал работу в Ленинградском государственном университете профессором кафедры теории упругости, а с 1932 г. также заведующим отделом теории упругости и общей механики в Институте математики и механики университета.

В 1935 г. Е.Л. Николаи был утвержден в ученой степени доктора физико-математических наук без защиты диссертации и в ученом звании профессора по кафедре теории упругости. В это время он опубликовал ряд статей по устойчивости сжатых и скрученных стержней и по теории гироскопов, а также учебник по регулированию машин.

В 1944, 1946 и 1948 гг. вышли три его монографии по гироскопам.



### Ипполит Антонович Евневич

Механик Ипполит Антонович Евневич (16.08.1831 – 18.11.1903) окончил Петербургский университет. С 1862 г. начал преподавать в Петербургском технологическом институте, где в 1868 г. стал профессором. С 1863 г. преподавал также в Морской академии, с 1856 г. – в Институте гражданских инженеров и с 1891 г. – в Электротехническом институте в Петербурге. По-видимому, независимо от Э.Винклера он в 1868 г. предложил приближенное решение задачи изгиба кривого бруса большой кривизны на основе гипотезы плоских сечений [163].

Кроме сопротивления материалов и теории упругости занимался экспериментальным исследованием прочности строительных материалов, гидравликой и динамикой паровой машины.



И.А. Евневич

### Иван Алексеевич Вышнеградский

Механик и инженер Иван Алексеевич Вышнеградский (01.01.1832 – 06.04.1895) родился в г. Вышнем Волочке (Тверской губернии) в семье священника. В 1843 г. он поступил в Тверскую духовную семинарию, но через три года переехал в Петербург и поступил на физико-математический факультет Главного педагогического института – того самого, о котором княгиня в “Горе от ума” говорит: “... в Петербурге институт Пе-да-го-ги-ческий – так, кажется, зовут. Там упражняются в расколах и в безверьи Профессоры !!...”

Этот институт окончили Н.А. Добролюбов и Д.И. Менделеев. В нем преподавали: математик Михаил Васильевич Остроградский (24.09.1801 – 01.01.1862), физик Эмилий Христианович Ленц (24.02.1804 – 10.02.1865) и др.



И.А. Вышнеградский

В 1851 г. И.А. Вышнеградский окончил институт с серебряной медалью, по рекомендации М.В. Остроградского был назначен преподавателем математики во 2-й Петербургский кадетский корпус и продолжал изучение математики и механики главным образом по первоисточникам. В 1854 г. Вышнеградский защитил в Петербургском университете диссертацию на соискание ученой степени магистра математических наук на тему “О движении системы материальных точек, определяемой полными дифференциальными уравнениями”. В этом же году тоже по рекомендации Остроградского получил место преподавателя математики в Михайловском артиллерийском училище, а после организации в 1855 г. Михайловской артиллерийской академии ему было поручено чтение лекций по прикладной механике. В этом же году он был командирован в ряд городов для ознакомления с военными заводами. После этого деятельность Вышнеградского получает практическое направление. Кроме чтения лекций он ведет в академии проектирование. В 1860 г. вышел в свет его курс механики, который был утвержден в качестве обязательного учебника для военных учебных заведений.

В том же году он был командирован в Германию, Францию, Бельгию и Англию для изучения машиностроения, а после возвращения в 1862 г. утвержден вначале профессором практической механики Михайловской артиллерийской академии, а затем и Петербургского технологического института. В обоих учебных заведениях он читал курсы прикладной механики, сопротивления материалов и теории упругости, термодинамики, грузоподъемных машин, паровых машин, металлообрабатывающих станков и руководил проектированием различного рода машин. В курсе грузоподъемных машин [145] он изложил несколько упрощенное по сравнению с решением Э. Винклера решение задачи изгиба плоского кривого бруса большой кривизны. По отзывам современников он обладал замечательным конструкторским талантом. Им написан ряд учебников по проектированию различных машин. Особенно прославили его имя работы по регулированию машин, опубликованные в 1877–1878 гг. в Известиях технологического института.

Одновременно с работой в академии и институте И.А. Вышнеградский работал в Главном артиллерийском управлении и состоял членом Временного артиллерийского комитета, занимавшегося перевооружением армии. Он участвовал в проектировании многих машин для артиллерийских заводов и железных дорог.

В 1875 г. И.А. Вышнеградский был назначен директором Петербургского технологического института, а в 1887 г. — управляющим Министерства финансов и через год — Министром финансов. В 1892 г. он подал в отставку с этого поста по болезни.

**Харлампий Сергеевич Головин**

Механик и инженер Харлампий Сергеевич Головин (13.02.1844 – 22.03.1904) среднее образование получил вначале в Александровском сиротском кадетском Корпусе в Москве, а затем в инженерном отделении третьего специального класса Константиновского военного училища. После окончания училища и последующей двухлетней службы в саперном батальоне Головин в 1865 г. поступил в Николаевскую инженерную академию в Петербурге, которую окончил в 1868 г. с занесением его имени на мраморную доску. Отклонив предложение академии остаться репетитором (младшим преподавателем), он поехал на постройку Московско-Ярославской железной дороги, где вначале работал начальником дистанции, а затем занимался проектированием и расчетом подвижного состава Ярославско-Вологодской узкоколейной железной дороги. Через четыре года Х.С. Головин вернулся в академию, где стал работать репетитором по математике и одновременно прослушал полный курс физико-математических дисциплин в Петербургском университете.



Х.С. Головин

В 1875 г. Головин начал читать лекции по строительной механике в Николаевской инженерной академии и Петербургском технологическом институте. В этом же году академия направила его в заграничную командировку, и он в течение года слушал лекции Г.Кирхгофа и Г.Гельмгольца в Берлине и в течение нескольких месяцев занимался проектированием паровых машин в Льеже (Бельгия).

В 1876 г. Головин был избран адъюнкт-профессором (помощником профессора) Николаевской инженерной академии.

В 1877 г. он добровольцем вступил в действующую армию и участвовал в качестве военного инженера в русско-турецкой войне, а к началу 1878/79 учебного года вернулся в Петербург и приступил к преподаванию в Николаевской инженерной академии и Петербургском технологическом институте.

В 1888 г. Х.С.Головин принял на себя обязанности помощника директора Харьковского технологического института и с 1888 по 1891 гг. читал в этом институте лекции по строительной механике.

В 1891 г. он был назначен директором Петербургского технологического института, а в 1902 г. – попечителем Петербургского учебного округа.

С 1892 по 1902 гг. он состоял членом Инженерного совета Министерства путей сообщения, где занимался рассмотрением проектов мостов и различных сооружений на железных дорогах. Головин принимал участие в работе жюри на многих всемирных выставках и, в частности, на выставках в Чикаго и Париже (1900 г.), за работу на которой он получил командорский крест ордена Почетного легиона.

Х.С. Головину принадлежат: решение задачи изгиба кривого бруса большой кривизны прямоугольного поперечного сечения методами теории упругости [154], статьи по интегрированию уравнений вращательного движения продолговатого снаряда, по расчету арок, по исследованию остаточных напряжений, по применению начала наименьшей работы к расчету статически неопределимых стержневых систем, большое количество неопубликованных работ по различным вопросам механики и теории упругости, которые он из-за недостатка времени не успел подготовить к печати и опубликовать, а также литографированный курс строительной механики, прочитанный им в Петербургском практическом технологическом институте в 1884–1885 гг.

### Джемс Хенри Коттерилл



Д. Коттерилл

Механик и инженер Джемс Хенри Коттерилл (Cotterill J.H., 1836–1922) окончил Кембриджский университет, где впоследствии был научным сотрудником. Преподавал в Королевской школе корабельной архитектуры и морской техники в Южном Кенсингтоне.

В 1870 г. стал вице-президентом школы. После слияния этой школы с Королевским корабельным колледжем в Гринвиче занимал в нем кафедру прикладной механики.

В 1865 г. Д.Коттерилл в работах [348 – 351] доказал теоремы о том, что для линейных систем частная производная от потенциальной энергии деформации по обобщенному перемещению равна соответствующей ему обобщенной силе, а частная производная по обобщенной силе равна соответст-

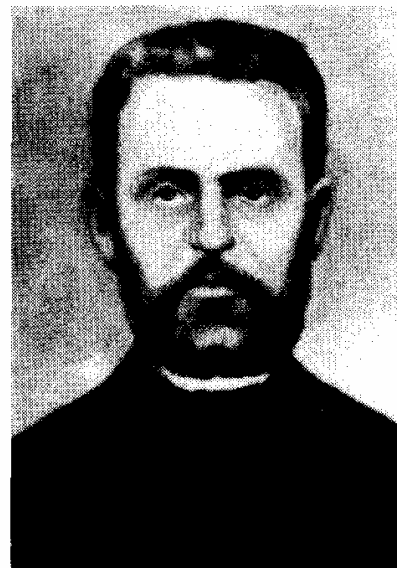
вующему этой силе обобщенному перемещению.

Его исследования посвящены также динамике, теории пропеллера, перегретому пару, однородным функциям второй степени, распределению энергии в жидкости при установившемся движении и реакции упругой жидкости, вытекающей из отверстия. Опубликовал несколько

работ по прикладной механике и тепловым машинам. Пользовался репутацией отличного педагога.

### Карло Альберто Кастильяно

Механик и инженер Карло Альберто Кастильяно (Castigliano C.A., 08.11.1847 — 25.10.1884) родился в г. Асти (Пьемонт, Италия) в бедной семье. Окончив с отличием начальную школу, продолжал обучение в технической школе в г. Асти, которую также окончил с отличием в 1865 г. Затем посещал до 1866 г. лекции в Индустриальном институте в Турине (Сардиния, Италия). Не имея возможности из-за финансовых трудностей продолжать образование до получения квалификации инженера, окончил в 1866 г. трехмесячные курсы и получил диплом преподавателя механики в только что организованных технических школах. В 1870 г. поступил на факультет чистой математики в Туринский университет, причем сдал все экзамены трехлетнего учебного плана за один год, зарабатывал на жизнь частными уроками и переводами иностранных научных книг (главным образом с немецкого и французского языков). После окончания университета поступил в Туринский политехнический институт, в котором он прошел за два года пятилетний курс. В дипломной работе, защищенной в 1873 г. и посвященной расчету статически неопределимых ферм, А.Кастильяно доказал упомянутую в биографии Д. Коттерилла вторую теорему. Его дипломная работа была опубликована институтом в этом же году.

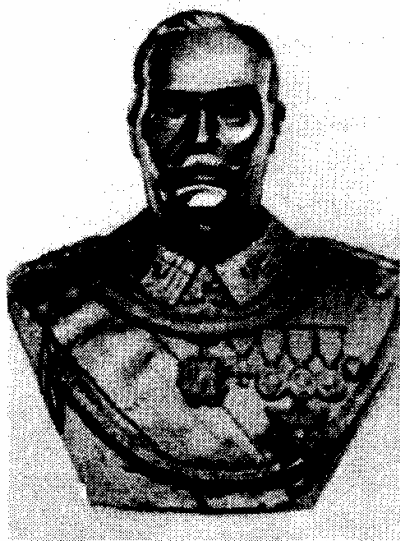


А. Кастильяно

Окончив институт, он занял должность инженера на железной дороге и в 1884 г. стал главным инженером управления железных дорог в Милане. Начав инженерную деятельность, он продолжал развивать идеи своей дипломной работы и в 1875 г. опубликовал два мемуара [336, 338], в первом из которых доказывает свою вторую теорему, а во втором первую и приводит многочисленные примеры их применения. Он считал, что принцип наименьшей работы Менабреа является следствием его второй теоремы.

А. Кастильяно скончался в расцвете творческих сил в возрасте 37 лет, простудившись и заболев воспалением легких.

## Луиджи Федерико Менабреа



Л. Менабреа

Математик, механик, военный инженер и государственный деятель Луиджи Федерико Менабреа (Menabrea L.F., 04.09.1809 – 24.05.1896) родился в г. Шамбери (Франция). Окончил Туринский университет. Был профессором математики этого университета и профессором математики и строительной механики Туринской военной академии.

Занимаясь расчетами статически неопределимых ферм, Л. Менабреа в 1857 г. предложил определять лишние неизвестные, исходя из минимума потенциальной энергии деформации [431, 432]. Обоснования этого предложения, которое получило название “начала наименьшей работы”, Л. Менабреа не дал. Очевидно, что оно следует из второй теоремы Коттерилла-Кастильяно.

Кроме теории сооружений занимался аналитической механикой, а также усовершенствованием вычислительной машины английского математика Чарльза Бебиджа (Babbage Ch., 26.12.1792 – 20.10.1871). Основы программирования на машине Бэбиджа были созданы в 1842 г. графиней Августой Адой Ловлейс, дочерью поэта Байрона.

Л. Менабреа был депутатом парламента и воевал в чине полковника вместе с генералом Гарибальди за независимость страны. Получил чин генерала. Был министром морского флота, министром общественных работ, председателем Совета министров, послом в Англии и Франции.

Член французской академии наук, Королевских академий наук в Риме и Турине.

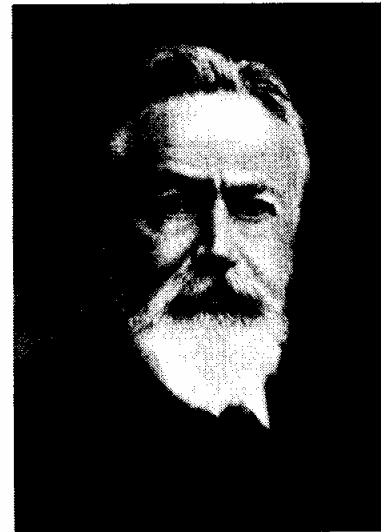
## Фридрих Энгессер

Механик и инженер Фридрих Энгессер (Engesser F., 1848 – 1931) родился в семье учителя музыки в г. Вайнгейме (Баден-Вюртемберг, Германия). После окончания средней школы в Мангейме в 1865 г. поступил на инженерно-строительный Факультет Высшей технической школы в г. Карлсруэ (Германия). Окончив ее в 1869 г., работал по проектированию и сооружению мостов вначале на Шварцвальдской, а затем на Баденской железных дорогах. В это время он опубликовал ряд работ по расчетам различных статически неопределимых

систем и в 1885 г. был избран профессором высшей технической школы в г. Карлсруэ, где работал тридцать лет.

В 1889 г. Ф. Энгессер [359] указал на то, что в случае нелинейных систем обобщенное перемещение равно частной производной по обобщенной силе не от потенциальной энергии деформации, а от так называемой дополнительной энергии. В том же году он предложил [359] для подсчета критической силы использовать в формуле Л. Эйлера вместо модуля упругости касательный модуль, а позднее, в 1895 г., учитывая замечание Ф.С. Ясинского, он вывел формулу для так называемого приведенного модуля [360]. При выводе этой формулы учитывалось различие законов нагружения и разгрузки материала.

Ф. Энгессеру принадлежат также исследования устойчивости составных стержней и, в частности, влияния на устойчивость поперечной силы, устойчивости верхнего пояса открытых мостов, “дополнительных” (т.е. возникающих в результате изгиба за счет жесткого закрепления стержней в узлах ферм) напряжений. Он разработал метод определения критических сил способом последовательных приближений.

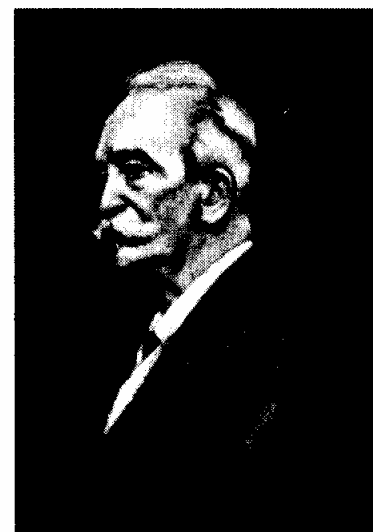


Ф. Энгессер

### Отто Христиан Мор

Механик и инженер Отто Христиан Мор (Mohr O.H., 08.10.1835 – 03.10.1918) родился в г. Вессельбурне (Гольштейн, Германия). В 1851 г. поступил в Высшую техническую школу в г. Ганновере (Нижняя Саксония, Германия) и по окончании ее в 1853 г. работал инженером на строящихся железных дорогах. Одновременно с практической деятельностью занимался различными задачами строительной механики и опубликовал несколько научных работ.

В 1868 г. был приглашен в Высшую техническую школу в г. Штутгарте (Баден-Вюртенберг, Германия) на должность профессора технической механики. Здесь он проработал пять лет. Несмотря на то что



О. Мор

О. Мор не отличался красноречием и плохо рисовал на доске, он считался великолепным преподавателем, потому что прекрасно знал предмет и сам много сделал для его развития. В 1873 г. О. Мор переехал в г. Дрезден и работал профессором в Высшей технической школе в Дрездене до выхода в отставку в 1890 г., после чего жил в окрестности Дрездена, где продолжал заниматься научной работой.

О. Мор вывел формулу для определения перемещений в стержневых системах [436 – 439] в 1874 г. и предложил в 1882 г. очень удобное графическое изображение напряженного состояния [439] и на основе его разработал в 1900 г. критерий пластичности и разрушения [212].

### Джемс Клерк Максвелл



Д. Максвелл

Физик и механик Джемс Клерк Максвелл (Maxwell J.C., 13.06.1831 – 05.11.1879) родился в г. Эдинбурге (Шотландия, Великобритания). Его отец Джон Клерк принадлежал к знатному шотландскому роду и числился членом коллегии адвокатов, хотя и питал неприязнь к юриспруденции и ею не занимался. Он интересовался техническими новшествами, посещал заседания Эдинбургского королевского общества, где опубликовал несколько статей. Семья Клерков вскоре после рождения сына переселилась в унаследованное отцом поместье, которое они назвали “Гленлэр” (берлога в узкой лощине), изменив по шотландскому обычаю фамилию Клерк на Клерк Максвелл. В 1841 г. Максвелла определили в Эдинбургскую академию – среднее учебное заведение типа класси-

сической гимназии. Интерес к учебе у Максвелла проявился только тогда, когда он начал изучать геометрию. Он остроумно решал сложные геометрические задачи и придумал простое приспособление из двух булавок и связанной нити (применяемое и сейчас) для вычерчивания эллипсов и овалов. Эта работа была представлена Эдинбургскому королевскому обществу одним из профессоров и напечатана в его трудах. В 1847 г. Д. Максвелл поступил в Эдинбургский университет, где усердно изучал математику, механику и физику. В это время он очень интересовался теорией упругости и в 1850 г. в Эдинбургском королевском обществе прочитал доклад по теории упругости, который был опубликован в 1853 г. в трудах этого общества [428]. В нем он вывел основные уравнения теории деформирования упругих изотропных тел и применил их к решению различных задач, которые были



решены другими авторами. Но Максвелл не только получил решения, но и проанализировал их и произвел экспериментальную проверку полученных результатов, в частности методом фотоупругости, технику которого он разработал.

В 1850 г. Максвелл перешел в Кэмбриджский университет, который окончил в 1854 г., после чего был оставлен в нем преподавателем. Вскоре он уже в качестве профессора стал читать лекции по натуральной философии (физике) и астрономии в различных университетах: с 1856 по 1860 гг. — в Абердинском (Шотландия), с 1860 по 1865 гг. — в Кинг-колледже Лондонского, а с 1871 г. и до конца своей жизни — в Кэмбриджском университетах. Максвеллу принадлежит заслуга в опубликовании трудов известного английского физика и химика Генри Кавендиша (Cavendish H., 10.10.1731 — 24.11.1810), опыты которого он проверил, частично повторив их. В 1874 г. в Кембриджском университете была открыта Кавендишская лаборатория. Первым директором ее стал Д. Максвелл.

В 1864 г. Д. Максвелл вывел формулу для определения перемещений узлов ферм [429]. В письме к своему другу английскому физiku Уильяму Томсону лорду Кельвину (Thomson W. lord Kelvin, 26.06.1824 — 17.12.1907) в 1856 г. он предложил за критерий возникновения пластических деформаций принимать потенциальную энергию изменения формы.

Он выполнил выдающееся исследование по устойчивости колец Сатурна. В кинетической теории газов он установил закон распределения молекул по скоростям. Д. Максвелл является создателем теории электромагнитного поля, экспериментальный фундамент для которой был подготовлен Майклом Фарадеем (Faraday M., 22.09.1791 — 25.08.1867). Он также разработал электромагнитную теорию света.

### **Андрей Константинович Верещагин**

Физик Андрей Константинович Верещагин (1896 — 08.05.1959) родился в г. Козлове (ныне г. Мичуринск) в семье врача. В 1918 г. он вступил в РКП(б) и в качестве политработника участвовал в гражданской войне.

В 1921 г. А.К. Верещагин поступил в Московский институт инженеров транспорта. В 1924 г., будучи студентом, предложил правило для вычисления интеграла Максвелла — Мора для частного случая прямого стержня постоянного поперечного сечения [139]. После окончания теоретического курса оставил институт и поступил на физико-математический факультет Московского университета, который окончил в 1930 г. Затем он работал в различных научно-исследовательских институтах и стал крупным специалистом в области минной электро-

техники. В 1937–1938 гг. преподавал в Военно-морской академии, а в 1947–1948 гг. — во Всесоюзном заочном энергетическом институте.

Во время Великой Отечественной войны Верещагин принимал активное участие в обороне Одессы и Севастополя.

В 1956 г. инженер-полковник А.К. Верещагин по состоянию здоровья вышел в отставку.

### Сергей Дмитриевич Пономарев



С.Д. Пономарев

Механик и инженер Сергей Дмитриевич Пономарев (04.12.1907 — 30.12.1980) родился в Москве в семье служащего.

В 1926 г. он поступил на механический факультет Московского высшего технического училища (МВТУ, ныне МГТУ), который окончил в 1930 г. по специальности “Гидравлические машины”. После окончания МВТУ он начал работать на кафедре сопротивления материалов, а также гидравлики и гидравлических машин МВТУ в качестве ассистента и одновременно инженером на насосном заводе им. М.И. Калинина.

В 1934 г. ему было присвоено ученое звание доцента, а в 1938 г. — на основании большого количества опубликованных научных работ — присуждена ученая степень кандидата технических наук без защиты дис-

сертации. В этом же году вышла в свет книга Пономарева, которая была первой в мире монографией по расчету витых пружин [230].

Во время Великой Отечественной войны С.Д. Пономарев разработал метод расчета пружин новой конструкции, свитых из тросов, которые, в свою очередь, свивались из проволок, так называемых многожильных пружин. По сравнению с пружинами обычных конструкций такие пружины отличались большей “живучестью”. Эта работа была защищена им в качестве докторской диссертации в 1944 г.

В 1945 г. С.Д. Пономарев был утвержден в ученном звании профессора, а с 1948 г. стал заведующим кафедрой сопротивления материалов МВТУ им. Н.Э. Баумана. Он активно вел научную работу по расчетам пружин и созданию методов расчета на прочность стержней, толстостенных цилиндров, круглых осесимметрично нагруженных пластин и вращающихся дисков.

Итоги большой работы Пономарева и его сотрудников по методам расчетов на прочность и жесткость в машиностроении были подведе-

ны в созданном коллективе авторов (С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман, К.К. Лихарев, В.М. Макушин, Н.Н. Малинин и В.И. Феодосьев) под его редакцией капитальном двухтомном труде [223].

В дальнейшем тем же коллективом был создан трехтомный труд [245]. В 1960 г. эта работа была удостоена Ленинской премии.

В 1961 г. по инициативе Пономарева на кафедре “Сопротивление материалов” МВТУ им. Н.Э. Баумана была организована специальность “Динамика и прочность машин”.

Научная, педагогическая деятельность Пономарева широко известна в нашей стране и за рубежом. Бухарестский политехнический институт присудил С.Д. Пономареву звание почетного доктора (*doctor honoris causa*).

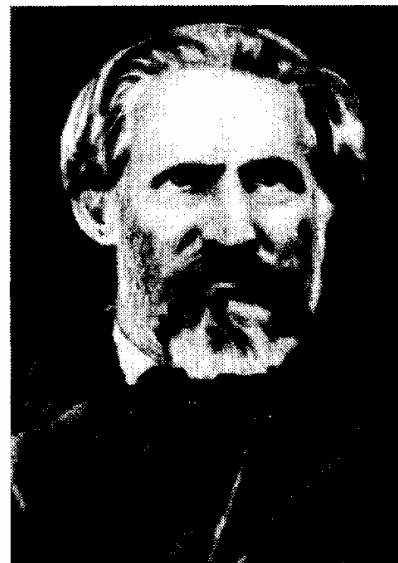
В 1959 г. ему было присвоено звание заслуженного деятеля науки и техники РСФСР.

В последние годы жизни С.Д. Пономарев написал историю кафедры “Сопротивление материалов, динамика и прочность машин” МВТУ им. Н.Э. Баумана.

### Виктор Львович Кирпичев

Механик и инженер Виктор Львович Кирпичев (08.10.1845 – 20.10.1913) родился в Петербурге в семье преподавателя математики. Дед его, сын крестьянина, прошел путь от солдата до подполковника, получив этот чин за отличия в Отечественной войне 1812 г. У отца было семь сыновей и одна дочь. Все сыновья окончили кадетский корпус, а затем военные училища и академии (пятеро – Михайловскую артиллерийскую, двое – Николаевскую инженерную). Четверо из них стали профессорами в академиях.

В 1862 г. В.Л. Кирпичев поступил в Михайловское артиллерийское училище, а после окончания его и службы в армии в 1865 г. – в Михайловскую артиллерийскую академию, которую окончил в 1868 г. После окончания он был оставлен репетитором (младшим преподавателем) академии, но в 1869 г. уже начал читать курс сопротивления материалов и одновременно приступил к работе в Артиллерийском комитете. В 1870 г. он перешел в Петербургский практический технологический институт преподавателем прикладной механики. В 1873 г. Кирпичев уехал в заграничную командировку. В Германии он слушал лекции Г. Кирхгофа по экспериментальной и



В.Л. Кирпичев

теоретической физике, работал в его лаборатории. В Англии занимался под руководством физиков У. Томсона и Д. Максвелла. В Германии, Бельгии и Швейцарии ознакомился с машиностроительными заводами и гидростанциями. В 1876 г. В.Л.Кирпичев стал профессором Петербургского практического технологического института и в этом же году был командирован в Лондон на выставку научных приборов в Кенсингтонском музее.

В 1885 г. по рекомендации И.А. Вышнеградского В.Л. Кирпичеву было поручено организовать второй после Петербургского Харьковский практический технологический институт, первым директором которого он стал. Этот институт впоследствии был преобразован в политехнический. В 1898 г. Кирпичев организует еще одно высшее техническое учебное заведение — Киевский политехнический институт, директором которого он был до 1902 г.

Летом 1903 г. Кирпичев переехал в Петербург, где работал председателем строительной комиссии Петербургского политехнического института и там же читал лекции.

Им написаны книги по расчетам статически неопределимых систем [187], оптическому методу исследования напряжений [182] и статья об усталостной прочности [183]. В монографии [186] изложены новые графические методы определения усилий в элементах конструкций. Наконец, в замечательной книге [185] в живой, увлекательной и доступной для широкого круга читателей форме излагаются основные положения механики, которые наглядно иллюстрируются хорошими техническими примерами. В учебнике [184] много внимания уделено механическим свойствам материалов и отражены вопросы прочности, актуальные для машиностроения. Эта книга явилась развитием опубликованного еще в 1878 г. литографированного курса “Строительная механика”.

### **Исаак Моисеевич Рабинович**

Механик и инженер Исаак Моисеевич Рабинович (23.01.1886 — 28.04.1977) родился в г. Могилеве. В 1904 г. после окончания реального училища в этом же году поступил на механический факультет Императорского московского технического училища. С 1905 г. принимал участие в деятельности большевистской фракции РСДРП. За участие в революционном движении в 1911 г. был исключен из училища без права поступления в высшее учебное заведение и сослан в Олонецкую губернию.

В 1918 г. окончил училище и начал работать во вновь организованном Научно-эспериментальном институте путей сообщения и на кафедре строительной механики МВТУ (ныне МГТУ).

В 1932 г. избирается профессором кафедры и назначается начальником кафедры строительной механики Военно-инженерной академии им. В.В. Куйбышева, а с 1933 г. заведует кафедрой строительной механики во вновь созданном Московском инженерно-строительном институте (МИСИ). После 1955 г. работает в основном в академии. В 1946 г. он был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР.

И.М. Рабинович разработал кинематический метод в строительной механике, теорию расчета плоских и пространственных стержневых систем, теорию стержневых систем с односторонними связями, расчет конструкции наименьшего веса, расчет вантовых ферм, синтез висячих систем, методы расчета стержневых систем на воздействие кратковременных и мгновенных сил. Его исследования обобщены в трудах [237, 238].

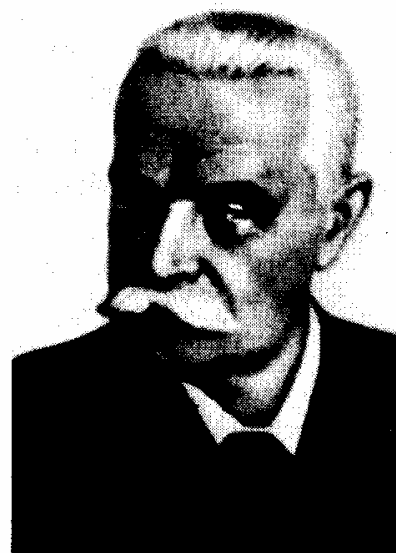


И.М. Рабинович

### Евгений Оскарович Патон

Механик и инженер Евгений Оскарович Патон (04.03.1870 — 12.08.1953) родился в семье русского консула в г. Ницце (Франция), бывшего гвардейского полковника, военного инженера.

В 1888 г. поступил на инженерно-строительный факультет Дрезденского политехнического института, после окончания которого в 1894 г. получил приглашение занять должность ассистента кафедры статики сооружений и мостов в этом институте. Одновременно начал работать конструктором на мостостроительном заводе. В 1895 г. поступил на пятый курс Петербургского института инженеров путей сообщения. После окончания работал на железной дороге под руководством профессора Ф.С. Ясинского. В 1897 г. был приглашен в только что открывшееся Московское инженерное училище инженеров путей сообщения на должность помощника заведующего механической лабораторией. Одновременно занял должность начальника технического отдела Уп-



Е.О. Патон

правления службы пути Московско-Ярославско-Архангельской железной дороги.

В 1899 г. начал чтение лекций по курсу строительной механики, а через год — по курсу мостов и вести проектирование их. В 1901 г. в Петербургском институте инженеров путей сообщения защитил диссертацию на ученую степень адъюнкта и получил должность экстраординарного профессора. Диссертация была посвящена изучению дополнительных напряжений, возникающих от жесткости узлов в статически неопределимых двух- и трехраскосных мостовых фермах.

В 1904 г. переехал в Киев и начал работать в Киевском политехническом институте заведующим кафедрой мостов. В 1913 г. вышел в отставку, но уже в 1915 г. вернулся в Киевский политехнический институт и одновременно продолжал работу по проектированию и постройке мостов. С 1921 по 1931 гг. был руководителем Киевской мостоиспытательной станции. Написал учебники и монографии по мостостроению.

С 1929 г. начал заниматься электросваркой. В 1929 г. организовал сварочную лабораторию в Академии наук УССР и был ее директором до 1934г., а затем на ее базе создал Институт электросварки Академии наук УССР, директором которого был до конца своих дней. Этому институту в 1945 г. было присвоено имя Е.О. Патона. Ему принадлежит опубликованная в 1946 г. монография, посвященная автоматической сварке под слоем флюса.

В годы Великой Отечественной войны руководил работами по изысканию новых методов сварки и внедрению их в оборонную промышленность. Под руководством Патона было спроектировано и построено в 1953 г. цельносварное пролетное строение моста через Днепр, которому присвоено его имя.

В 1929 г. он был избран действительным членом Академии наук Украины.

### **Алексей Алексеевич Гвоздев**

Механик и инженер Алексей Алексеевич Гвоздев (08.05.1897 — 22.08.1986) родился в с. Богучарове Тульской губернии. После окончания Тульской гимназии поступил в Московский институт инженеров путей сообщения, который окончил в 1922 г. В 1923 г. начал преподавать строительную механику и строительные конструкции в этом институте, а с 1927 г. работал вначале в лаборатории бетонных и каменных конструкций Центрального научно-исследовательского института промышленных сооружений, а затем руководил Центральной лабораторией теории железобетона и новых видов арматуры научно-исследовательского института бетона и железобетона. Педагогическую работу вел в Московском инженерно-строительном институте

и Военно-инженерной академии. В 1933 г. ему присвоено звание профессора, а в 1936 г. присуждена ученая степень доктора технических наук.

Научные работы А.А. Гвоздева относятся к строительной механике стержневых систем, теории пластин и оболочек, теории пластичности и ползучести, расчету железобетонных сооружений. Он принимал активное участие в создании различных, в том числе таких уникальных как Московский метрополитен и высотные здания, сооружений. В 1936 г. им доказаны статическая и кинематическая теоремы предельного равновесия, которые дают нижнюю и верхнюю оценки предельной нагрузки [151].



А.А. Гвоздев

### Август Фепплъ

Механик и инженер Август Фепплъ (Foerpl A., 25.01.1854 — 12.08.1924) родился в г. Гросс-Умштадте (Гессен, Германия) в семье врача. После окончания начальной школы в родном городе он поступил в гимназию в г. Дармштадте (Гессен, Германия), а затем, в 1869 г., — в Высшую техническую школу в этом же городе. В 1871 г. А. Фепплъ перешел в Высшую техническую школу в г. Штутгарте (Баден-Вюртемберг, Германия), в которой читал лекции О. Мор, а после его перехода в Высшую техническую школу в г. Дрездене (Саксония, Германия) решил закончить свое образование в Высшей технической школе в г. Карлсруэ (Баден-Вюртемберг), в которой техническую механику преподавал Франц Грасхоф (Grashof F., 11.07.1826 — 26.10.1893). В



А. Фепплъ

1874 г. Фепплъ получил диплом инженера-строителя. После службы в армии он начал преподавать в ремесленных училищах, вначале, с 1876 г., в г. Хольцминдене (Германия), а с 1878 г. — в г. Лейпциге (Германия). Преподавание Фепплъ совмещал с серьезной научной и практической работой. В это время им было написано несколько

статей по расчетам на прочность пространственных конструкций, которые впоследствии он объединил в книгу [363], опубликованную в 1892 г. Тогда же он спроектировал здание рынка в Лейпциге. После знакомства с немецким физиком Г. Видеманом А. Феппл увлекся теорией электричества, в результате чего написал книгу по теории электричества, вышедшую в свет в 1894 г.

После смерти И. Баушингера в 1893 г. А. Феппл был приглашен возглавить кафедру технической механики в Высшей технической школе в г. Мюнхене (Бавария, Германия). Здесь он много времени уделял педагогической работе, читал лекции по курсу технической механики, а также занимался развитием лаборатории, организованной еще И. Баушингером.

А. Феппл издал свои лекции вначале в четырех томах. Третий том, посвященный сопротивлению материалов, вышел в 1898 г. первым и был переведен на русский язык в 1901 г. [291].

В лаборатории Феппл продолжил начатые И. Баушингером испытания материалов для проверки различных критериев разрушения, исследовал влияние гидростатического давления на прочность, влияние концентрации напряжений на усталостную прочность, напряженного состояния в деталях сложной формы. Он, вероятно, впервые теоретически и экспериментально изучил неустойчивость вращающегося вала на критическом числе оборотов.

Результаты экспериментальных исследований Феппл публиковал в бюллетенях лаборатории.



## Г л а в а I V

# ТЕОРИИ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ. ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДЕФОРМАЦИЯМИ И НАПРЯЖЕНИЯМИ В ПРЕДЕЛАХ И ЗА ПРЕДЕЛАМИ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ. КРИТЕРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ И РАЗРУШЕНИЯ

### 4.1. ТЕОРИИ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ

Теории напряжений и деформаций были созданы О. Коши. Они изложены в работе, представленной в Парижскую академию наук в 1822 г., краткое содержание которой опубликовано в 1823 г. [339] и ряде последующих статей. О. Коши вывел три уравнения равновесия элементарного четырехгранника, доказал закон парности касательных напряжений, ввел понятия главных осей и главных напряжений и вывел дифференциальные уравнения равновесия (обычно они в курсе сопротивления материалов не выводятся). Им же введена поверхность нормальных напряжений (квадрика Коши), на которой располагаются концы радиус-векторов, направления которых совпадают с направлением нормалей к площадкам, а величина обратно пропорциональна корню квадратному из абсолютной величины нормального напряжения в этой площадке, и доказано, что эта поверхность является поверхностью второго порядка с центром в начале координат. Возможность преобразования поверхности нормальных напряжений к главным осям свидетельствует о существовании в каждой точке трех взаимно перпендикулярных главных площадок.

Аналогичная поверхность касательных напряжений была введена русским механиком Г.В. Колосовым в 1933 г. [188].

Геометрическая интерпретация напряженного состояния в пространстве в виде эллипсоида напряжений была дана Г. Ламе и Б. Клапейроном в их мемуаре, представленном в Парижскую академию наук в 1828 г. и опубликованном в 1833 г. [418].

Геометрическое изображение напряженного состояния на плоскости для одной серии площадок, проходящих через главную ось, в виде окружности напряжений было предложено К. Кульманом в его книге в 1866 г. [355].

Для общего случая напряженного состояния очень наглядная геометрическая интерпретация его на плоскости дана О. Мором (так называемая круговая диаграмма Мора) [439] в 1882 г. Из нее можно сделать ряд важных заключений об экстремальности главных напряжений, положении площадок, в которых касательные напряжения максимальны, и о величинах этих максимальных касательных напряжений.

О. Коши дал определение деформаций, вывел зависимость их от перемещений в частном случае малых деформаций (эти зависимости, как правило, в курсе сопротивления материалов не выводятся), определил понятия главных напряжений и главных деформаций и получил зависимости компонентов напряжений от компонентов деформаций как для изотропного, так и для анизотропного упругого тела. В сопротивлении материалов обычно устанавливаются зависимости компонентов деформаций от компонентов напряжений для изотропного тела. Они называются обобщенным законом Гука, хотя, конечно, это название условно, так как Р. Гуку понятие напряжения известно не было.

В указанных зависимостях Коши вначале ввел две постоянных и записал зависимости напряжений от деформаций в виде

$$\sigma_x = k \varepsilon_x + K \theta, \quad \sigma_y = k \varepsilon_y + K \theta, \quad \sigma_z = k \varepsilon_z + K \theta$$

$$\tau_{xy} = k \frac{\gamma_{xy}}{2}, \quad \tau_{yz} = k \frac{\gamma_{yz}}{2}, \quad \tau_{zx} = k \frac{\gamma_{zx}}{2},$$

где  $\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ ,

т.е. так, как это принято в теории упругости (с другими обозначениями). Однако в дальнейшем О. Коши принял концепцию Л. Навье. Согласно ей упругие тела состоят из молекул, между которыми при деформировании возникают силы, действующие по направлениям прямых линий, соединяющих молекулы, и пропорциональные изменению расстояний между молекулами. Тогда число упругих постоянных для общего случая анизотропного тела равно 15, а для тела изотропного получаем одну упругую постоянную. Этой гипотезы придерживался С. Пуассон, а вначале — Г. Ламе и Б. Клапейрон. На основании ее Пуассон установил, что коэффициент поперечной деформации равен 1/4, о чем говорилось в 1.2.

Д. Грин в 1839 г. вывел зависимость между деформациями и напряжениями без использования гипотезы о молекулярном строении упругих тел [374]. Он получил их на основе принципа сохранения энергии, введя понятие упругого потенциала, и показал, что при использовании линейных зависимостей шести компонентов деформаций от шести компонентов напряжений из 36 коэффициентов независимыми являются 21, т.е. в общем случае анизотропного тела число упругих постоянных равно 21. Для изотропного тела число упругих постоянных снижается до двух. Теория, в которой число упругих постоянных для анизотропного тела равно 15, а для изотропного 1, иногда называлась “рариконстантной” или “униконстантной”, а теория, в которой число упругих постоянных для анизотропного тела равно 21, а для изотропного 2 — “мультиконстантной”.

Спор между сторонниками этих теорий побудил физиков к экспериментальным исследованиям.

Г. Вертгейм на основании замеров внутренних объемов стеклянных и металлических труб при осевом растяжении установил в 1848 г., что коэффициент поперечной деформации не равен  $1/4$ . Он считал его различным для различных материалов, но для многих материалов близким к  $1/3$  [497].

А.Я. Купфер, испытывая в 1853 г. на растяжение и кручение металлические стержни, также получил, что отношение модулей при сдвиге и растяжении не соответствует величине поперечной деформации, равной  $1/4$  [411].

Ф. Нейманн испытывал в 1855 г. на изгиб образцы прямоугольного поперечного сечения и измерял при этом углы поворота двух граней балки (поперечное сечение принимает трапецеидальную форму). В результате он показал, что коэффициент поперечной деформации не равен  $1/4$ . К такому же выводу пришел Г. Кирхгоф, ученик Ф. Неймана, на основании проведенных в 1859 г. испытаний на совместный изгиб и кручение круглых латунных стержней, заделанных одним концом и нагруженных на другом сосредоточенной силой, с замером угла закручивания стержня и угла поворота сечения [405].

Большое экспериментальное исследование коэффициентов поперечной деформации для различных сортов стали провел один из учеников Г. Кирхгофа М.Ф. Окатов в 1865 – 1866 гг. Результаты приведены в его докторской диссертации [222]. Испытания на кручение и изгиб тонких призм, вырезанных из монокристаллов, а также испытания сжимаемости кристаллов при всестороннем равном сжатии были проведены В. Фойгтом и описаны в его многочисленных статьях, объединенных в дальнейшем в книге [495], опубликованной в 1910 г. Они подтвердили правильность мультиконстантной теории.

Глубокое исследование математической структуры закона Гука для анизотропных тел было проведено механиком и инженером Яном Рыхлевским в 1984 г. [247] на основе введенного им понятия собственного упругого состояния. В частности, им показано, что 21 упругая постоянная представляет собой шесть истинных модулей жесткости, 12 дистрибуторов жесткости и три угла.

## 4.2. КРИТЕРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ

Поскольку закон Гука при одноосном напряженном состоянии справедлив только в начальной стадии нагружения, обобщенный закон Гука верен тоже только в начальной стадии нагружения. Пределы применимости его определяются критериями пластичности, которые еще совсем недавно в курсах сопротивления материалов назывались теориями прочности.

Рассмотрим вначале критерии пластичности для изотропных материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию.

Вероятно, впервые критерий пластичности, известный в курсах сопротивления материалов как критерий наибольшего касательного напряжения, был высказан Ш. Кулоном в 1773 г. [352]. Он полагал, что разрушение сжатой призмы возникает в результате скольжения одной части по другой по некоторой плоскости под углом  $45^\circ$  к сжимающей силе. Однако Ш. Кулон безосновательно считал, что касательное напряжение в этой плоскости (максимальное) при скольжении равно предельному напряжению при растяжении, а не половине его. Таким образом, хотя Кулон и принял за критерий величину максимального касательного напряжения, однако использовал его скорее как критерий разрушения.

Как критерий пластичности (условие возникновения пластических деформаций) он был установлен в 1864 г. инженером А. Треска, который начиная с 1863 г. в течение восьми лет занимался исследованием прессования и пробивания металлов. Краткое содержание результатов его исследований было опубликовано в 1864 г. [489], а более подробное изложение дано в 1868 г. [490]. А. Треска установил, что при неоднoосном напряженном состоянии пластические деформации возникают тогда, когда наибольшее касательное напряжение достигает половины предела текучести при одноосном растяжении. Полученный результат был высоко оценен Б. Сен-Венаном, который использовал его при построении теории пластичности [253] в 1871 г. В теории пластичности этот критерий называется критерием Треска–Сен-Венана.

На рис. 4.1 представлен разрез установки А. Треска для изучения течения металлов, а на рис. 4.2. — сечение набора десяти свинцовых пластин после выдавливания на установке, изображенной на рис. 4.1.

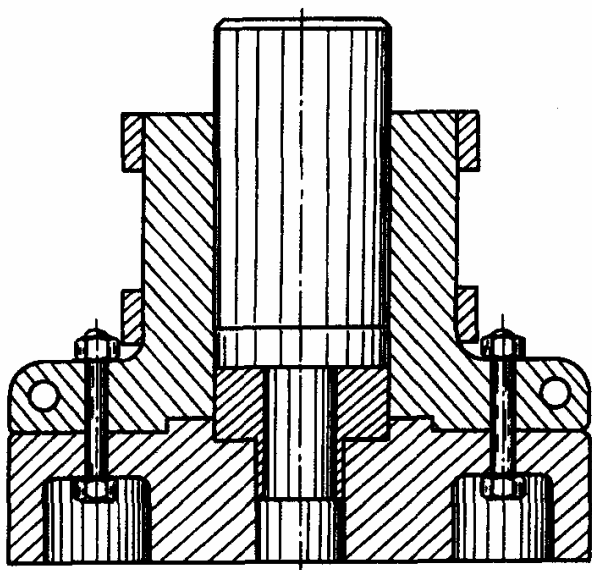


Рис. 4.1

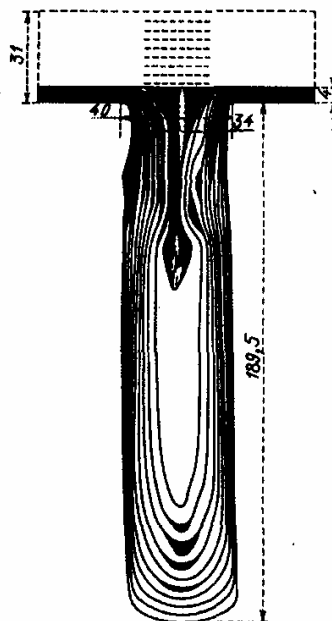


Рис. 4.2

А. Треска на основе своих экспериментальных исследований установил также, что пластические деформации происходят без изменения объема и вывел ряд формул, связывающих длину выбиваемой части стержня, силу, необходимую для создания течения, с радиусом штампа и радиусом образца.

Э. Бельтрами в 1885 г. [321] принял за критерий возникновения пластических деформаций потенциальную энергию деформации. Этот критерий не подтвердился экспериментально ни как критерий возникновения пластических деформаций, ни как критерий разрушения. В частности, при всестороннем равном сжатии он дает величины давлений, при которых возникают пластические деформации или разрушение, в то время как экспериментальные исследования П. Бриджмена всесторонних равных сжатий материалов при очень высоких давлениях порядка 30000 МПа показали отсутствие не только разрушения, но и пластических деформаций [136, 137]. Несмотря на это, следует сказать, что гипотеза Бельтрами несколько продвинула развитие критериев пластичности, поскольку Бельтрами впервые в качестве критерия предложил величину, отличную от напряжений и деформаций.

Интересно, что еще до публикаций опытов П. Бриджмена Д. Максвелл в письме к своему другу физику У. Томсону (лорду Кельвину) от 18.12.1856 принял за критерий возникновения пластических деформаций не всю потенциальную энергию деформации, а только часть ее, связанную с изменением формы. Это письмо в серии писем было опубликовано значительно позднее, а в книге — только в 1937 г. [421].

Этот же критерий был предложен в 1904 г. в статье М. Хубера [392]. В этой работе М. Хубер, не зная о работе Э. Бельтрами, вначале повторяет его предложение, а затем в качестве критерия возникновения пластических деформаций принимает потенциальную энергию изменения формы. При этом автор указывает, что впервые разделение потенциальной энергии деформации на потенциальную энергию изменения объема и потенциальную энергию изменения формы было выполнено Г. Гельмгольцем [377]. Более подробно этот критерий изложен в другой работе М. Хубера, опубликованной в 1930 г. [391].

В курсах сопротивления материалов этот критерий называется критерием потенциальной энергии изменения формы.

Заметим, что в пространстве главных напряжений геометрическим образом критерия наибольшего касательного напряжения является шестигранная призма, ось которой равно наклонена к осям главных напряжений и отсекающая на них отрезки, равные в определенном масштабе пределам текучести  $\sigma_T$ , а геометрическим образом критерия потенциальной энергии изменения формы — круглый цилиндр, описанный вокруг этой призмы (рис. 4.3). Следами пересечения этих поверхностей с плоскостью, нормаль к которой равно наклонена к

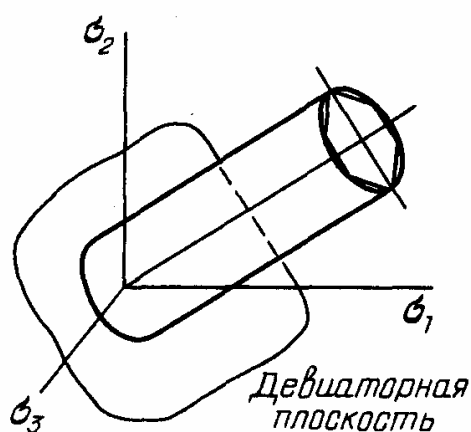


Рис. 4.3

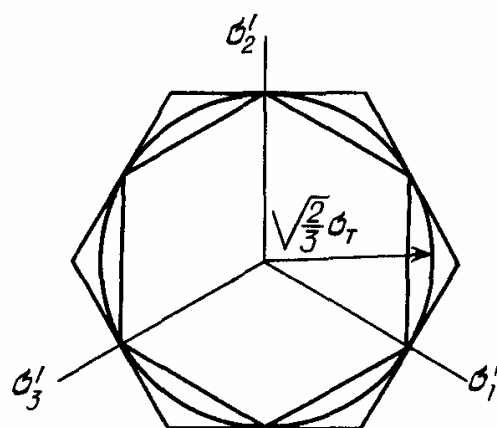


Рис. 4.4

осям главных напряжений (так называемой девиаторной плоскостью), являются правильный шестиугольник, вписанный в окружность радиуса  $\sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_T$ , а оси главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  проецируются на линии  $\sigma'_1$ ,  $\sigma'_2$  и  $\sigma'_3$ , расположенные под углами  $120^\circ$  (рис. 4.4).

Р. Мизес, полагая, что результат, полученный экспериментально А. Треска, является истинным, но неудобным для расчетов (особенно проектировочных), так как стороны шестиугольника имеют различные уравнения, предложил в 1913 г. [211] приближенно заменить шестиугольник описанной вокруг него окружностью и таким образом пришел к критерию пластичности потенциальной энергии изменения формы.

Это же условие установил в 1924 г. механик Генрих Генки в разработанной им теории малых упругопластических деформаций [153].

В теории пластичности критерий потенциальной энергии изменения формы обычно называется критерием пластичности, или условием начала пластичности Хубера — Мизеса или Хубера — Мизеса — Генки, или Мизеса. Вероятно, правильнее было бы его называть критерием Максвелла — Хубера.

М. Рош и А. Эйхингер в 1949 г. заметили, что касательное напряжение в площадке, равнонаклонной к главным площадкам (октаэдрической площадке), пропорционально квадратному корню из удельной потенциальной энергии изменения формы, что позволило им трактовать рассматриваемый критерий как критерий октаэдрического касательного напряжения: пластические деформации возникают тогда, когда октаэдрическое касательное напряжение достигает определенной величины. Заметим, что площадок, в которых касательное напряжение равно октаэдрическому, бесконечное множество (это следует из диаграммы Мора). Отличие октаэдрической площадки от них в

том, что в ней нормальное напряжение равно среднему нормальному напряжению.

В.В. Новожилов установил в 1952 г. [219], что эквивалентное напряжение по критерию пластичности потенциальной энергии изменения формы пропорционально квадратному корню из среднего значения квадратов касательных напряжений в точке, которое равно

$$\tau_c^2 = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \tau_{\gamma}^2 d\Omega,$$

где  $d\Omega$  — элементарная площадка сферы,  $\Omega$  — площадь поверхности сферы,  $\tau_{\gamma}$  — касательное напряжение в площадке сферы с нормалью  $\gamma$ .

Выбор сферы в качестве замкнутой поверхности, окружающей рассматриваемую точку тела, объясняется тем, что только на сфере (ввиду ее полной симметрии) будет в равной мере представлено все множество площадок, проходящих через точку.

С.Д. Пономарев показал в 1955 г. [245], что оно пропорционально квадратному корню из минимального среднеквадратичного уклонения главных напряжений заданного напряженного состояния от некоторого равноосного напряженного состояния

$$\Delta = \frac{(\sigma_1 - \sigma)^2 + (\sigma_2 - \sigma)^2 + (\sigma_3 - \sigma)^2}{3}.$$

Исследование этой величины на экстремум приводит к заключению, что минимум ее имеет место при

$$\sigma = \sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

и равен

$$\Delta_{\min} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{3}.$$

Рассмотренные выше два критерия пластичности наибольших касательных напряжений и потенциальной энергии изменения формы справедливы для изотропного материала, у которого пределы текучести при растяжении и сжатии одинаковы.

Математик и механик Р. Хилл в 1950 г. нашел [300], что если принять материал изотропным и имеющим одинаковые пределы текучести при растяжении и сжатии, то тогда геометрическим образом условия текучести является поверхность цилиндра (рис. 4.5), который в пересечении с девиаторной плоскостью дает 12 одинаковых выпуклых дуг (рис. 4.6). Очевидно, что окружность Максвелла — Хубера является хорошей аппроксимацией этих дуг. Таким образом, условие потенциальной энергии изменения формы не является гипотезой, как

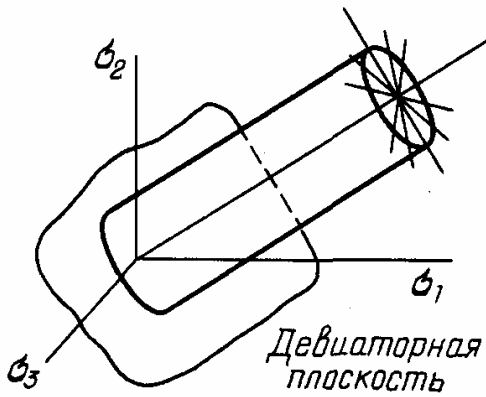


Рис. 4.5

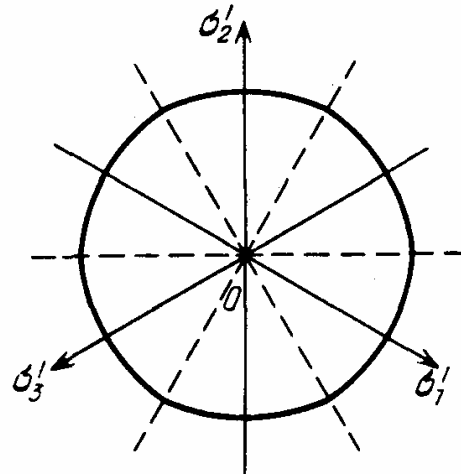


Рис. 4.6

это часто излагается в курсах сопротивления материалов, а может быть доказано с точностью до аппроксимации. Если вокруг окружности Максвелла – Хубера описать правильный шестиугольник, то соответствующая призма в пространстве главных напряжений является геометрическим образом критерия пластичности наибольшего приведенного напряжения [210]. Этот критерий был впервые предложен в 1940 г. механиком Александром Юльевичем Ишлинским (06.08.1913) [178], а затем, в 1951 г., – Р.Хиллом и Г. Уиллсом [380]. В курсах сопротивления материалов обычно этот критерий не приводится, поскольку экспериментальные точки, как правило, располагаются между шестиугольником Треска – Сен-Венана и окружностью Максвелла – Хубера. Однако решение упругопластических задач на основе критериев Треска – Сен-Венана и Ишлинского – Хилла позволяет дать нижнюю и верхнюю оценки решения задачи, основанного на условии пластичности Максвелла – Хубера. Следует отметить, что решение по первым двум условиям принципиально проще, чем решения по условию Максвелла – Хубера, так как эквивалентные напряжения в них линейно зависят от главных напряжений в отличие от условия Максвелла – Хубера.

Если пределы текучести материала при растяжении и сжатии различны, то тогда в качестве критерия пластичности используется критерий, предложенный О. Мором в 1900 г. [212] и основанный на допущениях, что среднее главное напряжение не оказывает влияния на возникновение пластических деформаций, и, следовательно, образование их определяется окружностью, отсекающей на горизонтальной оси отрезки, в определенном масштабе равные наибольшему и наименьшему главным напряжениям (по определению Мора “главной” окружностью), и что существует огибающая для главных окружностей напряженных состояний при возникновении пластических



деформаций. Таким образом, теория возникновения пластических деформаций Мора, основанная на результатах экспериментальных исследований, является феноменологической. Если принять, что огибающая главных окружностей Мора для напряженных состояний при образовании пластических деформаций — прямая линия, что достаточно надежно в случае, если наибольшее и наименьшее главные напряжения имеют разные знаки или одно из них равно нулю, то тогда легко получить простую формулу, выражающую условие возникновения пластических деформаций:

$$\sigma_1 - \nu \sigma_3 = \sigma_{\text{Т}}$$

где  $\nu = \frac{\sigma_{\text{тр}}}{\sigma_{\text{ТС}}}$ .

В частном случае, когда пределы текучести при растяжении и сжатии одинаковы, критерий Мора совпадает с критерием наибольшего касательного напряжения. Заметим, что критерий пластичности Мора может быть выведен без использования окружностей Мора на основе экспериментально полученной кривой зависимости предельного наибольшего напряжения от предельного наименьшего напряжения и аппроксимации ее прямой линией (рис. 4.7). В таком случае отпадает необходимость введения гипотезы о существовании огибающей предельных главных окружностей.

Критерий пластичности для анизотропных материалов, который иногда называют квадратичным критерием (или условием) пластичности, был предложен Р. Мизесом в 1928 г. [435]. В тензорной записи этот критерий имеет вид

$$A_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl} = 1 ..$$

Число постоянных в этом выражении равно 21. В частном случае ортотропного материала, если принять, что при всестороннем равном сжатии пластические деформации не возникают (что, вероятно, имеет место, так как касательные напряжения в этом напряженном состоянии во всех площадках равны нулю), число постоянных в условии пластичности уменьшается с 21 до 6. Последние можно определить из шести испытаний на три одноосных растяжения и три чистых сдвига в разных направлениях. Такое условие пластичности было предложено в 1948 г. Р. Хиллом [379] без ссылки на работу Р. Мизеса.

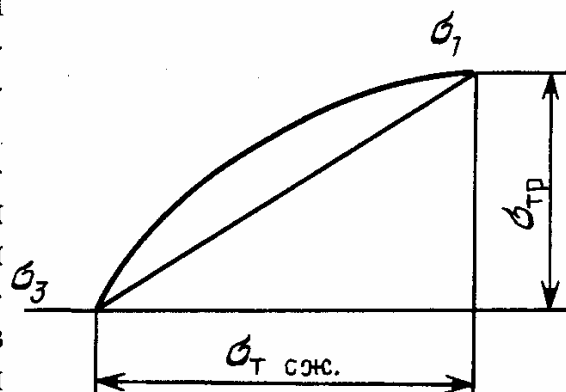


Рис. 4.7

В работе Я. Рыхлевского [248] установлены возможности прямого обобщения энергетического условия Максвелла – Хубера для произвольных анизотропных линейно-упругих тел.

#### 4.3. ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ДЕФОРМАЦИЯМИ И НАПРЯЖЕНИЯМИ ЗА ПРЕДЕЛАМИ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ

При наличии времени после изложения критериев пластичности (для анизотропных материалов они обычно в курсе сопротивления материалов не рассматриваются) могут быть выведены основные уравнения теории малых упругопластических деформаций. Наиболее просто это сделать, приняв, что материал несжимаем ( $\nu = 0,5$ ), так, как это изложено в учебнике [290]. Можно получить их, основываясь на двух гипотезах: о пропорциональности компонентов девиаторов деформаций и напряжений и о том, что зависимость эквивалентного напряжения от эквивалентной деформации одна и та же для всех напряженных состояний (гипотеза единой кривой). Вторая гипотеза была сформулирована механиком и инженером П. Людвиком [208] в 1909 г. Уравнения теории малых упругопластических деформаций были представлены Г. Генки в его докладе на первом международном съезде по теоретической и прикладной механике в Делфте в 1924 г. [153]. Упрочнение в теории малых упругопластических деформаций было рассмотрено в работе механика и инженера Р. Шмидта [304], опубликованной в 1932 г. Механиком Алексеем Антоновичем Ильюшиным (20.01.1911) в ряде работ, итоги которых подведены в монографии [174], опубликованной в 1948 г., была проанализирована теория малых упругопластических деформаций и показано, что она справедлива только в случае простого нагружения, когда компоненты девиатора напряжений растут пропорционально одному параметру. Ему же принадлежит разработка общей математической теории пластичности, опубликованной в 1963 г. [176], частным случаем которой является как теория малых упругопластических деформаций, так и ряд других теорий. А.А. Ильюшин разработал также приближенный метод решения задач по теории малых упругопластических деформаций, названный им методом упругих решений [174]. В дальнейшем этот метод получил развитие в работах механика и инженера Биргера, которым созданы методы переменных параметров упругости и дополнительных деформаций [130, 267]. Во всех этих методах решение упругопластической задачи сводится к решению последовательности упругих задач.

#### 4.4. КРИТЕРИИ РАЗРУШЕНИЯ

Изложение вопросов разрушения в курсе сопротивления материалов обычно начинается с замечания о том, что реальная прочность материалов значительно меньше теоретической, что объясняется наличием в материале различных дефектов (трещины, поры и т.п.). После этого на примере растяжения пластины бесконечной ширины с трещиной излагается энергетический критерий начала распространения трещины, предложенный механиком А. Гриффитсом (Griffith A., 1893 – 1963) в 1920 г. [376]. Силовой критерий разрушения был сформулирован позднее в 1957 г. механиком Л. Ирвином [395]. Последний также показал эквивалентность этих двух критериев. При выводе их было использовано решение задачи о напряженном состоянии пластины бесконечной ширины с трещиной. Формулы для напряжений в этой области были получены механиком Х. Вестергардом (Westergaard H.) [498] в 1939 г. Они могут быть установлены на основании решения задачи о напряженном состоянии растянутой пластины бесконечной ширины с эллиптическим отверстием, данного впервые в 1909 г. Г.В. Колосовым [189] и затем, в 1913 г., – механиком К. Инглисом (Inglis C.) [394].

Д. Ирвином в 1958 г. было показано [396], что при наличии пластических деформаций в вершине трещины следует в расчетах увеличить ее длину, и приведен приближенный метод учета пластических деформаций (так называемая поправка Ирвина на пластичность).

При отсутствии информации о трещинах для определения коэффициента запаса по разрушению может быть использован критерий О. Мора, аналогичный его критерию пластичности, который в рассматриваемом случае позволяет отразить различие в пределах прочности при растяжении и сжатии.

А. Надаи, по-видимому в 1950 г. [215], принял, что октаэдрическое касательное напряжение  $\tau_0$  является функцией среднего нормального напряжения  $\sigma_0$ :  $\tau_0 = f(\sigma_0)$ . Поскольку теорию О. Мора можно трактовать как теорию, устанавливающую связь касательного напряжения в некоторой площадке с нормальным напряжением в ней, теория Надаи является обобщением теории Мора. Этот вопрос обстоятельно проанализирован в работах М.М. Филоненко – Бородича [296, 298], опубликованных в 1954 и 1961 гг., и изложен в его книге [299], а также в книге [293].

Заметим, что еще в 1928 г. В. Бужиньски принял [333] в несколько иной и более конкретной форме указанную выше зависимость. Именно он считал, что в предельном состоянии второй инвариант девиатора напряжений является квадратичной функцией первого инварианта тензора напряжений

$$I_2(D_\sigma) = A + BI_1(T_\sigma) + C[I_1(T_\sigma)]^2.$$

Три постоянных в этой зависимости определяются из трех испытаний на растяжение и сжатие образцов и кручение тонкостенных трубок. Независимо от В. Бужиньского такое же условие предельного состояния было предложено в 1931 г. [308] Ю.И. Ягном. Существует еще ряд критериев разрушения, основанных на зависимости второго инварианта девиатора напряжений от первого инварианта тензора, часть из которых является частными случаями критерия Бужиньского — Ягна. Следует упомянуть хорошо согласующийся с результатами экспериментальных исследований критерий механиков и инженеров Георгия Степановича Писаренко (12.11.1910) и Анатолия Александровича Лебедева (01.02.1931), который имеет вид [229]

$$\chi \sigma_e + (1 - \chi) \sigma_1 = \sigma_{вр},$$

где  $\sigma_e$  — эквивалентное напряжение по критерию Максвелла — Хубера

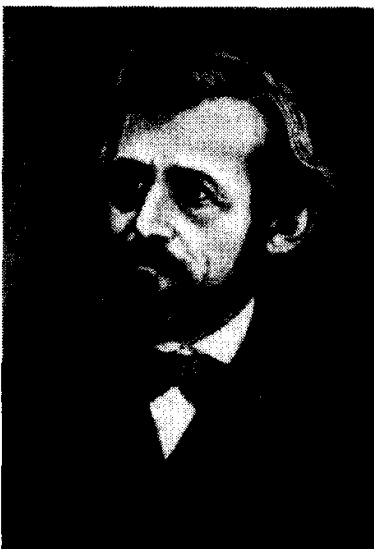
$$\chi = \frac{\sigma_{вр}}{\sigma_{вс}} \text{ или } \chi = \frac{\sigma_{вр} - \tau_{в}}{(\sqrt{3} - 1) \tau_{в}}, \text{ а } \sigma_{вр}, \sigma_{вс} \text{ и } \tau_{в} - \text{ пределы прочности}$$

при растяжении, сжатии и чистом сдвиге.

Обзор различных критериев пластичности и разрушения приведен в книгах [229, 508] и статье [507].

## 4.5. БИОГРАФИИ

### Карл Кульман



К. Кульман

Механик и инженер Карл Кульман (Culmann K., 10.07.1821 — 09.12.1881) родился в г. Бергцаберне (Рейнпфальц, Германия) в семье священника. Под руководством отца получил хорошее начальное образование. В 1838 г. поступил в Высшую техническую школу в Карлсруэ, которую окончил в 1841 г. После окончания работал инженером на постройках железнодорожных мостов. С целью расширения инженерного кругозора в 1849 г. совершил поездку в Англию и США. После возвращения составил обширный обзор английских и американских мостов, который оказал большое влияние на развитие мостостроения в Германии, и затем продолжил работу инженера на железных дорогах.

В 1855 г. он получил приглашение занять должность профессора на кафедре теории сооружений в Цюрихском политехникуме.

Основные работы К.Кульмана посвящены анализу конструкций деревянных и металлических мостов и графическим методам расчета конструкций. Им написан курс графической статики [355], в котором использованы методы проективной геометрии. В 1866 г. им дано геометрическое изображение напряженного состояния на плоскости для одной серии площадок, проходящих через главную ось в виде окружности напряжений [355].

### Джордж Грин

Математик и физик Джордж Грин (Green G., 14.07.1793 – 31.03.1841) родился в г. Снейтоне (Великобритания) в семье мельника. В юности не получил образования. Самостоятельно изучил математику. Только в 1833 г. поступил в Кембриджский университет, который окончил в 1837 г. четвертым по успехам в математике и получил степень бакалавра искусств.

В 1839 г. Грин на основе принципа сохранения энергии, введя понятие упругого потенциала, вывел зависимости между деформациями и напряжениями для упругого анизотропного тела [374].

Он развил теорию электричества и магнетизма на основе установленного им соотношения между интегралами по поверхности и объему. Оно в том же году было получено М.В. Остроградским и называется формулой Грина – Остроградского.

### Гийом Вертгейм

Физик Гийом Вертгейм (Wertheim G., 1815–1861) родился в Вене в семье банкира – руководителя венской еврейской общины. Национальность в то время не позволила ему получить иного образования, кроме медицинского. В 1839 г. он стал доктором медицины. Затем в течение двух лет слушал лекции по математике и физике в Берлинском университете, после чего переехал в Париж и занялся экспериментальными исследованиями в области механики твердого тела.

В течение нескольких лет он был “внештатным экзаменатором” в Политехнической школе, внештатным профессором на факультете Монпелье. В 1848 г. был избран членом-корреспондентом Венской, а в 1853 г. – Берлинской академий наук.

В 1848 г. Г. Вертгейм провел исчерпывающее исследование постоянных упругости, изучил влияние на них температуры, магнитных полей, электрического тока и предварительной остаточной деформации [497].

Ему принадлежат линейный закон зависимости оптических характеристик от напряжений (“закон Вертгейма”), экспериментальное изучение кручения стержней различных поперечных сечений, исследование распространения волны растяжения, первые работы по биомеханике (изучение упругости костей, тканей, мышц, артерий и нервов).

Он определил частоты стоячих волн в столбах жидкости и экспериментально изучил колебания пластин и стержней.

Все эксперименты Г. Вертгейма были поставлены очень тщательно и полученные результаты не вызывают сомнений.

Он покончил жизнь самоубийством, бросившись с колокольни собора святого Гатэна в г. Туре (Франция).

### Адольф Яковлевич Купфер



А.Я. Купфер

Физик Адольф Яковлевич Купфер (17.01.1799 – 23.05. 1865) родился в г. Митаве (ныне г. Елгава, Латвия) в семье купца. Высшее образование получил в Дерптском (г. Тарту, Эстония), Берлинском и Геттингенском университетах. В 1823 – 1828 гг. он был профессором Казанского университета на кафедрах физики и химии. С 1828 г. – член Петербургской академии наук кафедры минералогии, а с 1841 г. – кафедры физики. В 1849 г. организовал в Петербурге Главную физическую обсерваторию, которой руководил до конца жизни. Научные труды посвящены физике, минералогии, кристаллографии и метеорологии. Принимал деятельное участие в работе комиссии по установлению точных мер и весов. В 1853 г. определял величину коэффициента Пуассона на осно-

вании проведенных им испытаний стержней на растяжение и кручение [411].

### Франц Эрнст Нейманн

Механик и физик Франц Эрнст Нейманн (Neumann F.E., 11.09.1798 – 23.05.1895) родился близ г. Иохимсталя (Пруссия, Германия) в семье управляющего имением. В 1817 г. поступил в Берлинский университет, где проявил большой интерес к минералогии. В 1826 г. получил ученую степень доктора и в этом же году начал чтение

лекций по минералогии в Кенигсбергском университете. Вскоре он начал преподавать различные разделы физики и в 1829 г. стал профессором. В 1834 г. совместно с К. Якоби организовал семинар по теоретической физике и математике.

В своих работах Ф. Нейманн развил теорию двойного лучепреломления в напряженных прозрачных телах, что явилось основой оптического метода исследования напряжений, определил температурные напряжения в пластинке, температура которой неравномерно распределена по площади, исследовал остаточные напряжения, установил соотношение между деформациями и напряжениями, введя в них две упругие постоянные, изучал распространение волн в упругой среде и колебания струн, мембран и стержней.



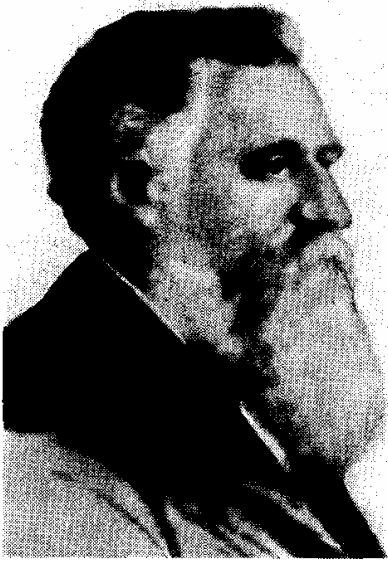
**Ф. Нейманн**

### **Михаил Федорович Окатов**

Механик Михаил Федорович Окатов (1829 – 1901) в 1848 г. окончил курс математического отделения философского факультета Московского университета со степенью кандидата. В этом же году был определен старшим учителем математики в Московском дворянском институте, откуда в 1849 г. перешел старшим учителем математики в гимназию. В том же году был переведен на должность профессора технологии сельского хозяйства Демидовского лицея. В 1861 – 1863 гг. находился в заграничной командировке.

В 1865 г. начал преподавание практической механики в Петербургском университете в качестве приват-доцента. В том же году защитил диссертацию на степень магистра прикладной математики: “Общая теория равновесия упругих твердых тел и разделение их на классы”, и в 1866 г. избран доцентом на кафедре практической механики. В 1867 г. защитил диссертацию на степень доктора прикладной математики [222] на тему “Теория равновесия и движения упругой проволоки”, в которой, в частности, изложил результаты проведенного им большого экспериментального исследования коэффициента поперечной деформации для различных сортов стали.

В 1868 г. М.Ф. Окатов был избран экстраординарным профессором на кафедре механики, а в 1875 г. утвержден в звании заслуженного ординарного профессора. Вышел в отставку в 1878 г.

**Вольдемар Фойгт**

В. Фойгт

Физик Вольдемар Фойгт (Voigt W., 02.09.1850 – 13.12.1919) родился в Лейпциге (Саксония, Германия). В 1874 г. окончил Кенигсбергский университет. После окончания был оставлен своим учителем Ф. Нейманном при университете. В 1875 г. стал доцентом университета, а в 1883 г. был избран профессором теоретической физики Геттингенского университета.

В. Фойгт провел испытания на кручение и изгиб тонких призм, вырезанных из монокристаллов, а также испытания сжимаемости кристаллов при всестороннем равном сжатии [495]. В связи с исследованием анизотропии кристаллов обобщил теорию изгиба и кручения призм Б. Сен-Венана на случай анизотропных материалов. Исследовал деформирование анизотропной пластины в ее плоскости. Первый ввел в теорию упругости тензорные и тензорнодиадные обозначения. Экспериментально исследовал продольный удар призматических стержней и прочность материалов на образцах из кристаллов каменной соли. Разработал механическую и электромагнитную теории дисперсии света.

**Анри Эдуард Треска**

Механик и инженер Анри Эдуард Треска (Tresca H.E., 1814 – 1885) родился в г. Дюнкерке (Франция). В 1833 г. окончил политехническую школу. В 1852 г. начал работать в Высшем ремесленном училище инженером, затем стал помощником директора училища, а в 1864 г. – старшим физиком-экспериментатором. В 1872 г. был избран в Парижскую академию наук.

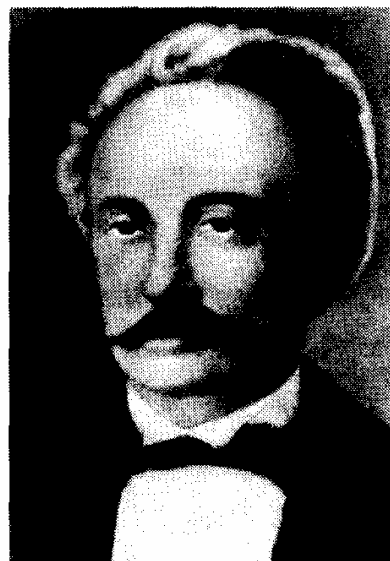
В 1864 г. Треска провел большое экспериментальное исследование прессования и пробивания металлов [489, 490]. Экспериментально установил, что пластические деформации в общем случае неодноосного напряженного состояния возникают тогда, когда наибольшее касательное напряжение достигает половины предела текучести при одноосном растяжении.



### Эудженио Бельтрами

Математик Эудженио Бельтрами (Beltrami E., 16.11.1835 – 18.02.1900) родился в г. Кремоне (Ломбардия, Италия). Окончил Павийский университет. В 1862 – 1873 гг. профессор Болонского, в 1873 – 1876 гг. и 1891 – 1900 гг. – Римского, в 1876 – 1891 гг. – Павийского университетов. С 1873 г. член Национальной академии деи Линчеи<sup>10</sup> в Риме, а с 1898 г. – ее президент.

Основные работы Бельтрами относятся к дифференциальной геометрии, алгебре, математическому анализу и математической физике. Опубликовал работу о неевклидовой геометрии, сыгравшую существенную роль в ее развитии и, в частности, в развитии геометрии математика Николая Ивановича Лобачевского (01.12.1792 – 24.11.1856). Изучал кинематику жидкости, теорию потенциала, теорию теплопроводности. Принял за критерий возникновения пластических деформаций при неоднородном напряженном состоянии потенциальную энергию деформации [321].



Э. Бельтрами

### Перси Уильямс Бриджмен

Физик и философ Перси Уильямс Бриджмен (Bridgmen P.W., 21.04.1882 – 20.08.1961) родился в г. Кембридже (США). В 1905 г. окончил Гарвардский университет, в котором работал до 1954 г. (с 1926 г. – профессором).

Основные работы (около двухсот статей и две монографии) посвящены физике высоких давлений. П. Бриджмен разработал и построил аппаратуру для создания сверхвысоких давлений (до 30000 атмосфер). При ее помощи исследовал влияние давления на сжимаемость твердых тел и жидкостей, прочность твердых тел, электрическое сопротивление, теплопроводность и полиморфные превращения в твердых телах. За эти работы он в 1946 г. удостоен Нобелевской премии по физике.



П. Бриджмен

Ряд работ П.У. Бриджмена посвящен методологии естественных наук и, в частности, методологии измерений.

### Максимилиан Тытус Хубер



М. Хубер

Механик и инженер Максимилиан Тытус Хубер (Huber M.T., 04.01.1872 – 09.12.1950) родился в г. Кросьненки (Австро-Венгрия, ныне Польша). В 1884 г. окончил гимназию в Лемберге (Австро-Венгрия, ныне г. Львов, Украина) и поступил в Лембергскую политехническую школу. Будучи студентом, много времени уделял изучению математики и механики и выполнил ряд научных работ. После окончания школы был оставлен ассистентом кафедры дорог.

В 1896 г. получил стипендию для дальнейшего образования за границей и в течение года изучал математику в Берлинском университете. Вернувшись в Лемберг в 1898 г., получил должность ассистента кафедры математики в Лембергской политехнической школе.

В 1899 г. начал работу вначале преподавателем, а потом профессором механики в

Высшей промышленной школе в г. Кракове (Польша).

В 1904 г. в Лембергской политехнической школе защитил диссертацию “Теория контакта твердых упругих тел” на соискание ученой степени доктора технических наук. В 1906 г. возвратился в Лемберг и начал работать преподавателем механики, а через два года после организации кафедры технической механики стал ее профессором и заведующим. В течение 1911 – 1914 гг. организовал лабораторию на кафедре.

В 1914 г. избран ректором Лембергской политехнической школы, однако начало первой мировой войны и призыв в австрийскую армию прервали работу. После сдачи крепости Перемышль попал в плен. Благодаря помощи С.П. Тимошенко продолжил научную работу и преподавал физику в польской гимназии в г. Казани.

После возвращения во Львов в 1918 г. руководил кафедрой технической механики в Политехнической школе. В 1920 г. принял участие в организации Академии технических наук в Варшаве и стал ее членом. В течение 1921 – 1922 гг. академического года являлся ректором Львовского политехнического института.

В 1924 г. принял участие в работе 1-го международного конгресса по теоретической и прикладной механике в Делфте. В 1927 г. избран

членом-корреспондентом Польской академии искусств (академии наук).

В 1928 г. переехал в Варшаву и возглавил кафедру “Механика” в Варшавском политехническом институте, а вскоре после этого выбран президентом Академии технических наук и в 1934 г. — действительным членом Польской академии искусств.

Во время второй мировой войны участвовал в системе тайного образования, которая имела место в Польше.

После окончания войны с 1945 г. возглавлял кафедру сопротивления материалов и проблем механики в Гданьском политехническом институте.

В 1948 г. переехал в Краков, где специально для него в Краковской горно-металлургической академии была организована кафедра проблем механики.

М. Хубер в 1904 г. предложил критерий пластичности потенциальной энергии изменения формы [392].

Ему также принадлежат исследования изгиба ортотропных пластин (по-видимому, он впервые ввел понятие конструктивной ортотропии), контактных напряжений, температурных напряжений в толстостенных цилиндрах. Им написаны курс сопротивления материалов [393] и двухтомный курс теории упругости [390].

### Герман Людвиг Фердинанд Гельмгольц

Механик, физик и врач Герман Людвиг Фердинанд Гельмгольц (Helmholtz H.L.F., 31.08.1821 — 08.09.1894) родился в г. Потсдаме (Пруссия, Германия). В 1842 г. окончил Военно-медицинский институт в Берлине, после чего работал врачом в военных госпиталях. Состоял профессором физиологии в университетах г. Кенигсберг (Пруссия, Калининград в РФ) (1849 — 1855 гг.), г. Бонн (Рейн-Вестфалия, Германия) (1855 — 1858 гг.), г. Гейдельберг (Баден-Вюртемберг, Германия) (1858 — 1871 гг.), профессором физики Берлинского университета (1871 — 1888 гг.). В 1888 г. возглавил Физико-технический институт в Берлине.

Основные работы Г. Гельмгольца посвящены математике, механике, физике и физиологии.

В математике исследовал риманово пространство, природу геометрических аксиом.



Г. Гельмгольц

В механике дал математическую формулировку закона сохранения энергии. Разработал основы теории вихревого движения жидкостей, теорию разрывных движений газов, теорию ветра и волн. В 1902 г. выполнил разделение потенциальной энергии деформации на потенциальную энергию изменения формы и потенциальную энергию изменения объема [377].

В физике впервые доказал применимость принципа наименьшего действия к тепловым, электрическим и электромагнитным явлениям и установил связь его со вторым началом термодинамики. Ввел понятие свободной и связанной энергий. Провел экспериментальные исследования электромагнетизма.

В физиологии исследовал нервную и мышечную системы, построил модель уха, разработал теорию аккомодации и способ определения кривизны оптических поверхностей глаза. Сконструировал ряд измерительных приборов.

### Рихард Мизес



Р. Мизес

Математик и механик Рихард Мизес (Mises R., 19.04.1883 – 14.07.1953) родился в г. Лемберге (Австро-Венгрия, ныне г. Львов, Украина). В 1905 г. окончил Венский университет. В 1909 – 1918 гг. – профессор Страсбургского, а в 1920 – 1933 гг. – Берлинского университетов. В 1933 г. в связи с приходом к власти фашистов эмигрировал в Турцию и до 1939 г. был профессором Стамбульского университета. В 1939 г. переехал в США и до конца жизни работал профессором Гарвардского университета.

Работы Р. Мизеса посвящены теории упругой устойчивости цилиндрической оболочки, подверженной воздействию наружного давления и сжимающей силы (в связи с проектированием корпусов подводных лодок), аэродинамике, теории вероятностей и математической статистике. Заменив шестиугольник Треска – Сен-Венана на девиаторной плоскости описанной вокруг него окружностью, Р. Мизес в 1913 г. пришел к критерию пластичности потенциальной энергии изменения формы [211]. Основал журнал “Zeitschrift fuer angewandte Mathematik und Mechanik” и с 1921 по 1933 гг. был его главным редактором.

**Валентин Валентинович Новожилов**

Механик и инженер Валентин Валентинович Новожилов (18.05.1910 – 14.06.1987) родился в семье инженера-технолога в г. Люблине (Россия, ныне Польша). В 1927 г. поступил на физико-механический факультет Ленинградского политехнического института, который окончил в 1931 г. по специальности “Техническая механика”. После окончания института работал в дирижаблестроительной организации, в Центральном конструкторском бюро при Балтийском судостроительном заводе, занимаясь расчетами на прочность элементов конструкций дирижаблей и судов.

**В.В. Новожилов**

В 1939 г. В.В. Новожилов получил приглашение занять должность старшего научного сотрудника в отделе прочности Научно-исследовательского института им. А.Н. Крылова, где работал до конца своих дней и занимался расчетами корпусов судов.

В.В. Новожилову принадлежат интерпретация критерия потенциальной энергии изменения формы в 1952 г. [220], создание теории пластичности с анизотропным упрочнением, разработка теории разрушения, представление уравнений теории оболочек в комплексной форме [219] в 1952 г., установление погрешности гипотезы Кирхгофа в теории пластин и оболочек в 1943 г. [218].

Свою научную деятельность Новожилов делит на четыре периода: 1939 – 1947 гг. – теория оболочек, 1946 – 1952 гг. – нелинейная теория упругости, 1952 – 1958 гг. – динамические задачи теории упругости, после 1958 г. – теории пластичности и прочности. В последнее время он работал в новой для себя области – теории турбулентности.

Им опубликованы широко известные в нашей стране и за рубежом монографии [220, 221].

Педагогическую работу Новожилов вел с 1949 г. в качестве профессора кафедры теории упругости механико-математического факультета Ленинградского государственного университета.

В 1957 г. Новожилов был избран членом-корреспондентом, в 1966 г. – действительным членом Академии наук СССР, а в 1957 г. – членом Британского Королевского общества корабельных инженеров.

**Михаил Митрофанович Филоненко-Бородич****М.М. Филоненко-Бородич**

Механик и инженер Михаил Митрофанович Филоненко-Бородич (04.06.1885 — 30.05.1962) родился в г. Глухове Черниговской губернии в семье врача. В 1909 г. он окончил физико-математический факультет Киевского государственного университета с дипломом первой степени, а в 1912 г. — Московское инженерное училище путей сообщения (ныне Московский институт инженеров транспорта).

После окончания училища Филоненко-Бородич до 1930 г. работал в системе народного комиссариата путей сообщения и за это время написал ряд работ по механике движения поезда, статистике и экономике железнодорожного транспорта, а также по строительной механике и теории упругости. Особенно следует отметить его книгу [295], первое издание которой вышло в 1925 г., а второе — в 1932 г., в которой дано глубокое изложение основных теорем строительной механики о работе упругих сил в плоских системах и основы расчета статически неопределимых систем, причем все основные теоремы выведены из начала возможных перемещений.

М.М. Филоненко-Бородичу принадлежат работы по изгибу полосы, где им введена система собственных функций оператора. Им же предложена модель упругого основания для расчетов балок и плит. Особое значение имеет данное им точное решение задачи Ламе о напряженном состоянии упругого параллелепипеда.

Интересные результаты получены им при построении критериев возникновения пластических деформаций и разрушения [296, 298, 299] в 1954 и 1961 гг.

В 1919 г. М.М. Филоненко-Бородич возглавил кафедру строительной механики в Московском высшем техническом училище, с 1930 г. начал работу в Московском университете, а с 1932 г. — в Военно-инженерной академии.

М.М. Филоненко-Бородичу принадлежат курсы теории упругости [297] и сопротивления материалов [195].

Много сил М.М. Филоненко-Бородич отдавал решению чисто практических задач, консультируя различные проектные организации по расчетам сооружений.

**Влодзимеж Тживдар Бужиньски**

Механик и инженер Влодзимеж Тживдар Бужиньски (29.04.1900 – 17.07.1970) родился в г. Пшемьслье (Австро-Венгрия, ныне Польша) в семье преподавателя математики в гимназии. В 1918 г. поступил на строительный факультет Львовского политехнического института. Однако призыв в армию, а затем участие в восстании в Верхней Силезии прерывают занятия, и только в 1921 г. он начал вновь учиться на втором курсе, а в 1922 г. – уже и работать помощником ассистента на кафедре технической механики, которую возглавлял М. Хубер. В 1925 г. закончил с отличием институт, получил звание инженера путей сообщения и продолжил педагогическую работу.



В. Бужиньски

В 1928 г. во Львовском политехническом институте защитил диссертацию “Исследование гипотез напряженности” на соискание ученой степени доктора технических наук. После этого получил стипендию для поездки за границу в Геттинген (Германия) и Цюрих (Швейцария), где познакомился с Л. Прандтлем и М. Рошем.

По возвращении во Львов начал читать лекции по теоретической механике и сопротивлению материалов. В 1930 г. стал заместителем профессора, в 1934 г. – заведующим кафедрой технической механики на механическом факультете и получил ученое звание экстраординарного профессора.

Принимал участие в проектировании мостов и в расчетах сосудов под давлением.

В 1938 г. избран членом-корреспондентом Академии технических наук. В 1939 г. руководство института ходатайствовало о присуждении ему звания ординарного профессора.

В 1939 г. В.Бужиньски остается во Львовском политехническом институте заведующим кафедрой сопротивления материалов и деканом механического факультета.

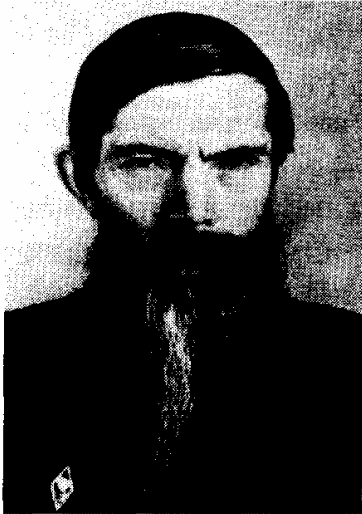
Во время немецкой оккупации под прикрытием “Технические специальные курсы” продолжает читать лекции по теоретической механике и сопротивлению материалов на высоком научном уровне, фактически тайно продолжая подготовку инженеров.

После освобождения Львова советской армией в 1944 г. работал профессором кафедры сопротивления материалов до 1946 г. Затем переехал в г. Гливицы (Польша), где возглавил сразу две кафедры в Силезском институте: технической механики на механическом фа-

культете и механики и сопротивления материалов на инженерно-строительном факультете. В этом же году был избран ректором института.

Кроме упомянутого выше [333] исследования, посвященного предельному состоянию материала, являвшегося темой его докторской (кандидатской) диссертации, из многочисленных работ В. Бужиньского необходимо отметить еще две его больших статьи. В первой [334], опубликованной в 1931 г., которая была темой его диссертации на ученое звание доцента ("хабилитационной", по-нашему — докторской диссертации), дано развитие теории упругого потенциала в связи с задачами нелинейной теории упругости. Во второй, изданной в 1949 г. [335], рассмотрены некоторые дополнения в теории стержней Б. Сен-Венана.

### Юлий Иванович Ягн



Ю.И. Ягн

Механик и инженер Юлий Иванович Ягн (01.07.1895 — 1977) родился в селе Безбородовке Саратовской губернии в семье инженера. После окончания реального училища в Саратове в 1913 г. поступил в Петербургский политехнический институт. Окончив его в 1921 г., был оставлен лаборантом кафедры сопротивления материалов. В 1925 г. стал ассистентом, в 1929 г. — доцентом, а с 1930 г. начал работать в должности профессора. Ученое звание профессора получил в 1938 г., а ученую степень доктора технических наук — в 1947 г.

Одновременно с работой в Ленинградском политехническом институте в 1930 — 1947 гг. заведовал кафедрами сопротивления материалов в Институте точной механики и оптики и Институте механизации сельского хозяйства.

С 1944 до 1973 гг. заведовал кафедрой сопротивления материалов в Ленинградском политехническом институте.

Во время Великой Отечественной войны прожил в Ленинграде всю блокаду и работал экспертом по оценке разрушений от снарядов и бомб в архитектурно-планировочном управлении города.

Научная работа Ю.И. Ягна протекала в основном в направлении исследований критериев пластичности. Им независимо от В. Бужиньского принято в 1931 г. [308], что в предельном состоянии второй инвариант девиатора напряжений является квадратичной функцией первого инварианта тензора напряжений. Он также экспериментально изучал закономерности пластического деформирования. Ю.И. Ягну принадлежат монография по изгибно-крутильным деформациям стержней [309], а также работы по устойчивости равновесия неконсервативных



систем. Под его руководством выполнены исследования прочности несущих конструкций Исаакиевского собора в Ленинграде и экспериментальные исследования несущей способности деталей гидротурбин на стальных моделях, которые легли в основу проектирования уникальных гидротурбин на Ленинградском металлическом заводе.

### Исаак Аронович Биргер

Механик и инженер Исаак Аронович Биргер (27.12.1918–17.03.1993) родился в Москве в семье инженера, окончившего МВТУ. После окончания средней школы в 1935 г. он поступил в Краснознаменный московский механико-машиностроительный институт им. Н.Э.Баумана (ныне Московский государственный технический университет им. Н.Э.Баумана). Во время учебы в институте он вел научную работу на кафедре сопротивления материалов. Окончив с отличием институт в 1940 г., он был призван на действительную военную службу и в течение семи лет работал на оборонном предприятии. После демобилизации Биргер начал работать в Центральном институте авиационного моторостроения (ЦИАМ), где



И. Биргер

прошел путь до заместителя директора. Первые работы Биргера посвящены статической и усталостной прочности резьбовых соединений. В 1947 г. он в Ученом совете ЦИАМ защитил кандидатскую диссертацию. Затем начал заниматься изучением прочности рабочих лопаток и дисков газовых турбин на основе теории интегральных уравнений. В его работах получили развитие общие методы решения упругопластических задач стержней, пластин и оболочек (метод переменных параметров упругости, метод дополнительных деформаций).

Под руководством Биргера были проведены расчеты на прочность первых отечественных реактивных двигателей и для них созданы нормы прочности. В 1954 г. Биргер в Ученом совете ЦИАМ защитил докторскую диссертацию, посвященную статической и динамической прочности рабочих лопаток дисков и роторов турбомашин. Педагогическую работу он вел в Московском физико-техническом институте и в течение многих лет являлся председателем Государственной экзаменационной комиссии по защите дипломных проектов по специальности “Динамика и прочность машин” в МГТУ им. Н.Э. Баумана. Им написан совместно с Р.Р. Мавлютовым оригинальный учебник по сопротивлению материалов. Его перу принадлежит также большое число статей и монографий.

## Г л а в а V

# ПЛАСТИНЫ. ОБОЛОЧКИ. ТОЛСТОСТЕННЫЕ ЦИЛИНДРЫ. КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

### 5.1. ПЛАСТИНЫ И ОБОЛОЧКИ

В курсе сопротивления материалов в лучшем случае удастся изложить теорию изгиба только круглых осесимметрично нагруженных пластин.

Вероятно, первой работой, в которой была сделана попытка исследования деформирования мембран, была работа Л. Эйлера [361], опубликованная в 1767 г. и посвященная колебаниям гибкой мембраны. Последняя в этой работе рассматривалась как система струн, натянутых в двух взаимно перпендикулярных направлениях. В такой постановке Л. Эйлер вывел дифференциальное уравнение для прогиба. Такой же подход имел место в работе Якова Бернулли младшего [325], относящейся к 1789 г., который получил дифференциальное уравнение изгиба пластины. Однако он сам понимал, что его решение является весьма приближенным.

Особенный интерес к задаче изгиба пластин возник в связи с публикацией в 1802 г. книги физика Эрнста Флоренса Фридриха Хладни (Chladni E.F.F., 30.11.1756 — 03.04.1827) по акустике [342] и с его докладом в Парижской академии наук в 1809 г., в котором он экспериментально продемонстрировал существование узловых линий при колебаниях пластинок. Эти эксперименты произвели большое впечатление на присутствовавшего на заседании Наполеона. По его предложению Парижская академия наук назначила премию за создание математической теории колебаний пластин. Единственной работой, поданной на конкурс в октябре 1811 г., была работа С.Жермен. Она, следуя работе Л. Эйлера по изгибу балок, попыталась получить дифференциальное уравнение изгиба пластины из выражения энергии деформации. Величину ее она записывала в виде

$$A \iint \left( \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \right)^2 ds,$$

где  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — главные радиусы кривизны изогнутой поверхности, т.е. такая запись неверна. Причем при вычислении вариации интеграла, определяющего потенциальную энергию деформации, допустила ошибку. Поэтому работа не получила премии. Ж. Лагранж, который был членом жюри, исправил ошибку и получил правильное дифференциальное уравнение изгиба пластины. Конкурс был объявлен вторично с новым сроком в октябре 1813 г. Несмотря на то, что на этот раз результат решения был верен, академия не присудила ей премию,

так как сочла исходное уравнение для потенциальной энергии деформации пластины необоснованным. Конкурс был объявлен в третий раз, и в 1816 г. третья попытка С. Жермен увенчалась успехом, хотя жюри считало, что и в этот раз в работе нет достаточно мотивированного обоснования исходного уравнения. Работы С. Жермен опубликованы в 1821 и 1826 гг. в двух мемуарах [367, 368].

В 1828 г. О. Коши [340] и С. Пуассон в 1829 г. [462] подошли к решению задачи изгиба пластины, используя основные уравнения теории упругости. Они разлагали все напряжения и перемещения в ряд по степеням расстояния точек от средней плоскости пластины. Из этих решений при минимально возможном числе членов ряда может быть получено решение С. Жермен. При большем числе членов можно получать более точные решения и, в частности, для толстых пластин.

Вокруг этих работ возникла полемика. Б. Сен-Венан [344] считал, что использованные ряды должны расходиться. (Заметим, что область сходимости этих рядов до сих пор не выяснена.) Возникли также споры относительно числа граничных условий.

Заметим, впрочем, что еще Л. Навье [446] в 1823 г. вывел дифференциальное уравнение равновесия пластины, принимая, что составляющие перемещения, параллельные ее срединной плоскости, пропорциональны расстоянию от нее. Это уравнение использовано для решения задачи изгиба прямоугольной пластины, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой или сосредоточенной силой, приложенной в центре пластины. Для решения задачи сформулированы граничные условия. Решение получено в виде двойного тригонометрического ряда.

Г. Кирхгоф разработал в 1850 г. [403] теорию изгиба пластин на основе двух гипотез: 1) нормальными напряжениями в площадках, параллельных срединной плоскости, можно пренебречь; 2) точки, лежащие на прямой, перпендикулярной срединной плоскости, после деформации снова образуют прямую, нормальную к деформированной поверхности. Сформулированные гипотезы являются аналогами соответствующих гипотез теории изгиба балок. Эта теория сразу завоевала признание и используется в настоящее время. Понятие о внутренних силах, передающихся через единицу длины сечения, было впервые введено механиком Ф. Герингом в 1860 г. [366], а затем развито Г. Кирхгофом в 1876 г. [406]. А. Клебш в 1862 г. [344] впервые составил уравнения равновесия элемента пластины, в которые вошли эти внутренние силы. Им же впервые была решена задача об осесимметричном изгибе круглой пластины.

Расчету элементов конструкций корабля в форме пластин различных очертаний посвящен третий том монографии механика и инженера П.Ф. Папковича [227], опубликованный в 1941 г.

Теория оболочек, основанная на гипотезах Г. Кирхгофа, была разработана механиком Х. Ароном (Aron H.) [313] в 1874 г. Однако в

этой работе допущены некоторые неточности, которые были замечены и исправлены в 1888 г. математиком и механиком Агастесом Эдуардом Хьютом Лявом (Love А.Е.Н., 17.04.1863 — 05.06.1940) [423, 66].

Большой вклад в теорию оболочек внесли А.И. Лурье, В.В. Новожилов, А.Л. Гольденвейзер, В.З. Власов, В.И. Феодосьев, В.Л. Бидерман и др.

В работах А.И. Лурье [205] уравнения теории оболочек выведены из общих уравнений теории упругости. В статье В.В. Новожилова и Р.М. Финкельштейна [218], опубликованной в 1943 г., показано, что погрешность допущений Кирхгофа в теории тонких оболочек имеет величину порядка

$$\frac{h}{R}$$

(где  $h$  — толщина,  $R$  — радиус кривизны срединной поверхности). В книге [219], опубликованной в 1952 г., установлена возможность представления уравнений теории оболочек в комплексной форме, что открывает новые пути преобразования уравнений и их решения.

В работах А.Л. Гольденвейзера [155] сформулированы условия неразрывности деформаций и показана возможность тождественного удовлетворения уравнений равновесия путем введения четырех функций напряжений.

О работах В.З. Власова по расчетам оболочек было сказано в п. 1.2.

В курсе сопротивления материалов в лучшем случае удастся рассмотреть краевой эффект при осесимметричном изгибе цилиндрической оболочки. Однако безмоментная теория осесимметрично нагруженных оболочек вращения обычно всегда излагается. В этом случае напряжения определяются из двух уравнений равновесия, одно из которых представляет собой уравнение равновесия части оболочки, отсеченной конической поверхностью, а второе — уравнение равновесия

элемента оболочки, вырезанного двумя коническими и двумя меридиональными сечениями, называемое уравнением Лапласа, получившего его при разработке теории капиллярности.

А.С. Григорьев вывел основные уравнения деформирования безмоментных оболочек вращения при больших деформациях и перемещениях за пределами пропорциональности и на основе их решил ряд задач [156, 157]. По-видимому, первое экспериментальное исследование прочности цилиндрических оболочек, нагруженных давлением жидкости, произвел Э. Мариотт [426]. Он наполнял водой тонкостенный цилиндрический резервуар с укрепленной на нем длинной цилиндрической трубой (рис. 5.1). Увеличивая высоту уровня воды в трубе, он добивался разрушения

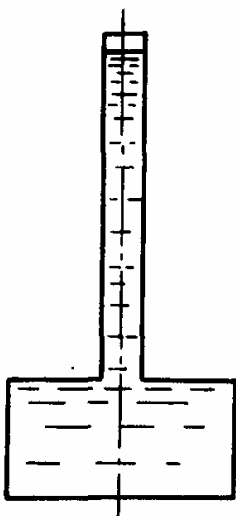


Рис. 5.1

резервуара. В результате Э. Мариотт установил, что прочность резервуара прямо пропорциональна толщине стенки и обратно пропорциональна диаметру и что трещина в резервуаре возникает в меридиональном направлении.

## 5.2. ТОЛСТОСТЕННЫЕ ЦИЛИНДРЫ

Решение задачи определения напряжений в толстостенных полых цилиндрах, нагруженных равномерными внутренним и наружным давлениями, изложено в 1839 г. в упомянутом выше мемуаре [418], написанном Г. Ламе и Б. Клапейроном. Несмотря на то, что формулы для определения напряжений приведены в совместной работе Ламе и Клапейрона, в учебной литературе они носят название формул Ламе.

Из этих формул могут быть получены формулы для различных частных случаев: толстостенного полого цилиндра, нагруженного внутренним или наружным давлениями, пластины с отверстием, габаритные размеры которой значительно больше диаметра отверстия, нагруженной внутренним давлением или равномерно распределенной по наружному контуру (на бесконечности) радиальной растягивающей нагрузкой. Рассмотрение пластины с отверстием, нагруженной внутренним давлением, позволяет показать, что напряженное состояние "чистый сдвиг" возникает не только при кручении стержня. Исследование напряженного состояния, возникающего при осесимметричном растяжении пластины с отверстием, дает возможность объяснить явление концентрации напряжений. Наконец определение наружного радиуса цилиндра, нагруженного внутренним давлением, по величине внутреннего радиуса при заданном давлении и допуске напряжении указывает на то, что при некотором отношении последних величин наружный радиус трубы обращается в бесконечность, т.е. при определенных давлениях невозможно спроектировать цилиндр так, чтобы он деформировался в пределах пропорциональности.

На это обстоятельство в 1858 г. обратил внимание А.В. Гадолин [146]. Им в 1861 г. были предложены конструкции стволов артиллерийских орудий, скрепленных при помощи натяга [147], за счет чего достигается разгрузка в наиболее напряженной точке внутреннего цилиндра, хотя это и связано с некоторой догрузкой в аналогичной точке наружного, а в общем ведет к более равномерному распределению окружных напряжений.

## 5.3. КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Определение напряжений, возникающих в местах соприкосновения тел (контактных напряжений), является задачей теории упругости,

и в курсе сопротивления материалов удастся либо дать без вывода формулы для определения формы и размеров площадки контакта и напряжений в окрестности этой площадки, либо вывести простейшие формулы теории контактных напряжений, например формулы, определяющие площадку контакта, сближение центров шаров и напряжения в окрестности контакта двух шаров. Однако эта задача очень важна, особенно для машиностроения, и, вероятно, ничего не говорить о контактных напряжениях в курсе сопротивления материалов невозможно.

Начало теории контактных напряжений было заложено в работе Г. Герца [378], опубликованной в 1895 г. Им рассмотрены две задачи: первоначальное точечное касание деталей, например, касание двух шаров или шара и кольца в шарикоподшипнике и первоначальное касание по линии, например, касание двух цилиндров или ролика и кольца в роликоподшипнике. При этом предполагается, что материал деталей однородный, изотропный и упругий.

Исследование напряженного состояния в зоне контакта дано в работе [158] А.Н. Динника, выполненной в 1909 г. Исходя из общих уравнений теории упругости, он изучил напряженное состояние соприкасающихся шарообразных тел и цилиндров с параллельными осями.

В работе Н.М. Беляева [126], опубликованной в 1924 г., таким же методом, как и в предыдущей работе, исследовано напряженное состояние в общем случае площадки контакта, ограниченной эллипсом.

## 5.4. БИОГРАФИИ

### Яков Бернулли (младший)

Яков Бернулли (младший) (17.12.1759 – 03.07.1789) родился в Базеле (Швейцария) в семье доктора права профессора красноречия и математики Базельского университета Иоганна Бернулли (младшего).

В Базельском университете он изучал юридические науки, а у отца и дяди Даниила – математику. В 1778 г. получил ученую степень лиценциата права. В 1780 г. замещал дядю Даниила, читая лекции по экспериментальной физике. Принимал участие в конкурсах на замещение вакантных должностей на кафедрах кодекса и ленного права в 1779 г., риторики – в 1780 г., физики – в 1782 г. Однако все эти попытки оказались неудачными, и он переехал в Италию, где занимал должность секретаря у одного дипломата.

Во время пребывания в Италии опубликовал ряд работ по математике и физике в “Мемуарах Туринской академии наук”, “Трудах

Берлинской академии наук”, приобрел известность среди математиков и физиков и был избран членом Туринской академии наук.

По ходатайству старшего брата Иоганна был приглашен Петербургской академией наук на должность адъюнкта, а в 1787 г. был избран ординарным академиком.

В 1789 г. получил дифференциальное уравнение изгиба пластины, рассматривая ее как систему струн натянутых в двух взаимно перпендикулярных направлениях [325]. В 1789 г. утонул в Неве.

### Софи Жермен

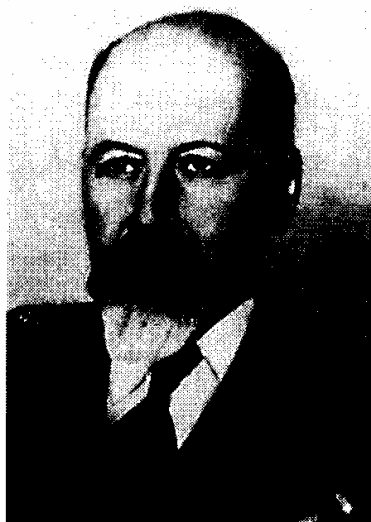
Математик и механик Софи Жермен (Germain S., 01.04.1776 – 17.06.1831) родилась в Париже в семье ювелира. Математику изучила самостоятельно по конспектам лекций, читаемых в Политехнической школе, в которую женщин не принимали. Переписывалась с Ж. Даламбером, Ж. Лагранжем, Андрианом Мари Лежандром (Legendre A.M., 18.09.1752 – 10.01.1833), Ж. Фурье и К. Гауссом.

В 1816 г. вывела дифференциальное уравнение изгиба пластины [367, 368].

Для того чтобы прочитать книгу И. Ньютона “Математические начала натуральной философии”, она изучила латинский язык.

Занималась теорией чисел. Вывела несколько формул, которым присвоено ее имя. При некоторых условиях доказала теорему Ферма. В 1830 г. опубликовала трактат, посвященный состоянию наук и литературы в различные эпохи.

### Петр Федорович Папкович



П.Ф. Папкович

Механик и инженер Петр Федорович Папкович (05.04.1887 – 03.04.1946) родился в г. Брест-Литовске (ныне г. Брест) в семье межевого инженера. В 1905 г. окончил с золотой медалью гимназию в Самаре и в том же году поступил на кораблестроительное отделение Петербургского политехнического института. В 1911 г. он получил квалификацию морского инженера, защитив кроме дипломного проекта еще и дипломную работу, посвященную гашению вибраций в корпусе корабля. Тема такой работы выбиралась самостоятельно. Она была поддержана его учителем А.Н. Крыловым. После окончания института был назначен

ассистентом конструктора на адмиралтейский судостроительный завод. Затем занимал должности помощника заведующего техническим бюро и заведующего техническим бюро.

Преподавательскую работу П.Ф. Папкович вел с 1916 г. последовательно на кафедрах корабельной архитектуры, теоретической механики и строительной механики корабля кораблестроительного факультета Политехнического института. В 1920 г. стал адъюнктом Военно-морской академии по кафедре строительной механики корабля и перешел в кадры военно-морского флота. Вскоре после этого получил должность преподавателя, затем старшего преподавателя и в 1934 г. возглавил кафедру. Одновременно в 1930 г. стал руководить такой же кафедрой в Ленинградском кораблестроительном институте, а в 1945 – 1946 гг. – Военно-морском инженерном училище им. Ф.Э. Дзержинского. В последний год жизни заведовал также кафедрой сопротивления материалов в Ленинградском военно-механическом институте (ныне Петербургский механический институт). В 1933 г. П.Ф. Папкович был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР.

Научные работы Папковича относятся к теории упругости и строительной механике корабля. В теории упругости он установил, что решение общей однородной задачи может быть сведено к отысканию четырех гармонических функций из граничных условий задачи (использование одной из них обязательно при  $\nu = 0,25$ ), разработал две оригинальные аналогии общего случая деформации тел вращения, доказал ряд общих теорем теории устойчивости. Заметим, что независимо от Папковича общее решение однородной задачи теории упругости было сведено к трем гармоническим функциям механиком Г. Нейбером (Neuber H.) В строительной механике корабля им усовершенствованы методы расчета современных судовых конструкций при статическом и динамическом нагружении. В 1943 г. за четыре книги, одна из которых посвящена теории упругости [226], а три – строительной механике корабля [227], ему была присуждена Государственная премия.

### **Анатолий Исаакович Лурье**

Механик и инженер Анатолий Исаакович Лурье (19.06.1901 – 12.02.1980) родился в Могилеве. Закончив гимназию, поступил на физико-механический факультет Ленинградского политехнического института, после окончания которого в 1925 г. был оставлен ассистентом кафедры теоретической механики. В 1935 г. ему присвоено ученое звание профессора и с 1936 г. до 1941 г. он заведовал кафедрой теоретической механики. В 1939 г. А.И. Лурье была присуждена ученая



степень доктора технических наук без защиты диссертации. В 1942 – 1944 гг. преподавал в Уральском политехническом институте.

В 1944 г. возглавил в Ленинградском политехническом институте кафедру “Динамика и прочность машин”, которая впоследствии в связи с изменением профиля научной и педагогической работы стала называться “Механика и процессы управления”. Этой кафедрой он заведовал до 1977 г.

В 1961 г. А.И. Лурье был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР.

А.И. Лурье принадлежат результаты фундаментальной важности в теории оболочек, в которой он вывел основные уравнения из общих уравнений теории упругости, в прикладной математике, теории автоматического управления, нелинейной теории колебаний и устойчивости, теории упругости (пространственные и контактные задачи, теория толстых плит, тонких стержней, плоская задача); его научные интересы поражают своим диапазоном.

А.И. Лурье опубликованы широко известные в России и за рубежом монографии [204 – 207].

Уже в первых учебниках по механике [201, 202], написанных совместно с механиком Львом Герасимовичем Лойцянским, были очень удачно увязаны классические достижения механики с потребностями современной техники. По этим книгам учились и будут учиться много поколений механиков и инженеров.



А.И. Лурье

### **Всеволод Иванович Феодосьев**

Механик и инженер Всеволод Иванович Феодосьев (05.05.1916 – 24.09.1991) родился в семье преподавателя средней школы. В 1935 г. поступил в Краснознаменный московский механико-машиностроительный институт им. Н.Э. Баумана (ныне Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана), который окончил с отличием в 1941 г. по специальности “Гироскопические приборы”. Будучи студентом разработал метод расчета трубок Бурдона и опубликовал книгу на эту тему. Его дипломная работа “Расчет и экспериментальное исследование сильфонных коробок” была выполнена на уровне кандидатской диссертации. Несколько доработав, он защитил ее в Ученом совете КрММИ, который в то время находился в г. Ижевске в эвакуации.



В.И. Феодосьев

В годы Великой Отечественной войны Феодосьев работал в конструкторской группе КрМММИ по авиационному вооружению и ассистентом кафедры сопротивления материалов филиала института в Москве. Вскоре после защиты кандидатской диссертации Феодосьев был утвержден в ученном звании доцента. В 1945 г. в Ученом совете МВТУ он защитил докторскую диссертацию “Гибкие оболочки в машиностроении”, в которой были решены сложные задачи деформирования гибких осесимметричных оболочек вращения. С 1947 г. он также работал в НИИ, директором которого был академик М.В. Келдыш, а с 1950 г. в конструкторском бюро академика С.П. Королева.

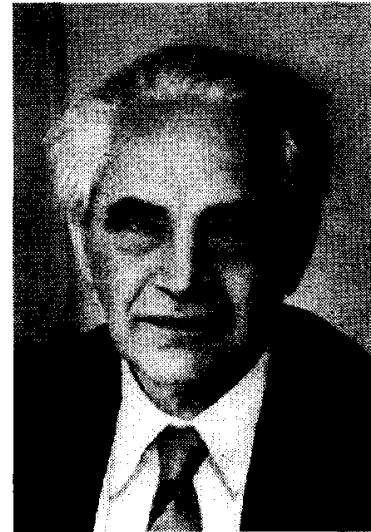
Итоги работы по упругим элементам приборов Феодосьев подвел в монографии [287], опубликованной в 1949 г. В 1950 г. он создал в МВТУ специальную кафедру, которую возглавлял до 1987 г. За это время кафедра выросла в крупный научно-педагогический центр. На ней создана научная школа динамики и прочности летательных аппаратов. За участие в создании трехтомного труда “Расчеты на прочность в машиностроении” Феодосьев вместе с коллективом авторов был удостоен в 1960 г. звания лауреата Ленинской премии.

Возглавляя специальную кафедру, он не порывал связи с кафедрой сопротивления материалов, читал этот курс для студентов своей специальности. В 1950 г. Феодосьевым был опубликован оригинальный задачник [288], выдержавший 4 издания, а в 1960 г. учебник по сопротивлению материалов [290], который выдержал 9 изданий на русском языке и 15 на иностранных. В задачнике, как писал автор, собраны задачи не для начинающих, а для заканчивающих курс сопротивления материалов. Это задачи повышенной трудности. Учебник стал основным учебником для машиностроительных и политехнических вузов и удостоен в 1978 г. Государственной премии. В 1969 г. вышла в свет интересная книга Феодосьева [289], в которой изложены взгляды автора на “задачи механики в духе практического расчета конструкций”. Книга выдержала два издания и переведена на несколько иностранных языков.

### Вадим Львович Бидерман

Механик и инженер Вадим Львович Бидерман (02.04.1917 – 10.12.1994) родился в семье служащего в г. Юрьеве-Польском. После

окончания средней школы в 1936 г. он поступил в Краснознаменный московский механико-машиностроительный институт им. Н.Э. Баумана (ныне Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана). Во время учебы в институте он вел научную работу на кафедре сопротивления материалов. После окончания института с отличием в 1940 г. был оставлен аспирантом кафедры сопротивления материалов. Во время Великой Отечественной войны Бидерман работал на оборонном предприятии. В 1946 г. в Ученом совете МВТУ он защитил кандидатскую диссертацию, посвященную расчету тонкостенных цилиндров, подверженных воздействию осесимметричной нагрузки, изменяющейся по длине цилиндра. Эта работа явилась основой для дальнейших исследований в этой области другими авторами. После защиты кандидатской диссертации Бидерман начал проводить теоретические и экспериментальные исследования удара в деталях конструкций с учетом местных деформаций, а также распространением упругопластических волн.



В.Л. Бидерман

Одновременно с работой на кафедре сопротивления материалов он вел с 1948 г. научно-исследовательскую работу в Научно-исследовательском институте шинной промышленности. Им были разработаны методы расчета сетчатых оболочек, резинометаллических оболочек и пневматических шин.

В 1959 г. в Институте машиноведения Академии наук СССР он защитил докторскую диссертацию по расчету резинометаллических и резинокордных элементов машин. В 1947–1959 гг. Бидерман принял участие в работе по созданию вначале двухтомного, а затем трехтомного труда “Расчеты на прочность в машиностроении”, который в 1960 г. был удостоен Ленинской премии. На кафедре “Прикладная механика. Сопротивление материалов, динамика и прочность машин” Бидерман возглавлял направления: “Прикладная теория упругости и строительная механика машин”. Он прочитал ряд новых специальных курсов и активно работал по подготовке инженеров-механиков-исследователей. С 1987 г. до конца своей жизни он работал профессором кафедры “Теоретическая механика”.

#### **Адриан Сергеевич Григорьев**

Механик и инженер Адриан Сергеевич Григорьев (13.02.1911 – 27.12.1991) родился в Москве в семье преподавателя. В 1932 г. окончил



А.С. Григорьев

Автодорожный факультет Московского института инженеров транспорта (МИИТ)\*, а в 1941 г. механико-математический факультет Московского государственного университета. С 1931 г. начал педагогическую работу на кафедрах математики и теоретической механики в ряде московских вузов.

С 1939 по 1951 г. работал научным сотрудником в центральном аэрогидродинамическом институте (ЦАГИ) им. профессора Н.Е.Жуковского. С 1951 по 1965 г. — старший научный сотрудник института механики Академии наук СССР (ныне Институт проблем механики РАН).

Педагогическую работу продолжал вначале в качестве ассистента, затем доцента на кафедре теоретической механики в Московском институте народного хозяйства им.

Г.В. Плеханова и Московского торфяного института и наконец в качестве профессора кафедры сопротивления материалов Московского инженерно-строительного института.

Основным направлением научной работы являлась нелинейная механика деформируемого твердого тела. Ряд работ был посвящен упругопластическому изгибу и предельному состоянию круглых и кольцевых осесимметрично нагруженных пластин. В большом цикле работ была создана теория упругопластического деформирования гибких безмоментных оболочек. При этом были определены нагрузки, при которых возникает неустойчивость оболочек при растяжении и определено критическое время для оболочек в условиях ползучести. В Институте физики земли Григорьев возглавил теоретическую группу в лаборатории тектонофизики и занялся решением задач деформирования земной коры с учетом неоднородности среды вследствие изменения с глубиной температурного и гравитационного полей. Им проанализированы напряженное состояние и кинематика земли в платоформенных областях при движении блоков фундамента по разделяющим их разломам. Все эти работы имеют большое практическое значение, в частности для поиска залежей нефти.

### Аксель Вильгельмович Гадолин

Механик и инженер Аксель Вильгельмович Гадолин (24.06.1828 — 27.12.1892) родился в Финляндии. Закончив в 1847 г. Финляндский

\* В дальнейшем этот факультет был преобразован в Московский автодорожный институт — МАДИ.

кадетский корпус и будучи произведен в прапорщики лейб-гвардии Павловского полка, на основании успехов в науках был прикомандирован к Михайловскому артиллерийскому училищу для продолжения образования.

Михайловское артиллерийское училище, организованное в 1820 г., состояло из юнкерских и офицерских классов. Последние в 1855 г. были преобразованы в Михайловскую артиллерийскую академию.

Поскольку А.В. Гадолин хорошо учился в кадетском корпусе, он был принят сразу в офицерский класс.

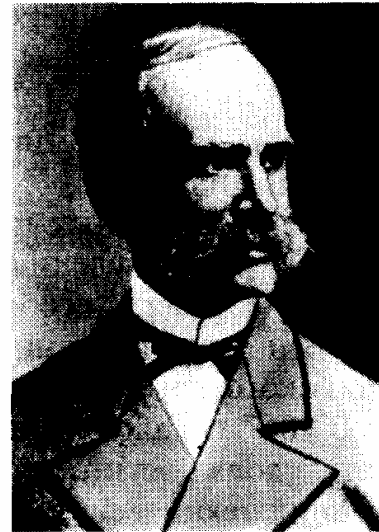
Физику в Михайловском артиллерийском училище преподавал Э.Х. Ленц, а математику — М.В. Остроградский и профессор математики полковник Петр Лаврович Лавров (14.06.1823 — 06.02.1900). Имя последнего известно также в качестве крупного идеолога народничества, автора текста известной революционной песни “Отречемся от старого мира”.

После окончания училища в 1849 г. Гадолин был оставлен репетитором (ассистентом) по физике в училище, а в 1856 г. полковник А.В. Гадолин назначен заведующим техническим артиллерийским училищем, которое готовило техников для артиллерийских заводов и мастерских, и одновременно инспектором классов (начальником учебной части) и профессором физики Михайловской артиллерийской академии.

Занимаясь физикой, Гадолин увлекся кристаллографией и написал учебник по кристаллографии и научный труд, получивший высокую оценку кристаллографов в России и за рубежом и послуживший основанием для избрания А.В. Гадолина в 1875 г. действительным членом Петербургской академии наук.

Естествоиспытатель академик В.И. Вернадский (12.03.1863 — 06.01.1945) так оценил эту работу: “Изучая свойства кристаллографических многогранников, Гадолин подметил общие принципы деления этих многогранников на классы по явлениям симметрии, какие наблюдаются в этих многогранниках по отношению к определенным линиям, точкам, плоскостям пространства. Он нашел этим путем общие положения симметрии и вывел, что возможны 32 определенных класса многогранников; из явлений симметрии он вычислил и все свойства этих многогранников”...

В 1859 г. А.В. Гадолин был назначен совещательным членом комиссии по литейным и железоковательным заводам артиллерийского комитета, а через год — членом комиссии по машинной части. В этом



А.В. Гадолин

комитете он руководил разработкой теории проектирования орудий и вопросов артиллерийской технологии. В 1858 г. он обратил внимание на то, что при определенных давлениях невозможно спроектировать толстостенный полый цилиндр, нагруженный внутренним давлением так, чтобы он деформировался в пределах пропорциональности [146], и предложил в 1861 г. [147] конструкции стволов артиллерийских орудий, скрепленных при помощи натяга, что ведет к более равномерному распределению окружных напряжений и за счет чего повышается несущая способность стволов. За работу [148] он в 1890 г. был удостоен премии имени известного артиллериста, председателя артиллерийского комитета генерала А.В. Дядина.

В 1867 г. Гадолин был назначен инспектором местных arsenалов. В этой должности он проработал 15 лет и за это время существенно улучшил техническое оснащение arsenалов.

### Генрих Рудольф Герц



Г. Герц

Физик и механик Генрих Рудольф Герц (22.02.1857 – 01.01.1894) родился в Гамбурге (Германия) в семье адвоката. Обучаясь в гимназии, он по вечерам посещал занятия в среднем техническом учебном заведении, где научился чертить и приобрел опыт в обращении с измерительными инструментами. После окончания гимназии Г. Герц в 1877 г. поступил в Мюнхенскую высшую техническую школу, однако вскоре после этого перешел на философский факультет (на котором в то время изучалась физика) Берлинского университета. Здесь он был вскоре замечен Г. Гельмгольцем и начал работать в его лаборатории. За работу по электродинамике Герц в 1879 г. получил золотую медаль университета, а в 1880 г. за-

щитил докторскую диссертацию и стал ассистентом Г. Гельмгольца.

В 1883 г. он решил две новые задачи теории упругости: об изгибе бесконечной пластинки, плавающей на поверхности воды и нагруженной силой, перпендикулярной плоскости пластины, и о напряженном состоянии длинного цилиндра, нагруженного нормальными к его оси силами, равномерно распределенными по длине.

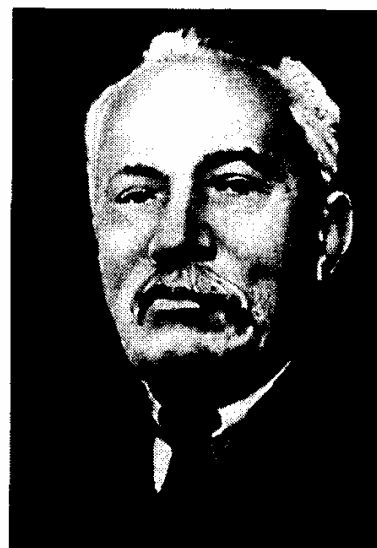
В 1895 г. он опубликовал работу [378], в которой были решены две контактные задачи теории упругости: при первоначальном точечном касании деталей и при первоначальном касании их по линии.

В 1883 г. Г. Герц стал преподавателем физики в Кильском университете, а в 1885 г. был избран профессором физики в Высшей технической школе в Карлсруэ (Германия). Там он снова начал заниматься электродинамикой и дал экспериментальное доказательство математической теории Максвелла о распространении электромагнитных волн в пространстве.

В 1889 г. Г. Герц был избран профессором физики Боннского университета, где он работал, занимаясь в основном электрическими разрядами в разреженных газах. В конце жизни он опубликовал книгу о принципах механики.

### **Александр Николаевич Динник**

Механик и инженер Александр Николаевич Динник (31.01.1876 – 22.09.1950) родился в г. Ставрополе в семье преподавателя физики. В 1886 г. поступил на классическое отделение Ставропольской гимназии, которую закончил с отличием в 1894 г., проявив во время учебы большую любовь к математике и успехи в ней. В этом же году он поступил на физико-математический факультет Новороссийского университета в Одессе, а через год перешел на тот же факультет Киевского университета. Еще в студенческие годы он начал вести научно-исследовательскую работу и на 1-м курсе написал сочинение на тему “Очерк учения о намагничивании”, которое было удостоено золотой медали и премии имени Н.И. Пирогова.



**А.Н. Динник**

После окончания в 1899 г. университета А.Н.Динник начал работать лаборантом на кафедре физики в Киевском политехническом институте. В это время он закончил полный курс института и таким образом, дополнительно получил инженерное образование.

С 1907 г. Динник начинает проводить практические занятия по сопротивлению материалов, а затем переходит с кафедры физики на кафедру сопротивления материалов.

В мае 1908 г. он получает ученую степень магистра механики на физико-математическом факультете Новороссийского университета, а в 1909 г. защищает диссертацию на тему “Удар и сжатие упругих тел” на степень адъюнкта прикладной механики. В этой работе он изучил напряженное состояние соприкасающихся тел в случаях круглой и прямоугольной площадок контакта.

В течение 1910 г. Динник находился в заграничной командировке и работал в Мюнхенском университете и Высшей технической школе в Мюнхене у профессоров Арнольда Зоммерфельда (Sommerfeld A., 05.12.1868 – 26.04.1951) и А. Феппля.

В 1911 г. Динник был назначен профессором Донского политехнического института в Новочеркасске. В эти годы он много занимался задачами устойчивости круглых пластин.

В 1912 г. Динник у профессора Г. Лоренца в Высшей технической школе в г. Данциге защитил диссертацию на тему “Об устойчивости плоской формы изгиба” на ученую степень доктора-инженера, а в 1915 г. – в Харьковском университете диссертацию на тему “Приложение функций Бесселя к задачам теории упругости” на ученую степень магистра прикладной математики.

В 1913 г. Динник возглавил кафедру теоретической механики в Горном институте в Екатеринославе. Профиль института оказал влияние на тематику его научной работы. В частности, он начал заниматься динамическими напряжениями в шахтных подъемных канатах.

Динник читал лекции в Горном институте и ряде техникумов, консультировал на промышленных предприятиях, писал статьи, монографии и справочники.

В 1929 г. А.Н. Динник был избран действительным членом Академии наук УССР, а в 1946 г. – действительным членом Академии наук СССР.

В конце жизни в 1949 г. А.Н. Динник закончил работу над монографией [162]. Она вышла из печати уже после смерти автора.

### Николай Михайлович Беляев



Н.М. Беляев

Механик и инженер Николай Михайлович Беляев (05.02.1890 – 25.04.1944) родился в г. Владимире в семье священника. После окончания в 1908 г. с золотой медалью Владимирской гимназии и отличной сдачи вступительных экзаменов он был принят в Петербургский институт инженеров путей сообщения (теперь Петербургский институт инженеров железнодорожного транспорта имени академика В.Н. Образцова) – одно из старейших и лучших в то время высших технических учебных заведений России.

В то время в институте преподавали С.П. Тимошенко, Григорий Петрович Передерий (11.10.1871 – 14.12.1953), Н.А. Рынин,



В.Я. Успенский. Институт Н.М. Беляев закончил в 1916 г. с занесением его имени на почетную мраморную доску в актовом зале.

Еще в бытность студентом он был привлечен профессором Г.П. Передерием к проектированию железнодорожных мостов и различных сооружений. Эту работу он продолжал и после окончания института.

Из-за отсутствия вакансии, несмотря на рекомендацию С.П. Тимошенко, Н.М. Беляев после окончания института не был оставлен в институте и поступил на службу в Управление северо-западных железных дорог. Одновременно под руководством С.П. Тимошенко он начал исследовать контактные напряжения в рельсах. В 1919 г. Н.М. Беляев переходит на работу в механическую лабораторию Научно-технического института военного ведомства и одновременно приглашается преподавать теоретическую механику в Петроградском технологическом институте, а в Петроградском институте инженеров путей сообщения начинает читать курс “стропил” и затем с 1920 г. вести практические занятия, а с 1922 г. — читать лекции по курсу сопротивления материалов.

В 1924 г. Беляев был утвержден в ученое звание профессора и назначен заведующим кафедрой сопротивления материалов и механической лабораторией института, которую ранее возглавлял профессор Н.А. Белелюбский.

В 1924 г. Беляев параллельно с курсом сопротивления материалов начал читать курс испытания мостов, а в 1927—1930 и 1939—1941 гг. — курс теории упругости.

В 1934 г. Н.М. Беляев возглавил кафедру в Ленинградском индустриальном (потом политехническом) институте. В 1932—1934 гг. он читал курсы сопротивления материалов и строительной механики на механико-математическом факультете Ленинградского государственного университета. В 1934—1938 гг. Беляев был начальником кафедры сопротивления материалов Академии научно-технических знаний, организованной Ленинградским домом ученых в порядке шефства над воинскими частями.

В 1939 г. Н.М. Беляев был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР, а в 1940 г. — заведующим отделом прочности Института механики академии. В августе 1941 г. институт был эвакуирован из Москвы в Казань, и Н.М. Беляев назначен заместителем директора института. В Казани он вел педагогическую работу в Казанском авиационном институте. После реэвакуации Института механики в Москву он продолжал работу в нем и одновременно возглавлял свою прежнюю кафедру в Ленинградском институте инженеров железнодорожного транспорта, который работал в стенах Московского института транспорта, а также в Московском механическом институте.

В 1939 г. Н.М. Беляев на инженерно-физическом факультете Ленинградского индустриального института начал чтение нового курса “Теория пластических деформаций”. Он часто читал лекции по новым вопросам прочности для преподавателей и аспирантов. В последний раз в 1944 г. он прочитал цикл лекций по усталостной прочности на кафедре сопротивления материалов Московского высшего технического училища им. Н.Э. Баумана (ныне МГТУ).

Н.М. Беляеву принадлежат исследование в 1924 г. напряженного состояния соприкасающихся тел в случае эллиптической площадки контакта [126], постановка и первое решение в том же году задачи устойчивости сжатого стержня, нагруженного продольными силами, переменными во времени (динамическая устойчивость стержней) [127], решение задачи об упругопластическом состоянии полых толстостенных цилиндров, нагруженных равномерными внутренним и внешним давлениями и продольными силами, ряд работ по исследованию механических свойств материалов и, в частности, бетонов, исследовании прочности различных инженерных сооружений и железнодорожных рельсов.

Перу Н.М. Беляева принадлежат широко известный в свое время курс сопротивления материалов [125], первое издание которого вышло в 1939 г., и затем неоднократно переиздававшийся и переведенный на ряд иностранных языков (до этого несколько раз издавались отдельно части курса), а также лабораторные работы [124] и сборник задач по курсу [250].

## Г л а в а VI

### УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

#### 6.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИТИЧЕСКИХ СИЛ В ПРЕДЕЛАХ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ

Задача об устойчивости стержня постоянного поперечного сечения с шарнирно закрепленными концами, сжатого силой, приложенной к торцу (рис. 6.1), была поставлена и решена Л. Эйлером. В его работе [307] в 1744 г. дано решение задачи на основе точного дифференциального уравнения изогнутой оси, которое Л. Эйлер проинтегрировал в рядах. В результате он получил формулу для определения критической силы, которую назвал силой колонны, и установил зависимость между прогибом и силой. Л. Эйлер провел анализ различных форм изогнутой оси и, рассматривая упругую линию, не сильно отличающуюся от прямой, “не без изумления” обнаружил, что для ничтожно малого изгиба сжатого стержня к нему нужно приложить сжимающую силу конечной величины.

Зависимость между прогибом и сжимающей силой может быть значительно упрощена [74], что и было сделано Р. Мизесом [434] в 1924 г. из рассмотрения приближенного (но нелинеаризованного) дифференциального уравнения изогнутой оси. Иная форма такого уравнения предложена С.П. Тимошенко [271] в 1936 г.

В работе [361] в 1757 г. Л. Эйлер вывел ту же формулу для критической силы на основе приближенного дифференциального уравнения изогнутой оси.

В мемуаре Ж. Лагранжа [413] в 1768 г. повторены решения Л. Эйлера, основанные как на точном, так и на приближенном дифференциальных уравнениях изогнутой оси. В случае использования точного уравнения он, так же как и Л. Эйлер, интегрировал его в рядах и получил зависимость прогиба от сжимающей силы.

Задача интегрирования точного дифференциального уравнения изогнутой оси в эллиптических функциях была впервые решена А. Клебшем [344] в 1860 г., причем последний выразил удивление, что интегрирование приближенного и точного дифференциальных уравнений изогнутой оси приводит к одному и тому же значению критической силы. А. Клебш полагал, что это является счастливой случайностью. Однако это не так. Для определения критической силы, при которой прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой, достаточно предположить сколько угодно малый прогиб.



Рис. 6.1

Ф.С. Ясинский в своих трудах [310,311] в 1892 — 1894 гг. на основе анализа точного и приближенного дифференциальных уравнений изогнутой оси объяснил указанное совпадение критических сил, полученных путем интегрирования различных дифференциальных уравнений. Заметим, что Ф.С. Ясинский использовал точное уравнение изогнутой оси в форме

$$\frac{d^2 v}{ds^2} = \frac{M}{EI},$$

где  $v$  — прогиб,  $s$  — длина дуги,  $M$  — изгибающий момент,  $EI$  — жесткость при изгибе.

А.Н. Крылов в 1931 г. показал [191], что точное дифференциальное уравнение изогнутой оси может быть проинтегрировано в эллиптических интегралах, которые табулированы.

В 1918 г. Н.Е. Жуковский решил ряд задач устойчивости сжатых стержней применительно к расчету стоек самолетов [170].

Л.С. Лейбензон в статье [197], опубликованной в 1914 г., подробно исследовал устойчивость естественно закрученного стержня с шарнирно закрепленными концами и указал способ решения, когда концы стержня заделаны или когда один конец заделан, а второй шарнирно оперт. Как отметил автор, эта задача имеет практическое значение в связи с расчетом сжатых элементов прямолинейных образующих башен В.Г. Шухова.

В той же работе [361] Л. Эйлер изучал устойчивость стержня, сжатого силой, приложенной на торце с шарнирно опертыми концами, жесткость которого изменяется по закону

$$EI = EI_0 \left( a + b \frac{z}{l} \right)^m,$$

где  $l$  — длина стержня,  $z$  — координата текущего сечения,  $a$  и  $b$  — постоянные величины.

Решение этой задачи дано на основе приближенного дифференциального уравнения упругой линии. Л. Эйлер рассмотрел случаи, когда оно интегрируется в элементарных функциях.

Заметим, что Л. Эйлеру понятие момента инерции не было известно. Он по предложению Я. Бернулли принимал, что кривизна прямо пропорциональна изгибающему моменту и не выяснял физический и геометрический смысл коэффициента пропорциональности.

Ж. Лагранжем [413] в 1770 — 1773 гг. дано решение задачи об устойчивости шарнирно закрепленного стержня, сжатого силой, приложенной на торце, причем стержень ограничен поверхностью второго порядка. В этом же мемуаре Ж. Лагранж поставил задачу о наилучшей форме очертания стержня с точки зрения наименьшего

веса. Эта задача была решена механиком Т. Клаузенем (Clausen) [409] в 1851 г. Однако в этом решении не принято во внимание сопротивление стержня обычному сжатию. Поэтому оно является неполным. Поправка в него введена в работе [75] Е.Л. Николаи, опубликованной в 1907 г.

Дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня при указанном выше законе изменения жесткости в общем случае интегрируется в функциях Бесселя. Этот вопрос рассмотрен в капитальной работе А.Н. Динника [159] в 1913 г. Им же изучена (1927 г.) устойчивость сжатых стержней, жесткость которых изменяется по биномиальному [160] и показательному [160] законам.

Задача об устойчивости стержня постоянного поперечного сечения с шарнирно опертыми концами, сжатого силой  $F$ , приложенной на торце, и нагрузкой интенсивности  $q$ , равномерно распределенной по его длине (рис. 6.2), была поставлена Л. Эйлером в последней части работы [362] в 1757 г. Однако при выводе дифференциального уравнения изогнутой оси Л. Эйлер допустил ошибку, не приняв во внимание изгибающего момента от реактивных сил, перпендикулярных недеформированной оси стержня (рис. 6.3).

В конце мемуара [362] Л. Эйлер отказался от интегрирования полученного дифференциального уравнения в общем случае, ограничиваясь рассмотрением частного случая, когда сила, создаваемая равномерно распределенной нагрузкой (например, собственный вес стержня), мала по сравнению с сосредоточенной. Но и в этом частном случае из-за указанной выше ошибки полученный результат был неверен.

Эту же ошибку Л. Эйлер повторил в следующем мемуаре [363] в 1778 г., посвященном задаче устойчивости стержня постоянного поперечного сечения, сжатого только равномерно распределенной по его длине нагрузкой. В результате анализа решения Л. Эйлер установил, что рассматриваемый стержень не может потерять устойчивость ни при какой интенсивности распределенной нагрузки или длине.

Этот вывод показался Л. Эйлеру неубедительным и в следующем мемуаре [363] он написал, что результат не только “парадоксален, но и весьма подозрителен”. Очень интересны соображения, при помощи которых в этом мемуаре Л. Эйлер доказывает, что этот результат

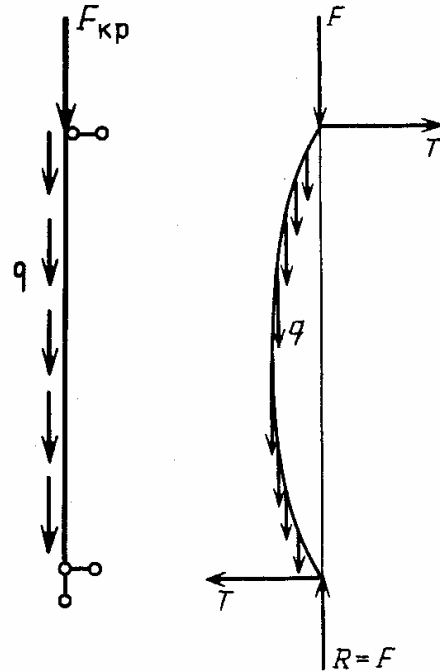


Рис. 6.2

Рис. 6.3



Рис. 6.4

неверен. Он рассматривает стержень  $AB$  (рис. 6.4), нижний конец которого оперт, а верхняя часть  $BC$  заключена между длинными вертикальными направляющими, запрещающими горизонтальное смещение и поворот ее. Как известно, величина критической силы для этого случая равна

$$F = 20,2 \frac{EI}{l^2}.$$

Этот результат не был известен Л. Эйлеру. Он ошибочно считал, что для этого случая критическая сила такая же, как и для стержня с двумя заделанными концами

$$F_{кр} = 4\pi^2 \frac{EI}{l^2}.$$

Однако для рассматриваемого рассуждения это несущественно.

Итак, если пренебречь силой тяжести нижней части стержня  $AC$ , прямолинейная форма равновесия стержня может стать неустойчивой под воздействием веса верхней части  $BC$ . Тем более прямолинейная форма равновесия стержня должна быть неустойчивой, если устранить направляющие и заменить их шарниром (что уменьшает жесткость системы) и принять во внимание вес нижней части стержня (что увеличивает нагрузку).

И только в следующем мемуаре [363] в 1778 г. Л. Эйлер вскрыл ошибки предыдущих работ, учел реакции опор и, используя полученные ранее результаты, дал правильное решение задачи.

Кроме шарнирного закрепления концов Л. Эйлер рассмотрел также случай стержня с нижним заделанным и верхним свободным концами, нагруженного равномерно распределенной осевой нагрузкой (рис. 6.5) [362].

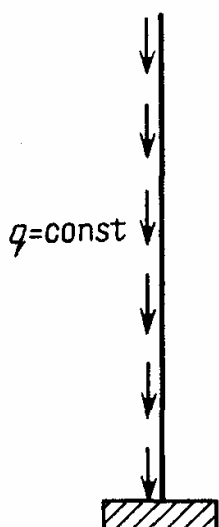


Рис. 6.5

Эта же задача была также решена Ф.С. Ясинским в 1894 г. в его диссертации на соискание ученого звания адъюнкта [311]. Для решения он использовал приведенное выше точное дифференциальное уравнение изогнутой оси (6.1). Это уравнение он проинтегрировал в рядах и получил значение критической силы, отличающееся от результата, найденного Л. Эйлером, только в третьем знаке. Заметим, что эта задача была решена также механиком А. Гринхиллом (Greenhill A.) [375], который еще в 1881 г. проинтегрировал дифференциальное уравнение в функциях Бесселя и получил значение критической силы, несильно отличное от величин, найденных Л. Эйлером и Ф.С. Ясинским. Вероятно, Ф.С. Ясинский не знал о статье А. Гринхилла, который изучил также некоторые случаи устойчивости стержней переменного се-

чения, сжатых распределенной нагрузкой, и применил полученные результаты для объяснения очертания стволов деревьев.

В той же работе [311] Ф.С. Ясинский рассмотрел еще ряд случаев устойчивости сжатых стержней под воздействием распределенных нагрузок: стержень с одним заделанным и другим свободным концами, нагруженный распределенной осевой сжимающей нагрузкой, интенсивность которой пропорциональна расстоянию от заделанного сечения (рис. 6.6); стержень с шарнирно опертыми концами в упругой среде, реакция которой, перпендикулярная оси стержня, пропорциональна его прогибам, сжатый распределенной осевой сжимающей силой, интенсивность которой пропорциональна расстоянию от среднего сечения (рис. 6.7). Эта задача получила название "задачи Ясинского".

Ф.С. Ясинский свел расчет сжатых верхних поясов открытых мостов к решению этой задачи.

В этом же труде он ввел понятие коэффициента приведения длины, которое в дальнейшем широко вошло в методы расчета сжатых стержней на устойчивость.

Задачи устойчивости сжатых стержней под воздействием равномерно распределенных продольных нагрузок при различных закреплениях концов были решены А.Н. Динником в функциях Бесселя. Решения изложены в его труде [159] в 1913 г.

Энергетический метод определения критических сил, который позволяет избежать решения сложных трансцендентных уравнений методом попыток и основан на равенстве потенциальной энергии деформации изгиба работе приложенных к стержню продольных сил, был предложен С.П. Тимошенко в 1910 г. в работе [276].

В отзыве на эту работу И.Г. Бубнов в 1913 г. сформулировал приближенный метод решения дифференциальных уравнений применительно к задаче устойчивости пластин. Согласно этому методу функции перемещений представляются в виде линейной комбинации некоторой системы функций координат, умноженных на неизвестные коэффициенты. Этот ряд подставляется в дифференциальные уравнения равновесия, полученный результат умножается на каждую из функций и интегрируется по объему тела. После интегрирования получается система алгебраических уравнений относительно коэффициентов, решение ко-

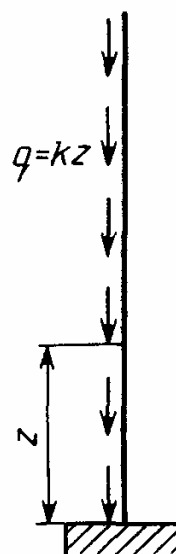


Рис. 6.6

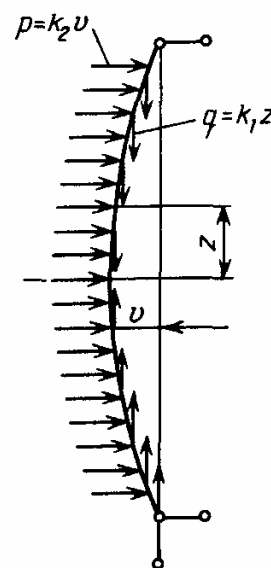


Рис. 6.7

торой дает их значения, а следовательно, и функции перемещений. На примере устойчивости сжатого стержня И.Г. Бубнов показывает преимущества разработанного метода, не требующего вычисления потенциальной энергии деформации и приводящего к результату, найденному энергетическим методом.

В 1915 г., независимо от И.Г. Бубнова, идея этого метода была изложена Б.Г. Галеркиным в работе [149]. Затем он неоднократно использовался в решениях различных задач математической физики.

Первой работой, посвященной устойчивости стержней под воздействием периодических сил, явилась статья Н.М. Беляева [127]. В дальнейшем этому вопросу было посвящено большое количество работ. Следует отметить монографию механика и инженера академика Владимира Васильевича Болотина (26.03.1926 г.) [134]. Ему же принадлежит книга, в которой рассмотрена устойчивость элементов конструкций под воздействием неконсервативных сил [135].

Устойчивости рам и ферм посвящено большое число работ. Отметим только монографию [260] А.Ф. Смирнова, опубликованную в 1958 г., в которой эти задачи решаются с помощью ЭВМ.

## 6.2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ

По-видимому, первое экспериментальное исследование устойчивости сжатых стержней выполнил Леонардо да Винчи, который пришел к выводу, что их несущая способность прямо пропорциональна площади поперечного сечения и обратно пропорциональна длине. Сейчас мы знаем, что это неверно.

Верное заключение о том, что критическая сила обратно пропорциональна квадрату длины стержня, было сделано на основании испытаний сжатых стержней П. Мушенбруком [440] в 1729 г.

А. Дюло в 1820 г., испытывая на сжатие длинные тонкие железные стержни, подтвердил справедливость формулы Л. Эйлера, при условии, что концы стержней могут свободно поворачиваться [357]. Этому условию не удовлетворили испытания, проведенные в 1840 г. И.Ходкинсоном [386], и поэтому предложенные им эмпирические формулы для критических сил, справедливые только для тех закреплений концов, которые осуществлялись в опытах, особого значения не имеют.

Разбор различных эмпирических и полуэмпирических формул для определения критических сил, а также некоторые видоизменения их даны в книгах М. Рэнкина [469, 249], опубликованных в 1858 и 1861 гг. соответственно.

Предел применимости формулы Л. Эйлера был установлен инженером Э. Ламарлем (Lamarl E.) [415] в 1845 г.: он определил предельное



значение гибкости стержня, выше которого формула Л. Эйлера справедлива.

Сравнительно небольшое, но хорошо поставленное экспериментальное исследование устойчивости сжатых стержней было проведено в лаборатории Высшей технической школы в Мюнхене И. Баушингером [318] в 1887 г. Поперечные сечения образцов из сварочного железа были двутавровое, корытообразное, угловое и тавровое. Большинство образцов имело на донцах тонкие конические наконечники, наглухо прикрепленные к образцам и свободно поворачивающиеся в конических углублениях стальных подушек, прикрепленных к плитам прессы. Таким образом осуществлялось шаровое шарнирное закрепление концов образцов.

В результате испытаний И. Баушингер установил, что вследствие различных погрешностей изгиб образца начинается при небольшой сжимающей силе и постепенно растет. При некотором значении сжимающей силы появляется значительное искривление оси в плоскости наименьшей жесткости, что обычно приводит к разрушению стержня. Эта величина сжимающей силы очень близка к критической, подсчитанной по формуле Эйлера при условии, что напряжение, соответствующее этой силе, меньше предела пропорциональности материала при сжатии.

В 1890 г. Л. Тетмайер опубликовал результаты своих опытов по устойчивости сжатых стержней различных поперечных сечений из сварочного и литого железа [485]. Так же как и в опытах И. Баушингера, образцы имели конические наконечники, что соответствовало схеме шарового шарнирного закрепления концов. В результате проведенных испытаний Тетмайер пришел к заключению, что при значительных отношениях длины стержня к минимальному радиусу инерции

$$\frac{l}{i_{\min}},$$

когда напряжение в стержне меньше предела пропорциональности материала при сжатии, формула Эйлера справедлива. При больших напряжениях он предложил линейную зависимость критического напряжения от гибкости и определил величины постоянных, входящих в эту зависимость для литого и сварочного железа.

Справедливость формул Эйлера при критических напряжениях, меньших предела пропорциональности материала при сжатии, подтвердили также результаты опытов французского инженера Армана Габриэля Консидера (Consideré A.G.) [346] в 1891 г.

### 6.3. УСТОЙЧИВОСТЬ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ ЗА ПРЕДЕЛАМИ ПРОПОРЦИОНАЛЬНОСТИ

Во второй части своего труда [311] Ф.С. Ясинский тщательно проанализировал различные экспериментальные исследования устойчивости сжатых стержней и установил хорошую согласованность экспериментальных и теоретических результатов при условии правильного осуществления в экспериментах расчетной схемы и при напряжениях, не превышающих предел пропорциональности материала при сжатии.

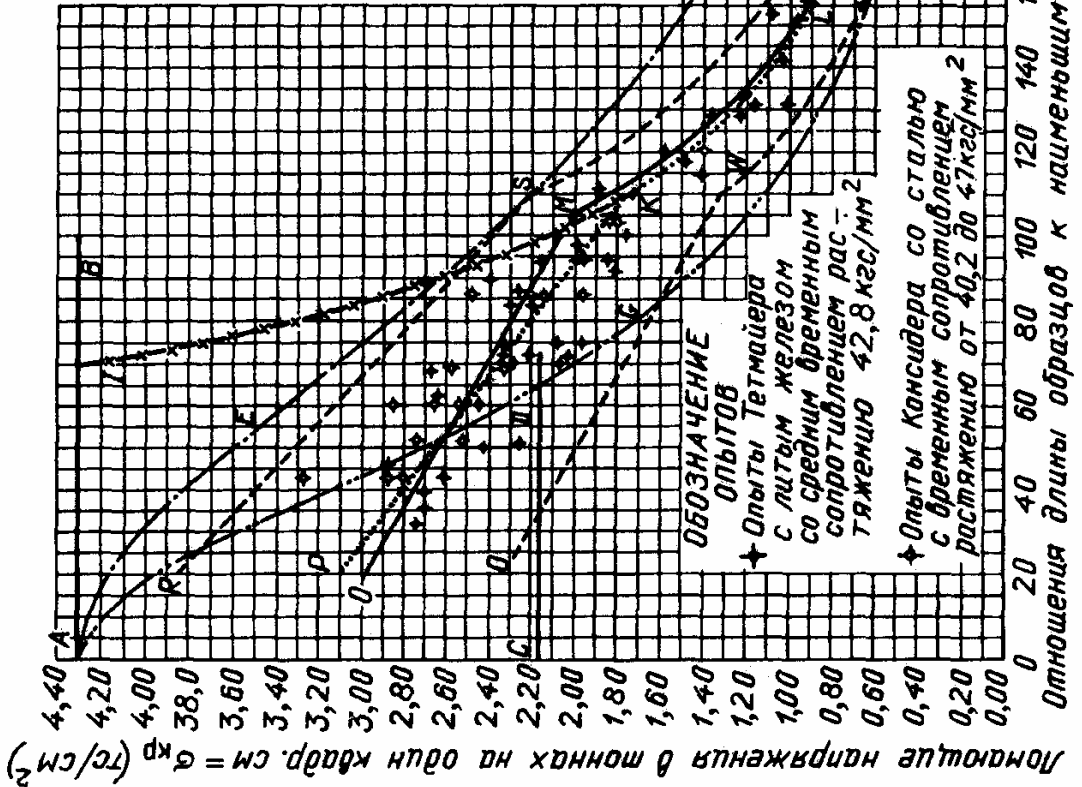
Для вычисления критических напряжений за пределом пропорциональности Ф.С. Ясинский предложил такую же линейную зависимость их от гибкости, как и Л. Тетмайер. Коэффициенты этой зависимости он получил, обработав экспериментальные данные И. Баушингера, Л. Тетмайера и А. Консидера по способу наименьших квадратов.

На рис. 6.8 представлено приведенное в работе [311] сопоставление теоретических и экспериментальных результатов исследования устойчивости сжатых стержней.

Несколько позднее, в 1898 г., в лекциях по устойчивости сжатых стержней Ф.С. Ясинский ввел понятие коэффициента снижения допускаемого напряжения на сжатие, который является функцией гибкости стержня. Этот разработанный Ф.С. Ясинским практический метод расчета сжатых стержней на устойчивость получил широкое распространение как в нашей стране (где он узаконен нормами ГОСТ), так и за рубежом.

Ф. Энгессер предложил в 1889 г. [359] для подсчета критической силы за пределами пропорциональности вводить в формулу Эйлера вместо модуля упругости переменную величину  $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$  — касательный модуль упругости, определяемый из диаграммы сжатия материала. В связи с этим Ф.С. Ясинский опубликовал в 1895 г. статью [397], в которой указал, что предложение Ф. Энгессера ошибочно потому, что если при изгибе стержня на вогнутой стороне сжимающие его напряжения увеличиваются (нагрузка) и действительно следует использовать касательный модуль упругости, то на выпуклой стороне сжимающие напряжения уменьшаются (разгрузка), и согласно закону разгрузки в этой области следует использовать обычный модуль упругости. Ф. Энгессер учел это замечание и в одном из последующих номеров этого же журнала в том же 1895 г. дал правильное решение задачи [360]. Такое же решение было получено Т. Карманом в 1910 г. [398], который вывел формулу для приведенного модуля (модуль Энгессера — Кармана) в случае стержня прямоугольного поперечного сечения. Заметим, что первоначальное решение Ф. Энгессера [359]

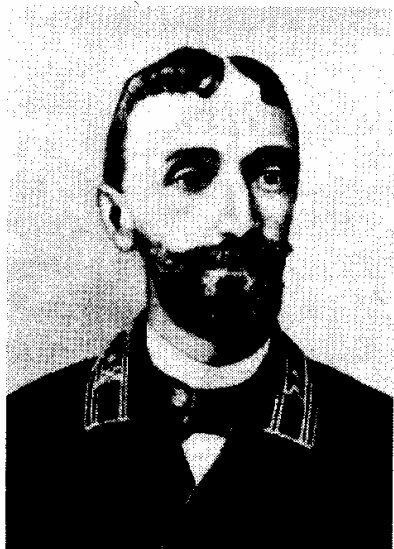
- ОБОЗНАЧЕНИЕ ЛИНИЙ**
- A В Среднее временное сопротивление разрыву (предел прочности)  $\sigma_b = 4,3 \text{ ТС/см}^2$
  - C D Средний предел упругости (предел пропорциональности)  $\sigma_n = 2,15 \text{ ТС/см}^2$
  - A E F Формула Лессли и Шюблера  $\sigma_{кр} = \frac{\sigma_b}{1 + 0,00008 \left(\frac{l}{i}\right)^2}$
  - A G H Формула Лессли и Шюблера  $\sigma_{кр} = \frac{\sigma_b}{1 + 0,00024 \left(\frac{l}{i}\right)^2}$
  - M N Формула Эйлера  $\sigma_{кр} = 22208 \left(\frac{l}{i}\right)^2$  (при  $E = 2240 \text{ ТС/см}^2$ )
  - I K L Формула Эйлера  $\sigma_{кр} = 21279 \left(\frac{l}{i}\right)^2$  (при среднем из опытов Теммайера  $E = 2156 \text{ ТС/см}^2$ )
  - O M Линейная формула Теммайера  $\sigma_{кр} = 3,207 - 0,0157 \left(\frac{l}{i}\right) \text{ ТС/см}^2$
  - P K Исправленная Ясинским линейная формула  $\sigma_{кр} = 3,387 - 0,01483 \left(\frac{l}{i}\right) \text{ ТС/см}^2$
  - R S T Предельные линии, отклоняющиеся на  $\pm 25\%$  от линии РКЛ
  - Q W V



имеет смысл, если одновременно с изгибом происходит возрастание сжимающей нагрузки. Такая гипотеза была выдвинута инженером Ф. Шенли [479] в 1946 г. и затем Ю.Н. Работновым [239] в 1952 г. Однако это не влечет развитие изгиба без разгрузки с выпуклой стороны стойки. Это отмечено в книге [225] механиков и инженеров Я.Г. Пановко и И.И. Губановой.

## 6.4. БИОГРАФИИ

### Феликс Станиславович Ясинский



Ф.С. Ясинский

Механик и инженер Феликс Станиславович Ясинский (27.09.1856 — 30.11.1899) родился в Варшаве в семье нотариуса земской канцелярии. В 1872 г. он окончил гимназию в Варшаве и в этом же году поступил в Петербургский институт инженеров путей сообщения.

В 1877 г. Ф.С. Ясинский окончил институт и был назначен инженером в дистанции Петербурго-Варшавской железной дороги. В 1885 г. он был переведен на должность начальника дистанции той же дороги в г. Вильно (ныне Вильнюс), где еще с 1880 г. состоял городским инженером города Вильно и много сделал для его благоустройства. Здесь началась и педагогическая деятельность Ф.С. Ясинского. В 1881 — 1883 гг. он читал курс железнодорожного дела в Виленском железнодорожно-техническом училище.

В 1890 г. был назначен начальником службы пути и ремонта зданий Николаевской (ныне Октябрьской) железной дороги.

При составлении проектов усиления металлических мостов Ф.С. Ясинский столкнулся с проблемой устойчивости сжатых стержней и в период 1892 — 1896 гг. опубликовал в русских и иностранных технических журналах ряд статей и монографию по этой проблеме [310]. Последняя в 1894 г. была удостоена премии заслуженного профессора П.Н. Андреева, которая присуждалась Петербургским институтом инженеров путей сообщения с 1884 г. один раз в 10 лет за лучшее сочинение инженера путей сообщения по любому инженерному вопросу.

Ф.С. Ясинский на основе анализа точного и приближенного дифференциальных уравнений изогнутой оси стержня после потери ус-

тойчивости в 1892 – 1894 гг. [310, 311] объяснил совпадение критических сил, полученных путем интегрирования этих уравнений. Он решил ряд задач об устойчивости стержней под воздействием распределенных нагрузок [310, 311]. Дифференциальные уравнения были проинтегрированы в рядах. В частности, он рассмотрел стержень с шарнирно опертыми концами в упругой среде, реакции которой, перпендикулярные оси стержня, пропорциональны его прогибам, сжатый осевой сжимающей силой, интенсивность которой пропорциональна расстоянию от среднего сечения (задача Ясинского). К решению этой задачи сводится расчет сжатых поясов открытых мостов.

Ф.С. Ясинский ввел понятие коэффициента длины, дал определения критических напряжений за пределом пропорциональности, предложил такую же линейную зависимость их от гибкости, как и Л. Тэтмайер, коэффициенты которой он получил, обработав данные И. Баушингера, Л. Тетмайера и А. Консидера по методу наименьших квадратов [310, 311]. Он также ввел понятие коэффициента допускаемого напряжения на сжатие, который является функцией гибкости стержня, и разработал метод расчета сжатых стержней на устойчивость по этому коэффициенту [310, 311]. Ф.С. Ясинскому принадлежат исследования по расчету железнодорожного пути, статьи о динамическом воздействии нагрузок на железнодорожные мосты и об эксплуатации Николаевской (ныне Октябрьской) железной дороги.

Значительно переработав указанную выше монографию, Ф.С. Ясинский подал ее в Ученый совет Петербургского института инженеров путей сообщения в качестве диссертации на соискание ученой степени адъюнкта прикладной механики. Такая степень давала право на занятие профессорской кафедры. Защита состоялась в 1894 г. В качестве официальных оппонентов выступили Н.А. Белелюбский и Л.Ф. Николаи, а в прениях – А.Н. Крылов.

В 1895 г. Ф.С. Ясинский был утвержден штатным адъюнктом института по кафедре строительной механики. В этом же году он подал в Совет института записку о необходимости введения в институте преподавания необязательного курса теории упругости, по которому им была разработана программа. Этот курс, который вскоре стал обязательным, Ф.С. Ясинский начал читать в 1895 – 1896 г. С тех пор курс теории упругости изучается на ряде специальностей инженерно-строительных и транспортных вузов. К сожалению, будущие инженеры-механики не изучают этот предмет, хотя он нужен им в не меньшей степени (хотя и в другом аспекте), чем инженерам-строителям.

В 1896 г. Ф.С. Ясинский был избран экстраординарным профессором по кафедре строительной механики. В этом же году он начал читать лекции по строительной механике в Институте гражданских инженеров и Горном институте.

Его лекции всегда вызывали большой интерес и собирали полные аудитории студентов и преподавателей.

В 1899 г. Ф.С. Ясинский возглавил кафедру строительной механики в реорганизуемом в высшее учебное заведение Электротехническом институте, оставаясь преподавателем строительной механики в Институте гражданских инженеров и Горном институте (где кафедры строительной механики не было).

За время своей педагогической работы он опубликовал конспекты лекций по курсам сопротивления материалов, статике сооружений и теории упругости, а также ряд статей по расчетам плоских и пространственных стержневых систем в “Известиях собрания инженеров путей сообщения”.

### Николай Егорович Жуковский



Н.Е. Жуковский

Механик Николай Егорович Жуковский (17.01.1847 — 17.03.1921) родился в семье инженера путей сообщения, который вскоре после женитьбы купил имение и взял на себя управление соседними имениями графа Зубова.

В 1858 г. Н.Е. Жуковский поступил в гимназию, которую окончил в 1864 г. с серебряной медалью, и записался на физико-математический факультет Московского университета.

После окончания университета в 1868 г. он решил поступить в Петербургский институт инженеров путей сообщения. Однако неудовлетворительная оценка на экзамене по геодезии, сильное отставание по черчению и частые продолжительные болезни (следствие петербургского климата) привели

к тому, что уже в 1869 г. он покинул Петербург.

В 1870 г. Н.Е. Жуковский занял место преподавателя физики в женской гимназии, а после сдачи магистерских экзаменов получил звание магистра и право преподавания в высших учебных заведениях.

В 1871 г. был приглашен Императорским московским техническим училищем (позднее Московское высшее техническое училище им. Н.Э. Баумана, ныне Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана) преподавать математику, а в 1872 г. Московской практической академией коммерческих наук — механику. В 1874 г. был утвержден доцентом кафедры аналитической механики училища.

В 1876 г. он защитил диссертацию на степень магистра прикладной механики на тему “Кинематика жидкого тела”. В ней было изучено распределение скоростей частиц жидкости, и она представляла собой, по сути дела, введение в гидромеханику.

В 1882 г. Н.Е. Жуковский защитил в Московском университете докторскую диссертацию “О прочности движения”.

В 1886 г. он получает звание экстраординарного профессора Московского университета по кафедре прикладной математики, а в 1887 г. — штатного профессора училища по кафедре аналитической механики.

В 1894 г. Н.Е. Жуковский был избран в члены-корреспонденты Санкт-Петербургской академии наук, а в 1900 г. выдвинут в действительные члены Академии наук. Поскольку выборы в Академию наук были связаны с переездом в Петербург, а Н.Е. Жуковский не хотел терять связь с университетом и училищем, он отказался принять участие в выборах.

В 1911 г., к 40-летию его преподавательской деятельности, училище присвоило Николаю Егоровичу звание инженера-механика и вручило ему золотой инженерный знак, которым он очень гордился.

В 1890 г. Н.Е. Жуковский начал заниматься теорией полета аппарата тяжелее воздуха. По этому поводу он писал: “Человек не имеет крыльев и по отношению веса своего тела к весу мускулов в 72 раза слабее птицы... Но думаю, что он полетит, опираясь не на силу своих мускулов, а на силу своего разума”.

Научные заслуги Николая Егоровича нашли высокую оценку в специальном декрете Совета Народных Комиссаров в 1920 г., подписанном В.И. Лениным, в котором Н.Е. Жуковский был назван “отцом русской авиации”. В этом постановлении сказано:

В ознаменование пятидесятилетия научной деятельности профессора Н.Е. Жуковского и огромных заслуг его как “отца русской авиации” Совет Народных Комиссаров постановил:

1. Освободить проф. Н.Е. Жуковского от обязательного чтения лекций, предоставляя ему право объявлять курсы более важного научного содержания.

2. Назначить ему ежемесячный оклад содержания в размере ста тысяч рублей с распространением на этот оклад всех последующих повышений тарифных ставок.

3. Установить годовую премию Н.Е. Жуковского за наилучшие труды по математике и механике с учреждением жюри в составе профессора Н.Е. Жуковского; а также представителей по одному: от Государственного ученого совета, от Российской академии наук, от физико-математического факультета Московского государственного университета и от Московского математического общества.

4. Издать труды Н.Е. Жуковского.

Председатель Совета  
Народных Комиссаров

*В. Ульянов (Ленин)*

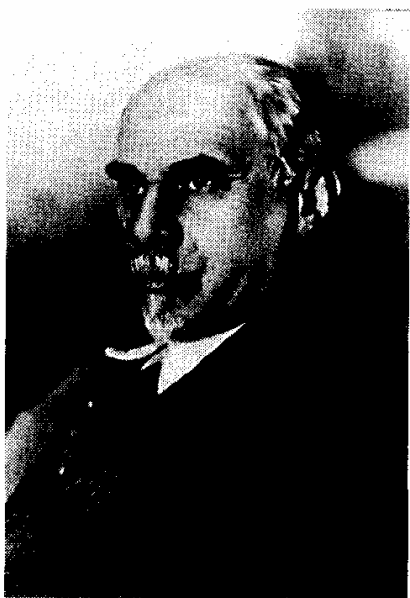
Управляющий делами  
Совета Народных Комиссаров

*В. Бонч-Бруевич*

Основные работы Н.Е. Жуковского посвящены гидроаэродинамике и механике полета самолетов. Однако он выполнил оригинальные исследования прочности элементов конструкций.

Он решил задачу о распределении давления на нарезках винта и гайки [167], исследовал связь между основными уравнениями движения материальной точки и равновесия гибкой нити [164], основные уравнения теории упругости [165], упругую ось турбины Лаваля [166], прочность велосипедного колеса [168], приложение одного уравнения четвертого порядка в строительной механике [169], устойчивость элементов конструкций самолетов [170], колебания паровоза на рессорах [171].

### Леонид Самуилович Лейбензон



Л.С. Лейбензон

Механик и инженер Леонид Самуилович Лейбензон (26.06.1879 – 15.03.1951) родился в Харькове. В 1901 г. окончил физико-математический факультет Московского университета, а в 1906 г. – Императорское московское техническое училище.

В 1908 – 1911 гг. преподавал в Московском университете. В 1911 г. вместе с рядом других ученых ушел из университета в знак протеста против реакционных действий министерства просвещения и начал работать в фирме А.В. Бари, где под руководством В.Г. Шухова занялся расчетом резервуаров и нефтепроводов.

В 1915 г. защитил магистерскую диссертацию, посвященную расчету безбалочных перекрытий. В 1913 г. был избран профессором Юрьевского университета, в 1919 г. – Тифлисского, а в 1921 г. – Бакинского

политехнических институтов.

В 1922 г. вернулся в Московский университет, где проработал до конца жизни.

Кроме работы по расчету безбалочных перекрытий Л.С. Лейбензону принадлежат решения следующих задач: выполненное в 1914 г. об устойчивости естественно закрученных стержней [197], об изгибе стержня поперечными силами и разработка методов определения центров изгиба, а также исследования по устойчивости оболочек.

В области аэрогидродинамики Л.С. Лейбензон разработал методы исследования пограничного слоя в связи с теорией сопротивления тел.



В гидродинамической теории смазки он развил методы учета инерционных сил.

Л.С. Лейбензон является основателем нефтепромысловой механики. Его исследования в этом направлении получили широкое распространение при разработке нефтяных месторождений.

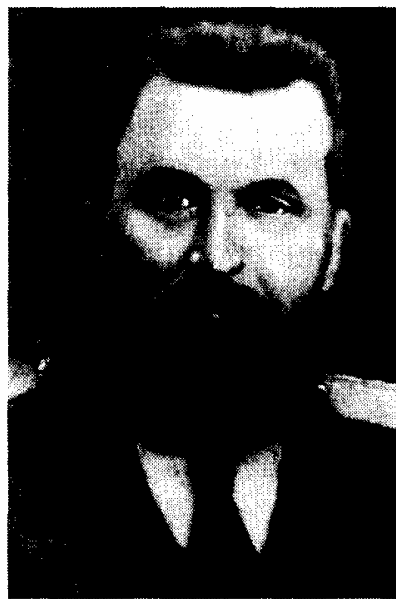
В области геофизики им создана методами теории упругости теория деформирования геоида под действием сил приливного типа, дан расчет толщины твердой оболочки земли, разработана теория образования складок земной коры.

Перу Л.С. Лейбензона принадлежат монографии по теории упругости [199, 200] и пластичности [198].

В 1933 г. он был избран членом-корреспондентом, а в 1943 г. — действительным членом Академии наук СССР.

### **Иван Григорьевич Бубнов**

Механик и инженер Иван Григорьевич Бубнов (18.01.1872 — 13.03.1919) родился в Нижнем Новгороде. С 1881 по 1887 г. учился в Нижегородском реальном училище. Окончив его в 1887 г., поступил в Морское техническое училище в Кронштадте. Это училище было основано в 1798 г. в Петербурге и называлось “Училище корабельной архитектуры”. В 1872 г. оно было переведено в Кронштадт и преобразовано в высшее учебное заведение с двумя отделениями: кораблестроительным и механическим. И.Г. Бубнов сдал экзамены с отличными оценками на механическое отделение, но через год перешел на кораблестроительное.



**И.Г. Бубнов**

В 1891 г. он закончил училище, причем его имя было занесено на мраморную доску, и начал работать в Управлении Петербургского морского порта по проектированию судов. В частности, он получил первую премию за проект океанского быстроходного крейсера, в то время как его учитель получил только третью премию.

В 1894 г. И.Г. Бубнов поступил в Морскую академию, которую окончил в 1896 г., тоже с занесением его имени на мраморную доску, и по предложению А.Н. Крылова, преподававшего в академии, был оставлен при академии для чтения новых курсов и через год утвержден штатным преподавателем. В это время он посещал лекции по математике и механике в Петербургском университете.

В 1903 г. И.Г. Бубнов начал преподавание в Петербургском политехническом институте, основанном в 1899 г. с кораблестроительным отделением, на Ученом совете которого он в 1904 г. защитил диссертацию на соискание ученой степени адъюнкта прикладной механики на тему “Напряжения в обшивке судов от давления воды”. В этой работе были созданы методы расчета гибких пластин. В том же году он был утвержден экстраординарным профессором строительной механики и в 1908 г. избран ординарным профессором института, а в 1910 г. — ординарным профессором Морской академии.

Большая нагрузка конструкторской и научной работой не позволила И.Г. Бубнову совмещать педагогическую работу в Политехническом институте и Морской академии, и в 1913 г. он оставляет преподавание в Институте. В 1912 г. ему было присвоено звание генерал-майора флота, а в 1916 г. — почетное звание заслуженного профессора.

В 1908 г. И.Г. Бубнов становится во главе Опытного бассейна и до 1914 г. руководит экспериментальными исследованиями мореходных качеств судов, а также изучением их статической и динамической прочности.

Наряду с работой в Морской академии и Опытном бассейне он продолжал работу по проектированию и постройке военных кораблей и, в частности, подводных лодок.

Основным трудом И.Г. Бубнова является двухтомный курс строительной механики корабля, вышедший первым изданием в 1910 — 1912 гг.

В первой части курса рассмотрена устойчивость стержней и стержневых наборов. Вторая часть посвящена теории жестких пластин.

И.Г. Бубнов также исследовал динамику спуска судна на воду и дал классификацию действующих на корабль нагрузок.

### **Борис Григорьевич Галеркин**

Механик и инженер Борис Григорьевич Галеркин (04.03.1871 — 12.07.1945) родился в г. Полоцке. С 15 лет работал писцом в сиротском приюте. В 1893 г. сдал экзамены за 6 классов реального училища, а затем и конкурсные экзамены на механическое отделение Петербургского технологического института. Начиная с 3-го курса, работал конструктором. Перед окончанием института в 1899 г. за участие в студенческих забастовках был выслан на родину. Однако это не помешало ему экстерном закончить институт в 1899 г., после чего он начал работать на Харьковском паровозостроительном заводе, а через четыре года перешел на Северный механический и котельный завод Тильманса в Петербурге, где занял должность заведующего техниче-

ким отделом. С 1904 г. принимает более активное участие в революционном движении. В 1905 г. тридцать пять дней просидел в тюрьме. В 1906 г. осуждается на полтора года заключения, которое отбывал вначале в пересыльной тюрьме, а затем в “Крестах”. Там он подготовил первую научную работу, связанную с проектированием металлических конструкций каркасных зданий.

В 1909 г. Б.Г. Галеркин был приглашен преподавателем в Петербургский политехнический институт. В 1920 г. он избирается заведующим кафедрой строительной механики на механическом факультете Петроградского политехнического института, а в 1921 г. — на строительном факультете того же института. В 1923 — 1929 гг. — Б.Г. Галеркин декан инженерно-строительного факультета этого института, 1924 — 1929 гг.

— профессор кафедры теории упругости Ленинградского государственного университета и строительной механики Ленинградского института инженеров путей сообщения. С 1939 г. Б.Г. Галеркин — начальник кафедры строительной механики и теории упругости в Высшем военно-морском инженерно-строительном училище.

В 1928 г. он был избран членом-корреспондентом, а в 1935 г. действительным членом Академии наук СССР и вскоре после этого назначен директором вновь созданного Института механики.

Большое число работ Б.Г. Галеркина посвящено теории стержней и пластин. Он, по-видимому независимо от И.Г. Бубнова, предложил метод интегрирования дифференциальных уравнений, который получил большое распространение при решении краевых задач.

Им исследовано напряженное состояние прямоугольных пластин, различным образом нагруженных и закрепленных, в плотинах и подпорных стенках трапецеидального профиля.

Ряд работ посвящен изгибу и кручению призм. Широко известно данное Б.Г. Галеркиным представление интеграла уравнений трехмерной задачи теории упругости при помощи трех бигармонических функций. На этой основе им изучено равновесие толстых плит различной формы. Таким же образом им изучено напряженное состояние толстостенных оболочек различной формы.



Б.Г. Галеркин

#### **Анатолий Филиппович Смирнов**

Механик и инженер Анатолий Филиппович Смирнов (21.11.1909 — 25.02.1986) в 1935 г. окончил строительный факультет



А.Ф. Смирнов

Московского института инженеров транспорта (МИИТ), после чего работал в различных проектных организациях. В 1936 г. перешел на преподавательскую работу на кафедру строительной механики МИИТа. В 1939 г. защитил кандидатскую, а в 1949 г. докторскую диссертации. В этих работах он одним из первых применил теорию матриц к расчету сооружений на устойчивость и колебания и тем самым подготовил внедрение ЭВМ в эти расчеты.

Его работы, посвященные статической и динамической устойчивости сооружений и расчетам пространственных конструкций на ЭВМ [260, 246], были удостоены премии имени академика Б.Г. Галеркина в 1947 г. и 1969 г. В течение 15 лет А.Ф. Смирнов заведовал кафедрой строительной механики МИИТа. В 1969 г. он возглавил Централь-

ный научно-исследовательский институт строительных конструкций (ЦНИИСК). В это время он внедрил ряд новых прогрессивных конструктивных решений, в том числе для олимпийских объектов, за что был удостоен премии Совета Министров СССР и Государственной премии СССР.

Долгое время А.Ф. Смирнов был председателем президиума научно-методического совета по сопротивлению материалов, строительной механике и теории упругости Министерства высшего и среднего специального образования СССР, а также членом многих других советских и зарубежных научных комитетов. Ему принадлежит ряд учебников по сопротивлению материалов и строительной механике [261, 264, 265].

В 1979 г. он был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР.

### Уильям Джон Маккуорн Рэнкин

Механик Уильям Джон Маккуорн Рэнкин (Rankin W.J.M., 05.07.1820 — 24.12.1872) родился в Эдинбурге (Шотландия, Великобритания) в семье офицера, который очень интересовался техникой. После выхода в отставку его отец работал на строительстве железной дороги.

Первоначальное образование Рэнкин получил под руководством своего отца, а затем расширял свои знания по математике, физике и механике самостоятельно. В 14 лет он прочитал «Математические

начала натуральной философии” И. Ньютона. В это же время много внимания уделял теории музыки.

В 1836 г. М. Рэнкин поступил в Эдинбургский университет, где вначале изучал экспериментальную и теоретическую химию, затем слушал лекции по физике. За сочинение по волновой теории света получил золотую медаль. Летом 1837 г. изучал ботанику. В 1837 – 1838 учебном году продолжал изучать физику и получил высший приз за сочинение, посвященное методам физических исследований.

В это же время под руководством отца начал работу на железной дороге, а с 1838 г. участвовал в проектировании и постройке различных инженерных сооружений в Ирландии и Шотландии.

В 1843 г. опубликовал первую научную работу, посвященную экспериментальному исследованию прочности колес подвижного состава железных дорог.

В 1848 г. начал заниматься молекулярной физикой и термодинамикой. В этих областях он работал всю жизнь.

В 1853 г. М. Рэнкин был избран членом Лондонского королевского общества, а в 1855 г. возглавил кафедру инженерного дела в университете города Глазго, где и работал до донца своих дней.

В 1858 г. был опубликован его учебник по прикладной механике [469], а в 1861 г. – по строительной технике. Вторая книга была переведена на русский язык в 1870 г. [249]. Изложение сопротивления материалов в первой книге Рэнкин начинает с основных уравнений теории упругости, а затем переходит к рассмотрению различных случаев нагружения стержней. В частности, при исследовании изгиба балки он вывел формулу для определения касательных напряжений при поперечном изгибе, что, как указывалось выше, было впервые сделано Д.И. Журавским, и учел влияние поперечной силы на величину прогиба, что, впрочем, также было сделано ранее Ж. Понселе.

М. Рэнкину принадлежат важные исследования по строительной механике и, в частности, по жесткости висячих мостов и устойчивости сыпучих тел, а также первая на английском языке работа по усталостной прочности, опубликованная в 1843 г. [468]. В этой работе описано исследование усталостных изломов и дана рекомендация для повышения усталостной прочности увеличивать радиусы галтелей в валах и осях.



М. Рэнкин

### Теодор Карман



Т. Карман

Механик и инженер Теодор Карман (Karman T., 11.05.1881 – 07.05.1963) родился в Будапеште. В 1902 г. окончил Будапештский технический университет. Затем слушал лекции Л. Прандтля в Геттингенском университете, А. Фепля в Высшей технической школе в Мюнхене (Германия).

В 1913 – 1929 гг. – директор института аэронавтики Ахенского университета. В 1929 г. переехал в США, где занял пост директора Гуттенхаймовской аэронавтической лаборатории Калифорнийского технологического института. 1944 – 1951 гг. – директор Военно-воздушного научно-консультационного управления. В 1951 – 1963 гг. – руководитель Управления исследований и развития аэронавтики НАТО.

Член Лондонского Королевского общества и ряда академий наук.

Основные работы Т. Кармана посвящены аэродинамике. Однако и в области механики деформируемого твердого тела кроме упомянутой выше работы по устойчивости сжатых стержней за пределами пропорциональности широко известны его исследования по нелинейной теории гибких пластин [399], оболочкам [399] и изгибу кривых труб [400], экспериментальному изучению прочности материалов при высоких давлениях [179] и продольной прокатке [401].

## Г л а в а VII

# РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ НАПРЯЖЕНИЯХ, ЦИКЛИЧЕСКИ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВО ВРЕМЕНИ. РАСЧЕТЫ ПРИ УДАРНОМ НАГРУЖЕНИИ

### 7.1. ЦИКЛИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ

Явление снижения прочности материалов при напряжениях, циклически изменяющихся во времени, было известно давно. Но, вероятно, первым, кто коснулся этого вопроса в литературе и ввел термин усталость, был Ж. Понселе, который уже в 1828 — 1829 гг. в своем курсе [465] говорил об усталости металлов.

Первой научной работой по прочности материалов при напряжениях, циклически изменяющихся во времени, являлась статья М. Рэнкина, опубликованная в 1843 г. [468]. Он установил, что усталостный излом вала начинается с появления маленькой трещины, которая постепенно растет и опоясывает центральную часть вала, в результате чего возникает его разрушение. Рэнкин был не согласен с общераспространенным в то время неверным мнением о том, что разрушение происходит в результате перехода волокнистой структуры сварочного железа в кристаллическое строение. Для увеличения прочности осей он рекомендовал увеличивать радиусы галтелей.

Экспериментальные исследования выносливости железных стержней при изгибе так, чтобы напряжения изменялись по пульсационному циклу, были произведены (начало испытаний в 1848 г. инженерами Генри Джемсом (James H.) и Д. Гальтоном (Galton D.)) на специально построенной для этого машине (рис. 7.1).

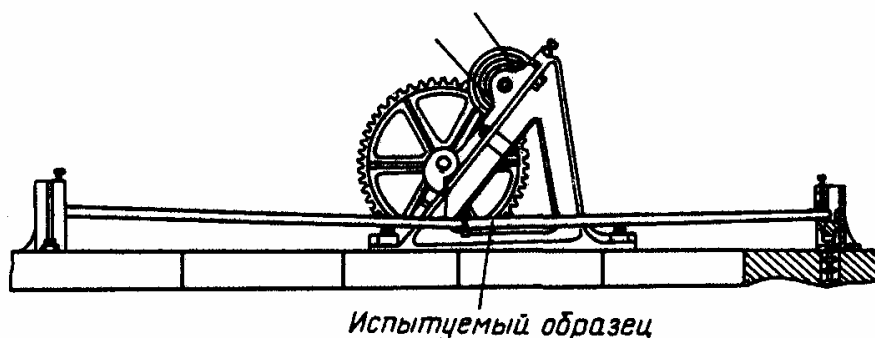


Рис. 7.1

Нагружение производилось вращающимся эксцентриком. Частота производимых им изгибов могла изменяться от 4 до 7 в минуту.

У. Фейрбейрн в 1864 г. произвел испытания на выносливость клепаных двутавровых балок (рис. 7.2), в которых грузом на конце консоли было создано постоянное во времени напряжение. На него

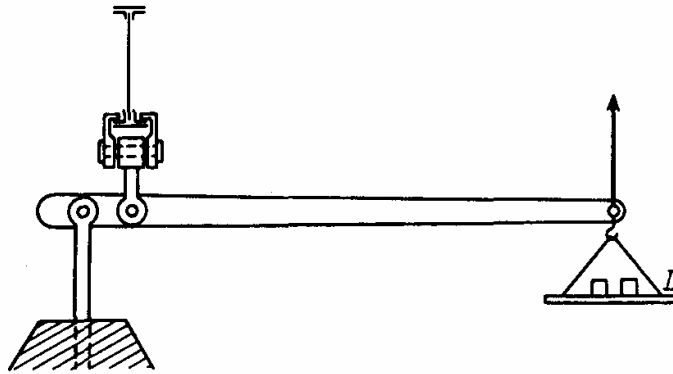


Рис. 7.2

накладывалось переменное напряжение, возникшее в результате движения конца консоли, прикрепленного к равномерно вращающемуся эксцентрику. Таким образом возникал асимметричный цикл изменения напряжений. Число нагружений в минуту было равно 7-8 [286].

Наиболее полное исследование выносливости было выполнено А. Велером в 1858–1870 гг. на сконструированной им машине (рис. 7.3.),

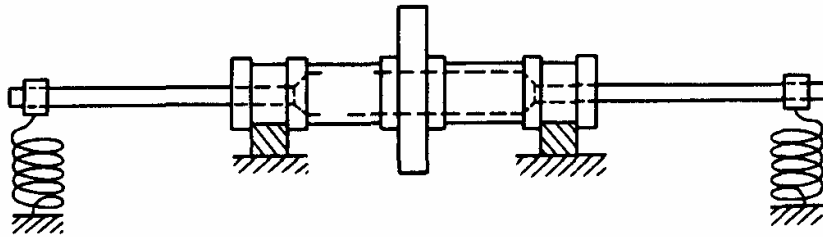


Рис. 7.3

в которой два образца изгибаются по схеме консольной балки. Переменность напряжений достигалась за счет вращения образцов вместе с цилиндром, в котором они закреплены. Частота вращения в машине А. Велера была 15 об/мин. Таким путем в образцах создавался симметричный цикл изменения напряжений. Этот принцип создания переменности напряжений за счет вращения образцов использовался в дальнейшем во многих машинах для испытаний на выносливость, однако схема консольной балки была заменена схемой двухопорной балки, нагруженной двумя одинаковыми силами на равном расстоянии от опор (рис. 7.4). В таком случае средняя часть образца находится в условиях чистого изгиба и влияние касательных напряжений на прочность исключено.

Очевидно А. Велер ввел понятие предела выносливости, который он называл предельным напряжением. Интересно отметить, что при определении предела выносливости А. Велер не использовал график зависимости разрушающего напряжения от числа циклов, который



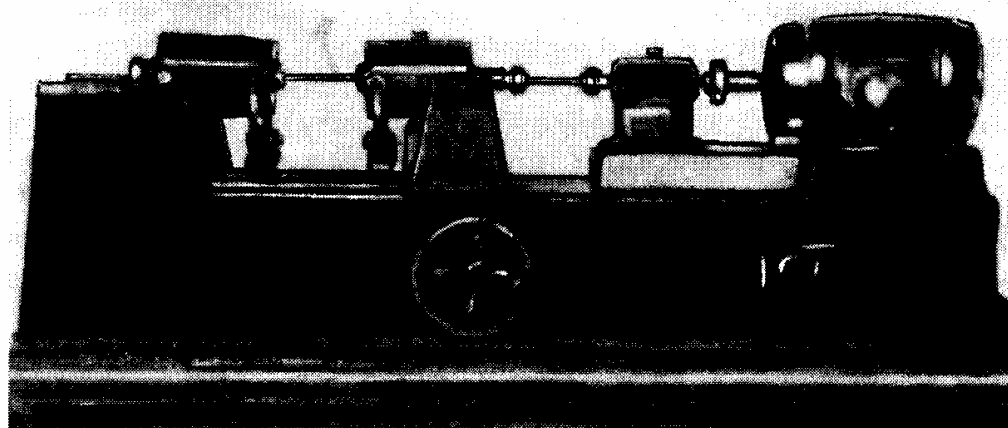


Рис. 7.4

обычно строится в полулогарифмических или логарифмических координатах и в курсе сопротивления материалов называется кривой А. Велера.

А. Велер установил отрицательное влияние на выносливость резких изменений диаметров образцов (ступенчатые валы) и дал верное объяснение этого явления как результата “неправильного распределения”, т.е. концентрации напряжений.

Для создания асимметричных циклов изменения напряжений Велер построил другую машину, в которой испытывались свободно опертые образцы прямоугольного поперечного сечения, а переменность напряжений создавалась эксцентриком, вызывавшим переменные прогибы.

А. Велером были также построены машины для изучения выносливости при растяжении-сжатии и кручении образцов. Он установил, что предел выносливости при симметричном цикле в случае кручения составляет примерно 80% такой же величины в случае растяжения-сжатия.

Основные результаты своих исследований, которые явились основополагающими в изучении выносливости материалов, А. Велер опубликовал в 1858 – 1870 гг. в статьях [504, 505].

Экспериментальных исследований выносливости материалов при одноосном напряженном состоянии и чистом сдвиге и влияния на усталостную прочность закона изменения напряжений, частоты изменения напряжений, перегрузок, тренировок, температуры, концентрации напряжений, качества поверхностных слоев и размеров деталей было произведено очень много. Они послужили основой для разработки методов определения коэффициентов запаса при одноосном напряженном состоянии и чистом сдвиге.

В учебниках по сопротивлению материалов излагается вывод формул для определения коэффициентов запаса, разработанных в трудах С.В. Серенсена и его сотрудников [257, 259].

Определение коэффициентов запаса для частного случая — так называемого “упрощенного плоского напряженного состояния” (или “двухосного смешанного напряженного состояния”) — основывается на результатах экспериментального исследования выносливости при совместном изгибе и кручении, проведенном механиками и инженерами Х. Гафом (Gough H.J.) и Х. Поллэрдом (Pollard H.W.) [371, 372] в 1935 — 1949 гг. Ими были сконструированы и построены две испытательных машины, предназначенные для испытания образцов при синфазном изменении нормальных и касательных напряжений. В первой машине напряжения изменялись по симметричным, а во второй по асимметричным циклам. Описания машин приведены в работах [371, 373], а также в книге [245].

Испытанию подвергались образцы малоуглеродистой и различных легированных сталей, кремнистого, хромомолибденового, хромоникелевого и хромомеднистого чугунов. Часть результатов этих испытаний представлена на рис. 7.5 — 7.7, где в координатах  $\sigma$  и  $\tau$  нанесены точки, соответствующие предельным напряженным состояниям.

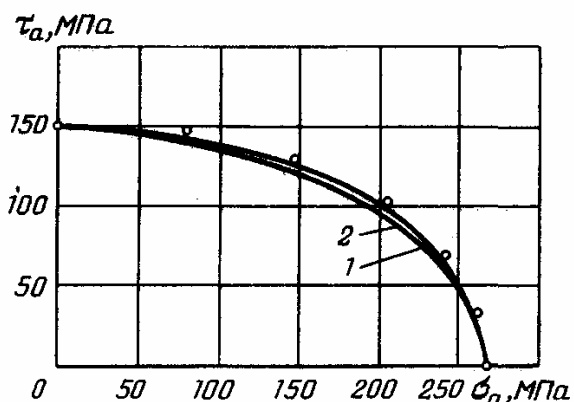


Рис. 7.5

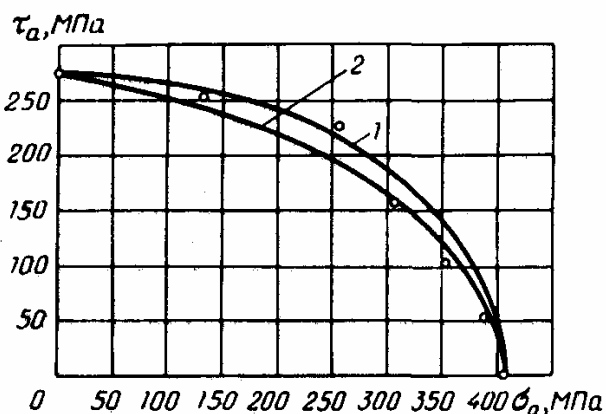


Рис. 7.6

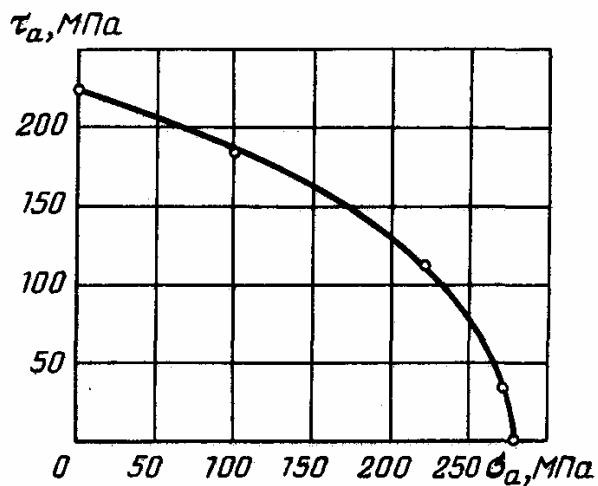


Рис. 7.7

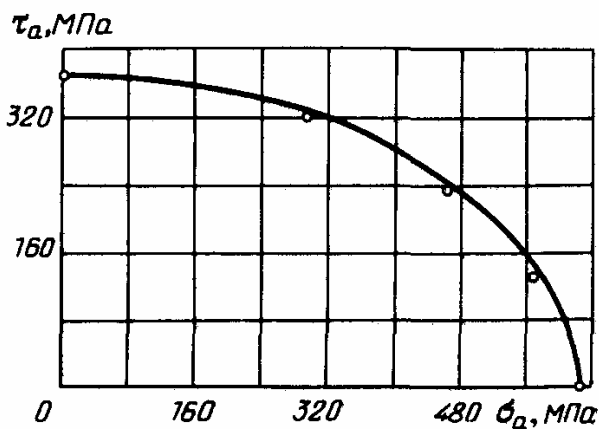


Рис. 7.8

Как следует из рис. 7.5 – 7.7, экспериментально полученные точки для сталей весьма близки к эллипсу (1), построенному по уравнению

$$\left(\frac{\sigma_{\text{пр}}}{\sigma_{-1}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{\text{пр}}}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1, \quad (7.1)$$

а для чугунов – к эллипсу (2), построенному по уравнению

$$\left(\frac{\sigma_{\text{пр}}}{\sigma_{-1}}\right)^2 \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}} - 1\right) + \left(\frac{\sigma_{\text{пр}}}{\sigma_{-1}}\right) \left(2 - \frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right) + \left(\frac{\tau_{\text{пр}}}{\tau_{-1}}\right)^2 = 1. \quad (7.2)$$

В этих формулах  $\sigma_{\text{пр}}$ ,  $\tau_{\text{пр}}$  – предельные значения максимальных нормальных и касательных напряжений, а  $\sigma_{-1}$  и  $\tau_{-1}$  – пределы выносливости при симметричном цикле соответственно для изгиба и кручения.

Эллиптическая зависимость (7.1) была подтверждена опытами механика и инженера Георгия Викторовича Ужика [251] в 1951 г. Им испытывались образцы хромоникелевой стали в условиях совместного изгиба и кручения. Нормальные и касательные напряжения изменялись синфазно по симметричным циклам. Результаты испытаний приведены на рис. 7.8.

Как уже отмечалось, результаты рассмотренных выше экспериментальных работ были получены при синфазном изменении нормальных и касательных напряжений.

С.В. Серенсенем [258] в 1941 г. были проведены испытания образцов конструкционных сталей при совместном изгибе и кручении. Нормальные и касательные напряжения изменялись по симметричным циклам. Максимальные величины этих напряжений были равны. Сдвиг фаз составлял  $\frac{\pi}{2}$ . Как показали результаты испытаний, сдвиг фаз не оказал заметного влияния на прочность. Однако Г.В. Ужик в 1947 г. указал [282], что при ином отношении напряжений и других значениях сдвига фаз можно ожидать существенного влияния асинфазности на усталостную прочность. Это было установлено в результате теоретического анализа изменения во времени максимального касательного напряжения при двухосном смешанном напряженном состоянии. Для полного решения данного вопроса необходимо проведение дальнейших экспериментальных исследований усталостной прочности образцов при наименее благоприятных величинах отношения напряжений и сдвигов фаз.

Испытания стальных образцов, находящихся в условиях совместного изгиба и кручения при асимметричных циклах нормальных и касательных напряжений, изменяющихся синфазно, были проведены также Х.Гафом в 1949 г. [373].

Испытанию подвергались как гладкие образцы, так и образцы с концентраторами напряжений. Рассмотрим подробнее результаты испытаний гладких образцов. В табл. 7.1 представлена программа проведенных исследований. В ней приведены отношения  $\frac{\sigma_a}{\tau_a}$  для различных значений  $\frac{\sigma_m}{\tau_m}$ , при которых проводились опыты. Римскими цифрами обозначены серии опытов при определенных  $\sigma_m$ ,  $\tau_m$  и различных отношениях  $\frac{\sigma_a}{\tau_a}$ . Цифры в круглых скобках соответствуют номерам опытов при имевших место отношениях  $\frac{\sigma_a}{\tau_a}$ .

Таблица 7.1. Программа испытаний гладких образцов, напряжения в которых изменялись синфазно по асимметричным циклам

Постоянное касательное напряжение, МПа	Постоянное нормальное напряжение, МПа		
	$\sigma_m = 0$	$\sigma_m = 268$	$\sigma_m = 536$
$\tau_m = 0$	$\infty(1)$ ( $\tau_a = 0$ ) 3,5 (19) 1,5 (20) 0,5 (21) I ( $\sigma_a = 0$ )      0 (4)	$\infty(2)$  1,5 (28)  II                      0 (13)	$\infty(3)$    III                      0 (14)
$\tau_m = 171$	$\infty(7)$  1,5 (29)  IV                      0 (5)	$\infty(9)$ 3,5 (22) 1,5 (23) 0,5 (24) V                      0 (15)	$\infty(11)$    VI                      0 (16)
$\tau_m = 346$	$\infty(8)$    VII                      0 (6)	$\infty(10)$    VIII                      0 (17)	$\infty(12)$ 3,5 (25) 1,5 (26) 0,5 (27) IX                      0 (18)

На рис. 7.9 и 7.10 в координатах  $\sigma_a$  и  $\tau_a$  нанесены точки, соответствующие предельным напряженным состояниям. Каждая точка получена в результате обработки серии опытов по методу наименьших квадратов. На этих же фигурах представлены эллипсы (7.1), проведенные через экспериментально полученные точки, лежащие на осях координат. Как следует из рис. 7.9 и 7.10, экспериментально полученные точки располагаются достаточно близко к эллипсам.

Испытания с концентраторами напряжений показали, что опытные точки располагаются ближе к эллипсам (7.2). Аналогичные результаты получены в опытах Г.В. Ужика, проведенных при симметричных циклах изменения нормальных и касательных напряжений [284]. Соотношения (7.1) и (7.2) позволяют вывести формулы для

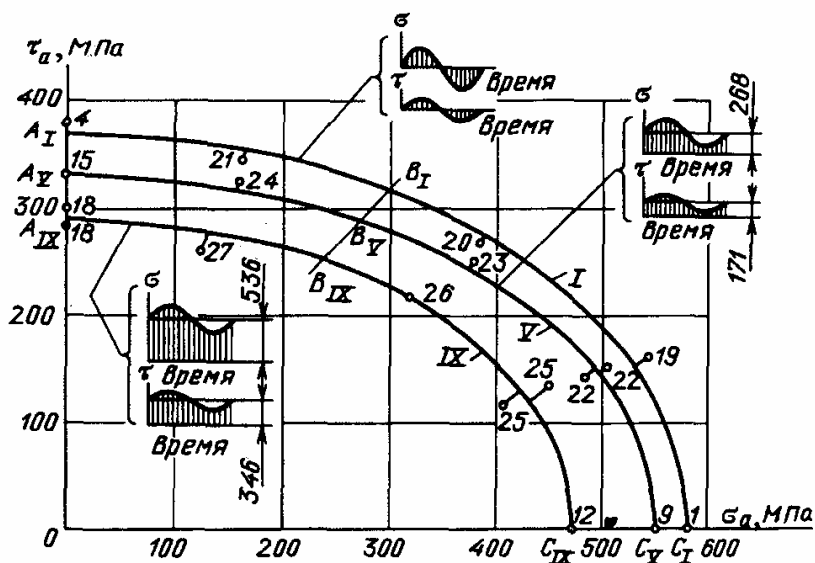


Рис. 7.9

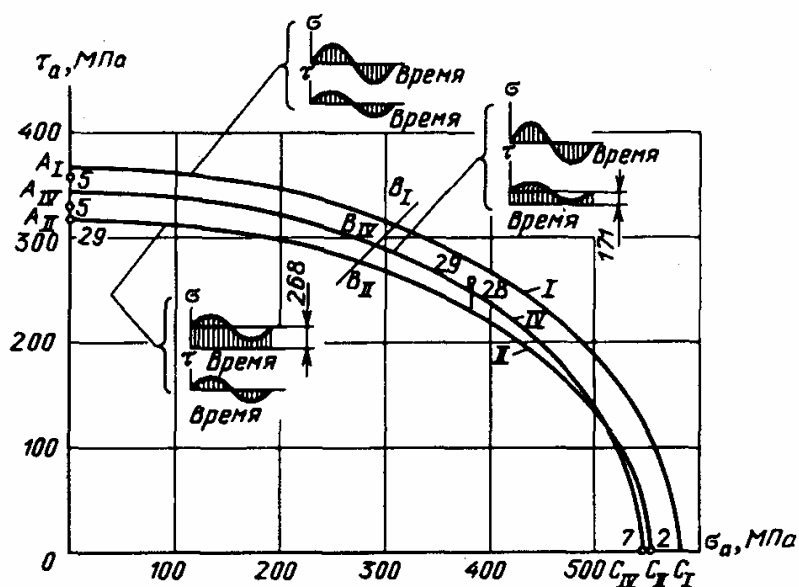


Рис. 7.10

определения коэффициента запаса в рассматриваемом частном случае упрощенного плоского напряженного состояния.

Отметим, что в случае двухосного смешанного напряженного состояния при постоянных во времени напряжениях теория наибольших касательных напряжений и теория “энергии формоизменения” приводят к зависимости (7.1), а теория Мора — к выражению (7.2). Таким образом, соотношения (7.1) и (7.2) можно рассматривать как обобщение результатов, полученных при постоянных во времени напряжениях на случай напряжений переменных.

С.В. Серенсен [256, 258] предложил соотношения (7.1) и (7.2), установленные для симметричного цикла изменения напряжений, распространить на случай асимметричных циклов.

Недостаточная изученность усталостной прочности при напряженных состояниях, отличных от упрощенного плоского, не позволила еще создать надежную теорию, устанавливающую предельное состояние при переменных напряжениях.

## 7.2. ДИНАМИЧЕСКОЕ НАГРУЖЕНИЕ

В курсе сопротивления материалов обычно излагается элементарная теория удара неупругого жесткого тела по упругой системе с одной или двумя степенями свободы. Массой системы по сравнению с массой движущегося груза обычно пренебрегают. Рассматривается несколько случаев: горизонтального и вертикального ударов, а также удара по системе с буфером. Задачи решаются как путем составления уравнения движения груза, так и энергетическим методом.

Еще в лекциях Т. Юнга [506] в 1807 г. было рассмотрено явление горизонтального удара по вертикальному стержню на основе энергетических соображений. Ж. Понселе [465] в 1826 г. изучал продольный удар по стержню и возникающие в результате этого продольные колебания. Он показал, что внезапно приложенная к упругой системе нагрузка вызывает вдвое большее перемещение, чем в случае статического нагружения той же силой.

И. Ходкинсон (Hodgkinson E.) [381, 383, 384] в 1824–1834 гг. рассматривал поперечный удар по двухопорной балке в среднем сечении и при вычислении скорости груза после соударения в предположении неупругого удара ввел в расчет половину массы балки. Это положение было подтверждено расчетом инженера Хоммершема Кокса (Cox H.) [354] в 1849 г., который на основе предположения о том, что форма изогнутой оси балки после соударения мало отличается от таковой при статическом нагружении, или точнее, что отношение скоростей текущего сечения и скорости среднего сечения равно отношению соответствующих прогибов, получил коэффициент приведения массы балки равным  $17/35$ , т.е. почти половину. Далее энергетическим методом он нашел величину максимального прогиба после соударения.

Б. Сен-Венан [477] в 1857 г. рассматривал удар по среднему сечению двухопорной балки, не приводя массу балки к месту удара, и исследовал возникающие после удара колебания, что позволило ему вычислить наибольший прогиб. Расхождение между этим более точным решением и решением Х. Кокса, как и следовало ожидать, тем больше, чем больше масса балки по сравнению с массой груза.

Кроме этой задачи в том же 1857 г. Б. Сен-Венан рассмотрел также горизонтальный продольный удар по стержню и принял коэффициент приведения массы равным  $1/3$ , что следует из предположения о том, что отношение скорости текущего сечения к скорости торца равно отношению продольных перемещений сечений при статическом нагружении. Далее энергетическим методом он определил наибольшее перемещение торцевого сечения после соударения. Так же как и в случае удара по балке, Б. Сен-Венан исследовал возникающие после удара колебания, не приводя массу стержня к месту удара, и, сопоставив точное и приближенное решения, пришел к такому же выводу, как и в случае удара по балке.

### 7.3. БИОГРАФИИ

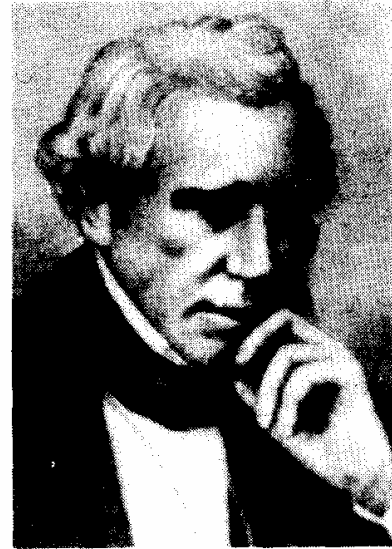
#### Уильям Фейрбейрн

Механик и инженер Уильям Фейрбейрн (Fairbairn W.) (19.02.1789 – 18.08.1874) родился в г. Кельсо (Шотландия, Великобритания) в семье бедного фермера. В 15 лет поступил учеником в механическую мастерскую. По вечерам после работы изучал математику и литературу. В 1811 г. переехал в Лондон. После двух лет жизни в Лондоне и кратковременного пребывания на юге Англии и в Дублине он с 1814 г. поселился в Манчестере, где совместно с механиком Джэмсом Лилли (Lillie J.) открыл собственное предприятие.

Вначале они занялись улучшением оборудования хлопчатобумажной промышленности, в том числе гидросиловых станций для хлопчатобумажных фабрик.

Вскоре, однако, У. Фейрбейрн заинтересовался механическими свойствами материалов. Совместно с И.Ходкинсоном он начал изучение механических свойств чугуна, причем И.Ходкинсон исследовал растяжение и сжатие, а У. Фейрбейрн – изгиб чугуна.

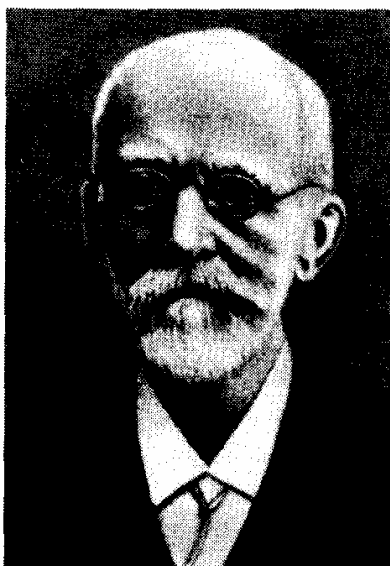
В 1830 г. У.Фейрбейрн провел обширное экспериментальное исследование прочности пластин из кованого железа и заклепочных соединений таких пластин. Он также провел экспериментальное исследование сплющивания труб, подвергнутых наружному давлению. В 1864 г. У.Фейрбейрн провел и экспериментально исследовал выносливость клепаных двутавровых балок [286].



У. Фейрбейрн

Результаты своих многочисленных экспериментов он описал в книге [286], опубликованной в 1856 г. и переведенной на русский язык. В знак признания его научных трудов У.Фейрбейрн был избран членом Лондонского Королевского общества. В 1869 г. получил титул барона.

### Август Велер



А. Велер

Механик и инженер Август Велер (Wöhler A., 1819 – 1914) родился в семье школьного учителя неподалеку от Ганновера (Германия). Окончил Высшую техническую школу в Ганновере. После окончания получил стипендию и командировку для прохождения практики на строительстве железных дорог и паровозных заводах вначале в Берлине, а затем в Бельгии. После возвращения в Ганновер он был назначен заведующим железнодорожными мастерскими в Ганновере, а затем переехал во Франкфурт-на-Одере (Германия), где стал заведовать подвижным составом на Нижне-Силезской железной дороге и где проводил исследования усталостной прочности.

### Сергей Владимирович Серенсен

Механик и инженер С.В. Серенсен (29.08.1905 – 02.05.1977) родился в Хабаровске в семье инженера путей сообщения. В 1919 г. окончил пять классов Киевского реального училища, а в 1926 г. – механический факультет Киевского индустриального института (ныне Киевский политехнический институт). После окончания института поступил в аспирантуру кафедры сельскохозяйственной механики Наркомпроса УССР при этом институте, которым руководил действительный член Академии наук УССР Константин Константинович Симинский (05.03.1879 – 13.06.1932), и в 1929 г. защитил диссертацию на тему “О напряжениях при изгибе анизотропных балок (как плоская задача теории упругости)”.



С 1928 г. по 1934 гг. С.В. Серенсен работал старшим научным сотрудником Института строительной механики АН УССР, с 1934 по 1936 гг. — заместителем директора, а с 1936 по 1940 гг. — директором этого института. В 1934 г. С.В. Серенсен был избран членом-корреспондентом, а в 1939 г. — действительным членом Академии наук УССР. В 1936 г. ему была присвоена ученая степень доктора технических наук без защиты диссертации, а в 1938 г. — ученое звание профессора.



С.В. Серенсен

С 1940 по 1942 гг. С.В. Серенсен руководил сектором выносливости элементов конструкций Института строительной механики АН УССР и отделом прочности моторостроительного завода в г. Уфе, с 1942 по 1967 гг. возглавлял исследования циклической и термической прочности двигателей в ЦИАМе им. П.И. Баранова, а с 1967 г. до последних дней жизни являлся заведующим лабораторией динамической прочности и термопрочности Института машиноведения АН СССР.

Педагогическую деятельность С.В. Серенсен начал на кафедре сопротивления материалов Киевского политехнического института. С 1943 г. он заведовал кафедрой сопротивления материалов в Московском авиационном технологическом институте, а затем был профессором кафедры.

С.В. Серенсеном в 1941 г. были произведены испытания на выносливость образцов конструкционных сталей при совместном изгибе и кручении [258].

Необходимо также отметить работы С.В. Серенсена по прочности стеклопластиков и деталей из них, а также создание им теоретических основ проектирования нового оборудования для исследования прочности материалов и, в частности, выносливости их.

Обладая широкой эрудицией в области механики деформируемого твердого тела и динамики и прочности машин, С.В. Серенсен вел большую работу по консультации работников промышленности.

В 1949 г. за работы по прочности двигателей С.В. Серенсену присуждена Государственная премия. В 1965 г. он был избран почетным доктором (*doctor honoris causa*) Чешского высшего технического училища в Праге.

## ПРИМЕЧАНИЯ

1. Я использую название “Парижская академия наук” в отличие от С.П. Тимошенко, который называет ее Французской академией наук, по следующей причине.

Высшим научным учреждением Франции является Институт Франции, в который входят 5 академий: Французская академия, Академия надписей и изящной словесности, Академия наук, Академия искусств, Академия моральных и политических наук.

Французская академия – старейшая из академий Европы, была основана в 1635 г. кардиналом Ришелье. Задачами академии были совершенствование французского языка, составление Словаря Французского языка. В состав Французской академии наук входят “40 бессмертных” – писатели и литераторы.

Академия надписей и изящной словесности была основана в 1663 г. французским государственным деятелем Жаном Батистом Кольбером (29.08.1619 – 06.09.1683). Задача этой академии – исследование древних и восточных языков, изучение истории.

Академия наук до 1793 г. называлась Королевской академией наук, а также Парижской академией наук. Она основана в 1666 г. также Кольбером и состоит из пяти отделений физико-математических наук и шести отделений химических и естественных наук. В состав Академии наук входит 68 действительных членов, 14 свободных членов, 6 членов по прикладным наукам, 12 французских членов, не проживающих в Париже, 20 иностранных членов, 120 членов-корреспондентов.

Академия искусств была создана в 1803 г. на базе распущенной в 1793 г. Академии живописи и скульптуры, основанной в 1648 г., и Академии архитектуры, созданной в 1665 г. Имеет секции рисования, скульптуры, архитектуры, гравюры, музыкальной композиции.

Академия моральных и политических наук состоит из секций философии, моральных наук, социальных наук, законодательства, публичного права и юриспруденции, политической экономии, статистики и финансов, истории и географии.

Кроме этих академий во Франции имеется ряд академий, не входящих в состав Института Франции.

2. Катлеровскими лекциями назывались лекции, которые финансировались меценатом Катлером. В период 1670–1680 гг. Р.Гук опубликовал шесть Катлеровских лекций.

3. На рис. 1.2 представлено здание Политехнической школы на горе Святой Женевьевы в Латинском квартале, в котором Политехническая школа находилась с 1805 по 1977 гг. В настоящее время она размещается в пригороде Палэсо, на юге Парижа, и занимает площадь 170 га.

4. Сорбонна — название коллежа, основанного в Париже в 1253 — 1257 гг. Капелланом Робертом де Сорбоном. В середине XVII в. коллеж объединился с Парижским университетом и их названия стали отождествляться.

5. Коллеж де Франс — научно-исследовательское и высшее учебное заведение Франции. Основан в 1530 г. королем Франциском I в противовес кастовой рутине и религиозной схоластике, господствовавшей в университетах Франции. Для преподавания была создана группа королевских лекторов — передовых представителей науки Франции.

6. Квакерами назывались члены религиозной христианской общины, основанной в середине XVII века ремесленником Фоксом. Они отвергли церковные богослужения, проповедовали пацифизм и благотворительность.

7. Русский физик — академик Абрам Федорович Иоффе.

8. Крекинг — называется переработка нефти и ее фракций для получения топлива для двигателей, а также химического сырья.

9. Девиацией компаса называется отклонение магнитной стрелки от положения, указывающего направление на север, обусловленное наличием стали в корпусе судна, а также электромагнитными полями судовых установок. Она устраняется с помощью вспомогательных (компенсирующих) магнитов.

10. Национальная академия рысьеглазых — академия наук в Италии, основанная в 1603 г. князем Федерико Чези и его друзьями.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

### А. Работы по истории сопротивления материалов, строительной механике, теории упругости и биографии ученых

1. *Андронов А.А.* Иван Алексеевич Вышнеградский // Люди русской науки. т. II – М.: ОГИЗ ГИТТЛ, 1948 – С. 931 – 941.
2. *Араго Ф.* Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров. – СПб.: Т. I, 1859. – 639 с., Т. II, 1860. – 338 с., Т. III, 1861. – 233 с.
3. *Баничук Н.В., Ишлинский А.Ю.* Исследования Л.Эйлера по механике деформирования твердого тела и их дальнейшее развитие // Исследования по истории физики и механики. – М.: Наука, 1986. – С. 150 – 177.
4. *Белелюбский Н.А.* Johann Vauschinger. Биографические очерки. – СПб.: Издание Собрания инженеров путей сообщения, 1894. – 9 с.
5. *Белкин В.П.* Знаменитый кораблестроитель и выдающийся ученый И.Г.Бубнов. // Проблемы строительной механики корабля: К столетию со дня рождения И.Г.Бубнова. – Л.: Судостроение, 1973. – С.3 – 27.
6. *Белл Дж.Ф.* Экспериментальные основы механики деформируемых тел. Ч. I. Малые деформации – 596с. Ч. II. – Конечные деформации. – 431 с. – М.: Наука, 1984.
7. *Беляев Н.М.* Дмитрий Иванович Журавский. // Люди русской науки. – М.: ОГИЗ ГИТТЛ, Т. II, 1948. – С. 906 – 913.
8. *Бернштейн С.А.* Очерки по истории строительной механики. – М.: Госстройиздат, 1957. – 236 с.
9. Биографический словарь деятелей естествознания и техники. – М.: Большая советская энциклопедия. Т.1, 1958 – 548 с. Т. II, 1959. – 467 с.
10. *Бобынин В.В.* Огюстен Луи Коши // Физико-математические науки в их настоящем и прошедшем. Журнал чистой и прикладной математики, астрономии и физики, издаваемый В.В.Бобыниным, приват-доцентом императорского Московского университета. – 1887. – Том третий. Год третий, № 1, 1-я четверть года – С. 79 – 96, – № 2, 2-я четверть года. – С. 128-192.
11. *Бобынин В.В.* Окатов Михаил Федорович // Биографический словарь профессоров и преподавателей Императорского С. – Петербургского университета за истекшую четверть века его существования 1869 – 1894. – СПб.: 1898. – Т. II – С. 77-78.
12. *Боголюбов А.Н.* Математики и механики. – Киев: Наукова думка, 1983. – 639 с.
13. *Боголюбов А.Н.* Роберт Гук. – М.: Наука, 1984. – 239 с.

14. *Боголюбов А.Н.* Геометрия и механика в творчестве Ж.В. Понселе // Исследования по истории физики и механики. — М.: Наука, 1986. — С. 178 — 191.
15. *Боголюбов А.Н.* Жан Виктор Понселе. — М.: Наука, 1988. — 224 с.
16. *Боголюбов А.Н.* Огюстен Коши и его вклад в механику и физику // Исследования по истории физики и механики. — М.: Наука, 1988. — С. 179 — 199.
17. *Борзов И.* Памяти Сен-Венана. — СПб.: 1888. — 19 с.
18. *Бородин А.И., Бугай А.С.* Биографический словарь деятелей в области математики. — Киев: Радянська школа, 1979. — 607 с.
19. *Води Юрий.* Жизнь и творчество Ауреля Стодолы // Aurel Stodola 1859-1942. Pamiatke storocnice narodenia. Bratislava. Vydavatel'stvo Slovenskej Academie Vied. 1959. — С. 47 — 90.
20. *Вольмир А.С.* Очерк жизни и деятельности И.Г. Бубнова // И.Г. Бубнов. Труды по теории пластин. — М.: Гостехиздат, 1953. — С. 309 — 373.
21. Воспоминания о П.Ф. Папковиче. — Л.: Наука, 1984. — 277 с.
22. *Воронина М.М.* Габриэль Ламе. — Л.: Наука, 1987. — 197 с.
23. *Галеркин Б.Г.* Биографический очерк // Б.Г. Галеркин. Собрание сочинений. Т. I. — М.: Издательство Академии наук СССР. — 1952 г. — С. 5-8.
24. *Гербель Н. Д.И.* Журавский // Гимназия высших наук и лицей князя Безбородко. — СПб.: 1881. — С. 390-398.
25. *Голубев В.В.* Николай Егорович Жуковский. Биографический очерк // Н.Е.Жуковский, Полное собрание сочинений. Т. 1. — М.-Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1937. — С. 45-55.
26. *Григолюк Э.И. С.П.* Тимошенко и его работы в области устойчивости деформируемых систем // С.П. Тимошенко. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. — М.: Наука, 1971. — С. 731 — 800.
27. *Григолюк Э.И. С.П.* Тимошенко и его труды по проблемам механики твердого деформируемого тела и расчету инженерных сооружений. // С.П.Тимошенко. Статические и динамические проблемы теории упругости. — Киев: Наукова думка, 1975. — С. 515 — 558.
28. *Григолюк Э.И.* Степан Прокофьевич Тимошенко (1878 — 1972). // МГУ. Институт механики. Научные труды № 47. — М.: Издательство Московского университета, 1977. — 59 с.
29. *Григорьян А.Т.* Очерки истории механики в России. — М.: Издательство Академии наук СССР, 1961. — 291 с.
30. *Григорьян А.Т.* Механика от античности до наших дней. — М.: Наука, 1974. — 479 с.
31. *Григорьян А.Т.* Очерк развития механики в СССР. — М.: Русский язык, 1979. — 277 с.

32. *Григорьян А.Т., Ковалев Б.Д.* Даниил Бернулли. — М.: Наука, 1981. — 318 с.
33. *Григорьян А.Т., Фрадлин Б.Н.* История механики твердого тела. — М.: Наука, 1982. — 293 с.
34. *Григорьян А.Т.* Леонард Эйлер: Исследования по истории механики. — М.: Наука, 1983. — С. 209–219.
35. *Гришкова Н.П., Георгиевская В.В.* Александр Николаевич Динник. — Киев: Издательство АН УССР, 1956. — 51 с.
36. *Гуковский М.А.* Механика Леонардо да Винчи. — М.; Л.: Издательство Академии наук СССР, 1947. — 815 с.
37. *Дельвиг А.И.* Мои воспоминания. Т. 1, 1813 — 1842 гг. — СПб.: 1913. — С. 129-131.
38. *Джанелидзе Г.Ю.* Принцип Сен-Венана (К столетию принципа). // Труды Ленинградского политехнического института им. М.И. Калинина. — 1958. — № 192. — С. 7 — 20.
39. *Джанелидзе Г.Ю.* Жизнь и научная деятельность Б.Сен-Венана // Б. Сен-Венан. Мемуар о кручении призм. Мемуар об изгибе призм. — М.: Физматгиз, 1961. — С. 9 — 14.
40. *Домбровская Е.А.* Николай Егорович Жуковский. 1847-1921 гг. Воспоминания и материалы к биографии. — М.—Л.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1939. — 247 с.
41. *Евграфов Г.К.* Журавский Дмитрий Иванович (1821-1891) // Ученые и изобретатели железнодорожного транспорта. — М.: Государственное транспортное железнодорожное издательство. Сборник статей, 1956. — С. 51-60.
42. *Журавский Д.И.* П.И.Собко // Гимназия высших наук и лицей князя Безбородко. — СПб.: 1881. — С. 457-460.
43. История механики с древнейших времен до конца XVIII века. — М.: Наука, 1971. — 296 с.
44. История механики в России. — Киев: Наукова думка, 1987. — 390 с.
45. *Ишлинский А.Ю.* О вкладе В.Г.Шухова в проектирование и расчет строительных конструкций // В.Г.Шухов, Избранные труды. Строительная механика. — М.: Наука, 1977. — С. 4-9.
46. *Ишлинский А.Ю.* Механика. Идеи, задачи, приложения. — М.: Наука, 1985. — 623 с.
47. *Калмыков П.В., Носов А.Н.* К 80-летию со дня рождения А.К. Верещагина // Строительная механика и расчет сооружений. — 1977. — № 2. — С. 58-59.
48. *Капица П.Л.* Письма к матери. 1921 — 1926 // Новый мир. — 1986. — № 5. — С. 202.
49. *Келдыш М.В.* Леонид Самуилович Лейбензон // Л.С.Лейбензон. Собрание трудов. — М.: Издательство Академии наук СССР. — 1951. — Т. 1. Теория упругости. — С. 5-7.

50. *Кирпичев В.Л.* Иван Алексеевич Вышнеградский как профессор и ученый // Вестник общества технологов. — 1895. — № 6. — С. 95-100.
51. *Кирпичев К.Л.* Харлампий Сергеевич Головин (некролог) // Инженерный журнал. — 1904. — № 4. — С. 1-13.
52. *Кляус Е.М.* Джемс Клерк Максвелл // Джемс Клерк Максвелл. Статьи и речи. — М.: Наука, 1968. — С. 339-368.
53. *Копелевич Ю.Х., Ожигова Е.П.* Научные академии стран Западной Европы и Северной Америки. — Л.: Наука, 1989. — 413 с.
54. *Космодемьянский А.А.* Очерки по истории механики. — М.: Наука, 1982. — 294 с.
55. *Космодемьянский А.А.* Николай Егорович Жуковский. 1847—1921. — М.: Наука, 1984. — 192 с.
56. *Крылов А.Н.* Леонард Эйлер // Леонард Эйлер. 1707-1783. Сборник статей и материалов к 150-летию со дня смерти. — М.—Л. Издательство Академии наук СССР, 1935. — С. 1-28.
57. *Крылов А.Н.* Жозеф Луи Лагранж // Жозеф Луи Лагранж. 1736 — 1936. Сборник статей к 200-летию со дня рождения. — М.—Л.: Издательство Академии наук СССР, 1937. — С. 1-16.
58. *Крылов А.Н.* Мои воспоминания. — Л.: Судостроение, 1984. — С. 332.
59. *Кузнецов Б.Г.* Эйнштейн. — М.: Издательство Академии наук СССР, 1963. — С. 188.
60. *Кузнецов Б.Г.* Галилей. — М.: Наука, 1964. — 326 с.
61. *Ларман Э.К.* Аксель Вильгельмович Гадолин. — М.: Наука, 1969. — 80 с.
62. *Липилин В.* Алексей Николаевич Крылов. — М.: Молодая гвардия, 1983. — 223 с.
63. *Лопатто А.Э.* В.Г. Шухов — выдающийся русский инженер. — М.: Издательство Академии наук СССР, 1951. — 126 с.
64. *Лучининов С.* Великий кораблестроитель. — М.: Военно-морское издательство, 1951. — 96 с.
65. *Лысенко В.И.* Николай Иванович Фусс. 1755—1826. — М.: Наука, 1975. — 119 с.
66. *Ляв А.* Математическая теория упругости. — М.: ОНТИ, 1935. Введение. Исторический обзор. — С. 13-43.
67. *Максвелл Д.К.* Герман Людвиг Фердинанд Гельмгольц. // Джемс Клерк Максвелл. Статьи и речи. — М.: Наука, 1968. — С. 174-181.
68. *Митинский А.Н., Ашкенази Е.К.* Об одной малоизвестной работе Д.И.Журавского // Вестник инженеров и техников. — 1951. — № 4. — С. 262-265.
69. *Митинский А.Н.* Жизнь и научно-инженерная деятельность Ф.С. Ясинского // Ф.С.Ясинский. Избранные работы по устойчивости сжатых стержней. — М.: Гостехиздат, 1952. — С. 223 — 406.

70. *Митинский А.Н., Ашкенази Е.К.* Первая русская машина для испытания металлов на прочность // Вестник машиностроения. — 1954. — № 1. — С. 99-102.
71. *Митинский А.Н., Беляев А.Н., Кушелев Н.Ю., Саталкин А.В., Сеницкий А.К.* Очерк о жизни деятельности Н.М.Беляева. // Н.М. Беляев. Труды по теории упругости и пластичности. — М.: Гостехиздат, 1957. — С. 465 — 604.
72. *Морозов Ю.Н.* Первая модель крешерного пресса системы Гагарина // Инженерный сборник. — 1948. — Т. 3. — Вып. 2. — С. 3-9.
73. *Никифорский В.А.* Великие математики Бернулли. — М.: Наука, 1984. — 176 с.
74. *Николаи Е.Л.* О работах Эйлера по теории продольного изгиба // Е.Л.Николаи. Труды по механике. — М.: Гостехиздат, 1955. — С. 433 — 454.
75. *Николаи Е.Л.* Задача Лагранжа о наивыгоднейшем очертании колонн // Е.Л.Николаи. Труды по механике. — М.: Гостехиздат, 1955. — С. 9-44.
76. *Пасецкий В.М.* Адольф Яковлевич Купфер. — М.: Наука, 1984. — 207 с.
77. *Патон Е.О.* Воспоминания. — Киев: Державне видавництво художньої літератури, 1956. — 320 с.
78. *Петропавловская И.А.* Владимир Григорьевич Шухов. (Краткий биографический очерк) // В.Г. Шухов. Избранные труды. Строительная механика. — М.: Наука, 1977. — С. 10-20.
79. *Писаренко Г.С.* Степан Прокофьевич Тимошенко. М.: Наука, 1991. — 239 с.
80. *Писаренко Г.С.* Сергей Владимирович Серенсен // С.В. Серенсен. Избранные труды. Т. 1. Прочность материалов и элементов конструкций при статическом нагружении. — Киев: Наукова думка, 1985. — С. 5-9.
81. *Протасов К.Г.* Белелюбский Николай Аполлонович (1848-1922) // Ученые и изобретатели железнодорожного транспорта. — М.: Государственное транспортное железнодорожное издательство. Сборник статей. — 1956. — С. 61-90.
82. *Районов Т.И.* Роберт Гук и его трактат об экспериментальном методе // Научное наследство. — М.—Л.: Издательство Академии наук СССР, 1948. — Т. 1. — С. 655-767.
83. *Рабинович И.М.* Воспоминания 1904 — 1974. — М.: Наука, 1984. — 158 с.
84. *Ракчеев Е.Н.* Х.С. Головин // Известия Академии наук СССР. Отделение технических наук. — 1954. — № 3. — С. 146-149.
85. *Ракчеев Е.Н.* Дмитрий Иванович Журавский. — М.: Наука, 1984. — 240 с.



86. Соколовская З.К. 400 биографий ученых. - М.: Наука, 1984. - 510 с.
87. Стипанин Э. Бошкович и Эйнштейн // Исследования по истории механики. - М.: Наука, 1983. - С. 219-244.
88. Тимошенко С.П. История сопротивления материалов с краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений. - М.: Гостехиздат, 1957. - 536 с.
89. Тимошенко С.П. Воспоминания. - Киев: Наукова думка, 1993. - 424 с.
90. Трусделл К. Этапы развития понятия напряжения // Проблемы механики сплошной среды. К 70 - летию академика Н.И.Мусхелишвили. - М.: Издательство Академии наук СССР, 1961. - С. 439-447.
91. Тюлина И.А. История и методология механики. - М.: Изд-во Московского университета, 1979. - 282 с.
92. Уэвелл У. История индуктивных наук от древнейшего до настоящего времени. - СПб.: Т. 1. - 589 с., Т. 2. - 869 с., Т. 3. - 912 с., 1867.
93. Филонович С.Р. Шарль Кулон. - М.: Просвещение, 1988. - 111 с.
94. Филонович С.Р. Томас Юнг как историк науки // Исследования по истории физики и механики. - М.: Наука, 1990. - С. 78-92.
95. Чеканов А.А. Виктор Львович Кирпичев. - М.: Наука, 1982. - 176 с.
96. Черепашинский М. Краткий методический очерк развития строительной механики. - М.: 1888. - 33 с.
97. Чернов С.Н. Леонард Эйлер и Академия наук // Леонард Эйлер (1707 - 1783). Сборник статей и материалов к 150-летию со дня смерти. - М.-Л.: Издательство Академии наук СССР, 1935. - С. 163-238.
98. Шателен М.А. Андрей Григорьевич Гагарин // Труды Ленинградского политехнического института. - Л.: 1949. - № 1. - С. 59-70.
99. Шмутцер Э., Шютц В. Галилео Галилей. - М.: Мир, 1987. - 142 с.
100. Шухардин С.В. Аксель Вильгельмович Гадолин // Люди русской науки. Т. 2.- М.: Гостехиздат, 1948. - С. 923-930.
101. Юшкевич А.П. Леонард Эйлер. Жизнь и творчество // Развитие идей Леонарда Эйлера и современная наука. Сборник статей. - М.: Наука, 1988. - С. 15-46.
102. Янушевич Е.С. О расчете бруса большой кривизны // Расчеты на прочность, жесткость, устойчивость и колебания. Сорник статей. - М.: Машгиз, 1955. - С. 109 - 130.
103. Andrade E.N. da C. Robert Hook //Proceedings of the Royal Society. - London. - 1950. - V. 201. - P. 439-479.

104. *Belhoste B.* Cauchy 1789-1857. Un mathématicien légitimiste au XIXe siècle. — Paris; Berlin, 1985. — 226 p.
105. *Benes J.* Frantisek Josef Gerstner (1756 — 1832) // *Vesmir. Prirodovedecký časopis Československé a Slovenské Akademie věd.* — 1988. — Ročník 67. — N 2. — S. 117.
106. *Bjoerkman A.* Folke Odqvist. // *Recent progress in applied mechanics. The Folke Odqvist volume.* — Stockholm: Almqvist and Wiksell. 1967. — P. 11-12.
107. *Bolek A., Brabec F.* a kolektiv. Stopami průkopníku k dnešku. — Praha: České vysoké učení technické v Praze. Strojní fakulta. — 1989. — 62 s.
108. *Hollister S.C.* The life and works of Charles Augustin Coulomb // *Mechanical Engineering.* — 1936. — V. 58. — N 10. P. 615-620.
109. *Noack W.G.* Prof. Dr. A. Stodola // *Festschrift Prof. Dr. A. Stodola zum 70 Geburtstag.* — Zürich und Leipzig: Orell Fussli Verlag. — 1929. — S. IX — XXIII.
110. *Odqvist F.K.G.* Historical survey of the development of creep mechanics from its beginning in the last century to 1970. // *Creep in Structures.* — Berlin: Springer Verlag, 1981. — P. 1-12.
111. *Saint-Venant B.* Historique abrégé des recherches sur la résistance et sur l'élasticité des corps solides // *Navier L.M.H. Résumé des leçons données à l'école des ponts et chaussées sur l'application de la mécanique. Résistance des corps solides.* — Paris: 1864. — P. XC — CCCXL.
112. *Szewalski R.* Zyciorys // *M.T. Huber. Pisma. T.I.* — Warszawa: Państwowe wydawnictwo naukowe. — 1964. — S. 9-20.
113. *Szewalski R.* Włodzimierz Burzyski (1900-1970) // *Włodzimierz Burzyski. Dzieła wybrane.* — Warszawa: Państwowe wydawnictwo naukowe. — 1982. — S. 9-17.
114. *Tait P.G.* Memoire // *Miscellaneous scientific papers by W.J. Macquorn Rankine.* — London: Charles Griffin and Company, 1881. — P. 19 — 36.
115. *Todhunter I., Pearson K.* A history of the theory of elasticity and of the strength of materials from Galilei to lord Kelvin. V.I: Galilei to Saint-Venant — 936 p. V. II. Saint-Venant to lord Kelvin. Part I — 762 p. Part II — 546 p. — New-York: Dover Publications. Inc. — 1960.
116. *Truesdell C.A.* The rational mechanics of flexible of elastic bodies, 1638-1788. Introduction to Leonhardi Euleri Opera Omnia. V.X, XI, Series secundae. — Zürich: Orell Fussli, 1960.
117. *Truesdell C.A.* Essays in the history of mechanics. — Berlin: Springer Verlag, 1968. — 384 p.
118. *Tribout H.* Un grand savant le général Jean Victor Poncelet, 1788-1867. — Paris: 1936. — 225 p.

**Б. Оригинальные работы**

119. *Арутюнян Н.Х.* Некоторые вопросы теорий ползучести. — М.—Л.: Гостехиздат, 1952. — 323 с.
120. *Арутюнян Н.Х., Абрамян Б.Л.* Кручение упругих тел. — М.: Физматгиз, 1962. — 686 с.
121. *Арутюнян Н.Х., Колмановский В.Б.* Теория ползучести неоднородных тел. — М.: Наука, 1983. — 336 с.
122. *Арутюнян Н.Х., Дроздов А.Д., Наумов В.В.* Механика растущих вязкоупругопластических тел. — М.: Наука, 1987. — 471 с.
123. *Белелюбский Н.А.* Курс строительной механики. Вып. 1. Ч. 1: Теория сопротивления материалов. — 228 с. Ч. 2. Устойчивость сооружений. — 102 с. Прибавления к курсу строительной механики. — 140 с. СПб.: 1885.
124. *Беляев Н.М.* Лабораторные работы по сопротивлению материалов. — М.: Гостехиздат, 1951. — 336 с.
125. *Беляев Н.М.* Сопротивление материалов. — М.: Гостехиздат, 1953. — 856 с.
126. *Беляев Н.М.* Местные напряжения при сжатии упругих тел // Н.М.Беляев. Труды по теории упругости и пластичности. — М.: Гостехиздат, 1957. — С. 57 — 145.
127. *Беляев Н.М.* Устойчивость призматических стержней под действием переменных продольных сил // Н.М.Беляев. Труды по теории упругости и пластичности. — М.: Гостехиздат, 1957. — С. 146 — 173.
128. *Бидерман В.Л.* Применение метода прогонки для численного решения задач строительной механики // Инженерный журнал. Механика твердого тела. — 1967. — № 5. — С. 62-66.
129. *Бидерман В.Л.* Механика тонкостенных конструкций. Статика. — М.: Машиностроение, 1977. — 488 с.
130. *Биргер И.А.* Круглые пластинки и оболочки вращения. — М.: Оборонгиз, 1961. — 369 с.
131. *Биргер И.А., Мавлютов Р.Р.* Сопротивление материалов. — М.: Наука, 1986. — 560 с.
132. *Бобылев Д.К.* О некоторых случаях изгиба прямых стержней под влиянием сосредоточенных грузов и сопротивления грунтов. — СПб.: Издание Института инженеров путей сообщения, 1902. — 24 с.
133. *Бойл Дж., Спенс Дж.* Анализ напряжений в конструкциях при ползучести. — М.: Мир, 1986. — 306 с.
134. *Болотин В.В.* Динамическая устойчивость упругих систем. — М.: Гостехиздат, 1956. — 600 с.
135. *Болотин В.В.* Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. — М.: Физматгиз, 1961. — 339 с.
136. *Бриджмен П.В.* Новейшие работы в области высоких давлений. — М.: ИЛ, 1948. — 299 с.

137. *Бриджмен П.В.* Исследования больших пластических деформаций и разрыва. Влияние высокого гидростатического давления на механические свойства материалов. — М.: ИЛ, 1955. — 444 с.
138. *Бубнов И.Г.* Строительная механика корабля. — СПб.: Издание морского министерства, Ч. 1, 1912. — 330 с., Ч. 2, 1914. — 309 с.
139. *Верещагин А.К.* Новые методы расчета статически неопределимых систем // Строительная промышленность, — 1925. — № 9. — С. 654-657.
140. *Власов В.З.* Строительная механика оболочек. — М.: ОНТИ, 1936. — 263 с.
141. *Власов В.З.* Строительная механика тонкостенных пространственных систем. — М.: Госстройиздат, 1949.
142. *Власов В.З.* Общая теория оболочек и ее приложения в технике. — М.: Гостехиздат, 1979. — 784 с.
143. *Власов В.З.* Тонкостенные упругие стержни. — М.: Физматгиз, 1959. — 568 с.
144. *Власов В.З., Леонтьев Н.Н.* Балки, плиты и оболочки на упругом основании. — М.: Физматгиз, 1960. — 491 с.
145. *Вышнеградский И.А.* Курс подъемных машин. Ч. 1-2. О частях машин, служивых для подвешивания грузов. Простейшие переносные подъемные машины. — СПб.:1872. — 219 с.
146. *Гадолин А.В.* О сопротивлении стен орудий давлению пороховых газов при выстреле // Артиллерийский журнал. — 1858. — № 3. — С. 28-75.
147. *Гадолин А.В.* Теория орудий, скрепленных обручами. // Артиллерийский журнал. — 1861. — № 12. — С. 1033 — 1071.
148. *Гадолин А.В.* О сопротивлении орудий открыванию казенной части при употреблении для запирания казны механизма Трель де Больше // Артиллерийский журнал. — 1869. — № 2. — С. 211-259.
149. *Галеркин Б.Г.* Стержни и пластинки. Ряды в некоторых вопросах упругого равновесия стержней и пластинок // Б.Г. Галеркин. Собрание сочинений. — М.: Издательство Академии наук СССР. — 1952. — Т. I. — 168-195.
150. *Галилей Г.* Сочинения, Т. I. Беседы и математические доказательства, касающиеся двух новых отраслей науки, относящихся к механике и местному движению. — М.—Л.: ОНТИ, 1934. — 695 с.
151. *Гвоздев А.А.* Определение величины разрушающей нагрузки для статически неопределимых систем, претерпевающих пластические деформации. // Труды конференции по пластическим деформациям. — М.; Л.: Издательство Академии наук СССР, 1938. — С. 19-30. Перевод — International Journal of Mechanical Sciences, — 1960, Vol. 1, — № 4. — P. 322 — 335.
152. *Гвоздев А.А.* Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. — М.: Госстройиздат, 1949. — 280 с.

153. *Генки Г.* К теории пластических деформаций и вызываемых ими в материале остаточных напряжений. // Теория пластичности. Сборник статей. – М.: ИЛ, 1948. – С. 117 – 135.

154. *Головин Х.С.* Одна из задач статики упругого тела. // Известия Санкт-Петербургского практического технологического института. – СПб.: – 1880–1881. – Т. 3. – С. 373-410.

155. *Гольденвейзер А.Л.* Теория упругих тонких оболочек. – М.: Наука, 1976. – 512 с.

156. *Григорьев А.С.* Равновесие безмоментных оболочек вращения при больших деформациях. // Прикладная математика и механика. – 1961. – Т. XXV. – С. 1087-1090.

157. *Григорьев А.С.* О теории и задачах равновесия оболочек при больших деформациях. // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. – 1979. – № 1. – С. 163-168.

158. *Динник А.Н.* Удар и сжатие упругих тел. // А.Н.Динник. Избранные труды, Т. 1. – Киев: Издательство АН УССР. 1952. – С. 15-114.

159. *Динник А.Н.* Приложение функций Бесселя к задачам теорий упругости. Ч.1. Статика. // А.Н.Динник. Избранные труды. Т. II. – Киев: Издательство АН УССР, 1955. – С. 6 – 122.

160. *Динник А.Н.* О расчете сжатых стоек переменного сечения. // А.Н.Динник. Избранные труды. Т. III. – Киев: Издательство АН УССР, 1956. – С. 202-210.

161. *Динник А.Н.* Устойчивость упругих систем. // А.Н.Динник. Избранные труды. Т. III. – Киев: Издательство АН УССР, 1956. – С. 6-95.

162. *Динник А.Н.* Продольный изгиб. Кручение. – М.: Издательство Академии наук СССР, 1955. – 392 с.

163. *Евневич И.А.* Руководство к изучению законов сопротивления строительных материалов с присоединением общих начал теории упругости твердых тел. – СПб.: 1868. – 235 с.

164. *Жуковский Н.Е.* Связь между вопросами о движении материальной точки и о равновесии гибкой нити. // Н.Е. Жуковский. Полное собрание сочинений. Т. 1. – М.: ОНТИ, 1937. – С. 86-89.

165. *Жуковский Н.Е.* Вывод основных формул теории упругости. // Н.Е.Жуковский. Полное собрание сочинений. Т. VIII. – М.: ОНТИ, 1937. – С. 9-12.

166. *Жуковский Н.Е.* Об упругой оси турбины Лаваля. // Н.Е. Жуковский. Полное собрание сочинений. Т.1. – М.: ОНТИ, 1937. – С. 461-477.

167. *Жуковский Н.Е.* Распределение давления на нарезках винта и гайки. // Н.Е. Жуковский. Полное собрание сочинений. Т. VIII. – М.: ОНТИ, 1937. – С. 48-56.

168. Жуковский Н.Е. О прочности велосипедного колеса. // Н.Е. Жуковский. Полное собрание сочинение. Т. VIII. — М.: ОНТИ, 1937. — С. 57-70.

169. Жуковский Н.Е. О приложении в строительной механике уравнения:  $\frac{d^4 y}{dx^4} = -4 \alpha^4 y$  // Н.Е. Жуковский. Полное собрание сочинений. Т. VIII. — М.: ОНТИ, 1937. — С. 76-104.

170. Жуковский Н.Е. Исследование устойчивости конструкций аэропланов // Н.Е. Жуковский. Полное собрание сочинений. Т. УШ. — М.: ОНТИ, 1937. — С. 112-220.

171. Жуковский Н.Е. О колебании паровоза на рессорах // Н.Е. Жуковский. Полное собрание сочинений. Т. VIII. — М.: ОНТИ, 1937. — С. 271 — 279.

172. Журавский Д.И. О мостах раскосной системы Гау. — СПб.: 1855. — 161 с. Приложение III. Замечания относительно сопротивления бруса, подверженного силе, нормальной к его длине. — С. 139 — 161.

173. Закономерности ползучести и длительной прочности. Справочник // А.Л. Аршакуни, А.М. Локощенко, В.Н. Киселевский, В.И. Ковпак, Г.П. Мельников, О.В. Соснин, И.И. Трунин, А.А. Чижик, С.А. Шестериков. — М.: Машиностроение, 1983. — 100 с.

174. Ильюшин А.А. Пластичность. — М.: Гостехиздат, 1948. — 346 с.

175. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Сопротивление материалов. — М.: Физматгиз, 1959. — 371 с.

176. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. — М.: Издательство Академии наук СССР, 1963. — 271 с.

177. Илюхин А.А. Пространственные задачи нелинейной теории упругих стержней. — Киев: Наукова думка, 1979. — 216 с.

178. Ишлинский А.Ю. Гипотеза прочности формоизменения // А.Ю. Ишлинский. Прикладные задачи механики. Книга первая. Механика вязкопластических и не вполне упругих тел. — М.: Наука, 1986. — С. 104 — 114.

179. Карман Т. Опыты на всестороннее сжатие // Новые идеи в технике. — 1915. — № 1. — 102 с.

180. Качанов Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести // Известия Академии наук СССР. Отделение технических наук. — 1958. — № 8. — С. 26-31.

181. Качанов Л.М. Теория ползучести. — М.: Физматгиз, 1960. — 455 с.

182. Кирпичев В.Л. Оптическое изучение упругих деформаций. — СПб.: 1913. — 96 с.

183. Кирпичев В.Л. Об усталости металлов в связи с их кристаллическим строением. // Вестник общества технологов. — 1914, — № 2. — С. 26-31.

184. *Кирпичев В.Л.* Сопротивление материалов. Учение о прочности построек и машин. — М.: Государственное издательство, 1923. — Ч. I. — 399 с. — Ч. II. — 497 с.
185. *Кирпичев В.Л.* Беседы о механике. Основные вопросы механики системы. — М.: ГТТИ, 1933. — 270 с.
186. *Кирпичев В.Л.* Основания графической статики. — М.: ГТТИ, 1933. — 227 с.
187. *Кирпичев В.Л.* Лишние неизвестные в строительной механике. Расчет статически неопределимых систем. — М.-Л.: ОНТИ, 1934. — 140 с.
188. *Колосов Г.В.* О поверхностях, демонстрирующих распределение срезающих усилий в точке сплошного деформируемого тела. // Прикладная математика и механика. — 1933. — Т. 1. — Вып. 1.
189. *Колосов Г.В.* Применение комплексной переменной к теории упругости. — М.-Л.: ОНТИ, 1935. — 224 с.
190. *Котельников С.* Книга, содержащая в себе учение о равновесии и движении тел. — СПб.: 1774.
191. *Крылов А.Н.* О формах равновесия сжатых стоек при продольном изгибе. // Известия Академии наук СССР. Отделение математических и естественных наук. — 1931. — № 7. — С. 963-976.
192. *Крылов А.Н.* О расчете балок, лежащих на упругом основании. — Л.: Издательство Академии наук СССР, 1931. — 154 с.
193. *Крылов А.Н.* Лекции о приближенных вычислениях. — Л.: Издательство Академии наук СССР, 1933. — 541 с.
194. *Крылов А.И.* О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющей приложение в технических вопросах. — Л.: Издательство Академии наук СССР, 1933. — 472 с.
195. Курс сопротивления материалов // М.М.Филоненко-Бородич, С.И. Изюмов, В.А.Олисов, И.Н.Кудрявцев, Л.И.Мальгинов. — М.: Гостехиздат. Ч. 1, 1955. — 644 с., Ч. 2, 1956. — 539 с.
196. *Лагранж Ж.* Аналитическая механика. — М.; Л.: Гостехиздат, 1950. Т. 1 — 594 с., Т.2 — 440 с.
197. *Лейбензон Л.С.* Сопротивление закрученных стоек // Академик Л.С. Лейбензон. Собрание трудов. — М.: Издательство Академии наук СССР. Т.1. Теория упругости, 1951. — С. 23-38.
198. *Лейбензон Л.С.* Элементы математической теории пластичности. — М.: Гостехиздат, 1943. — 112 с.
199. *Лейбензон Л.С.* Вариационные методы решения задач теории упругости. — М.: Гостехиздат, 1943. — 287 с.
200. *Лейбензон Л.С.* Курс теории упругости. — М.: Гостехиздат, 1947. — 464 с.
201. *Лойцянский Л.Г., Лурье А.И.* Теоретическая механика. — М.: ГТТИ. Ч. 1. 1932 — 307 с. Ч. 2. 1933 — 452 с. Ч. 3. — 1934. — 624 с.

202. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. — М.: Наука, Т.1. 1982. — 352 с. Т. 2. 1983. — 640 с.
203. Локощенко А.М., Мякотин Е.А., Шестериков С.А. Ползучесть и длительная прочность стали X18H10T в условиях сложного напряженного состояния // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. — 1979. — № 4. — С. 87-94.
204. Лурье А.И. Операционное исчисление в приложениях к задачам механики. — Л.-М.: ГОНТИ, 1938. — 224 с.
205. Лурье А.И. Статика тонкостенных упругих оболочек. — М.-Л.: Гостехиздат, 1947. — 252 с.
206. Лурье А.И. Аналитическая механика. — М.: Физматгиз, 1961. — 824 с.
207. Лурье А.И. Теория упругости. — М.: Наука, 1970. — 939 с.
208. Людвиг П. Основы технологической механики // Расчеты на прочность. Сборник статей, вып.15. — М.: Машиностроение, 1971. — С. 130-165.
209. Малинин Н.Н. Основы расчетов на ползучесть. — М.: Машгиз, 1948. — 120 с.
210. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. — М.: Машиностроение, 1975. — 399 с.
211. Мизес Р. Механика твердых тел в пластически деформированном состоянии // Теория пластичности. Сборник статей. — М.: ИЛ. — С. 57 — 69.
212. Мор О. Чем обусловлен предел упругости и временное сопротивление материала // Новые идеи в технике. — 1915. — № 1 — 50 с.
213. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Издательство Академии наук СССР, 1949. — 635 с.
214. Надаи А. Пластичность. Механика пластического состояния вещества. — М.: ОНТИ, 1936. — 280 с.
215. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. Т. I. — М.: ИЛ, 1954. — 647. Т. II. — М.: Мир, 1969. — 863 с.
216. Николаи Е.Л. К задаче об упругости линии двоякой кривизны // Е.Л. Николаи. Труды по механике. — М.: Гостехиздат, 1955. — С. 45 — 277.
217. Николаи Е.Л. Теоретическая механика. — М.: Гостехиздат, 1957. — Часть первая. Статика, кинематика. — 280 с. — Часть вторая. Динамика. — 484 с.
218. Новожилов В.В., Финкельштейн Р.М. О погрешности гипотезы Кирхгофа в теории оболочек // Прикладная математика и механика. — 1943. — Т. 7. — Вып. 5. — С. 331-340.
219. Новожилов В.В. О физическом смысле инвариантов напряжения, используемых в теории пластичности // Прикладная математика и механика. 1952. — Т. 16. — Вып. 5. — С. 617 — 619.



220. *Новожилов В.В.* Теория упругости. — Л.: Судпромгиз, 1958. — 370 с.
221. *Новожилов В.В.* Теория тонких оболочек. — Л.: Судпромгиз, 1962. — 431 с.
222. *Окатов М.Ф.* Теория равновесия и движения упругой проволоки с приложением к выводу уравнений движения для опытов над поперечными качаниями, произведенных в русской центральной физической обсерватории с целью определения модуля упругости металлов и к собственным исследованиям автора относительно второго коэффициента упругости стали. — Диссертация, представленная в физико-математический факультет Императорского Санкт-Петербургского университета для получения степени доктора прикладной математики. — СПб.: 1867. — 40 с.
223. Основы современных методов расчета на прочность в машиностроении / С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман, К.К. Лихарев, В.М. Макушин, Н.Н. Малинин, В.И. Феодосьев — М.: Машгиз, Т. 1. 1950. — 703 с. Т. 2. 1952. — 862 с.
224. *Пановко Я.Г.* Механика деформируемого твердого тела, Современные концепции, ошибки и парадоксы. — М.: Наука, 1985. — 287 с.
225. *Пановко Я.Г., Губанова И.И.* Устойчивость и колебания упругих систем. Современные концепции, парадоксы и ошибки. — М.: Наука, 1987. — 352 с.
226. *Папкович П.Ф.* Теория упругости. — М.: Оборонгиз, 1939. — 640 с.
227. *Папкович П.Ф.* Строительная механика корабля. Ч. 1. Т. 1. Подбор профилей. Расчет статически неопределимых балок. Расчет плоских рам, составленных из прямых стержней. — М.: Морской транспорт, 1945. — 618 с. Ч. I. Т. II. Криволинейные рамы. Перекрестные связи. — М.—Л.: Морской транспорт, 1947. — 816 с. Ч. II. Сложный изгиб и устойчивость пластин. — Л.: Судпромгиз, 1941. — 960 с.
228. *Патон Е.О.* Расчет сквозных ферм с жесткими узлами. — М.: 1901. — 159 с.
229. *Писаренко Г.С., Лебедев А.А.* Деформирование и прочность материала при сложном напряженном состоянии. — Киев: Наукова думка, 1976. — 415 с.
230. *Пономарев С.Д.* Расчет и конструирование витых пружин. — М.: ГОНТИ, 1938. — 352 с.
231. *Попов А.А., Орлин А.С., Пономарев С.Д.* Расчет кривого бруса. — М.—Л.: ГТТИ 1933. — 44 с.
232. *Попов Е.П.* Теория и расчет гибких упругих деталей. — Л.: Издание ЛКВВИА, 1947. — 303 с.
233. *Попов Е.П.* Нелинейные задачи статики тонких стержней. — М.—Л.: Гостехиздат, 1948. — 170 с.

234. *Попов Е.П.* Теория и расчет гибких упругих стержней. – М.: Наука, 1986. – 294 с.
235. Прочность материалов в экстремальных условиях. Под редакцией Г.С. Писаренко. – Киев: Наукова думка, Т. I – 535 с. Т. II. – 771 с. – 1980.
236. *Пузыревский Н.П.* Основания и фундаменты. – М.: Госстройиздат, 1934.
237. *Рабинович И.М.* Строительная механика стержневых систем. М.: – Стройиздат, 1946. – 420 с.
238. *Рабинович И.М.* Курс строительной механики стержневых систем. Ч. I. Статически определимые системы, 1950. – 387 с. Ч. II. Статически неопределимые системы, 1954. – 544 с. – М.: Государственное издательство литературы по строительству и архитектуре.
239. *Работнов Ю.Н.* О равновесии сжатых стержней за пределом пропорциональности // Инженерный сборник. – 1952. – Т. XI. – С. 123 – 126.
240. *Работнов Ю.Н.* Сопротивление материалов. – М.: Физматгиз, 1962. – 455 с.
241. *Работнов Ю.Н.* Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
242. *Работнов Ю.Н., Милейко С.Т.* Кратковременная ползучесть. – М.: Наука, 1970. – 222 с.
243. *Работнов Ю.Н.* Элементы наследственной механики твердых тел. – М.: Наука, 1977. – 383 с.
244. *Работнов Ю.Н.* Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1979. – 744 с.
245. Расчеты на прочность в машиностроении / С.Д. Пономарев, В.Л. Бидерман, К.К. Лихарев, В.М. Макушин, Н.Н. Малинин, В.И. Феодосьев. – М.: Машгиз, Т. I. 1956 – 884 с., Т. II. 1958 – 1118 с. Т. III. 1959. – 974 с.
246. Расчет сооружений с применением вычислительных машин / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Н.Н. Шапочников, Б.Я. Лашенников. – М.: Издательство литературы по строительству, 1964. – 380 с.
247. *Рыхлевский Я.* О законе Гука // Прикладная математика и механика. – 1984. – Т. 48. – Вып. 3. – С. 420-435.
248. *Рыхлевский Я.* Разложение упругой энергии и критерий предельности // Успехи механики. – 1984. – Т. 7. – Вып. 3. – С. 51-80.
249. *Рэнкин У.Д.М.* Руководство для инженеров-строителей. – СПб.: 1870.
250. Сборник задач по сопротивлению материалов / Н.М. Беляев, Л.А. Белявский, Я.И. Кипнис, Н.Ю. Кушелев, А.К. Синицкий; Под редакцией В.К. Качурина. – М.: Наука, 1970. – 432 с.
251. *Светлицкий В.А.* Механика гибких стержней и нитей. – М.: Машиностроение, 1978. – 222 с.

252. *Светлицкий В.А.* Механика стержней. — М.: Высшая школа, 1987. — Ч. 1. Статика. — 320 с. Ч. 2. Динамика. — 304 с.

253. *Сен-Венан Б.* Об установлении уравнений внутренних движений, возникающих в твердых пластических телах за пределами упругости // Теория пластичности. Сборник статей. — М.: ИЛ, 1948. — С. 11 — 19.

254. *Сен-Венан Б.* Дифференциальные уравнения внутренних движений, возникающих в твердых телах, и граничные условия для этих тел // Теория пластичности. Сборник статей. — М.: ИЛ, 1948. — С. 24 — 33.

255. *Сен-Венан Б.* Мемуар о кручении призм. Мемуар об изгибе призм. — М.: Физматгиз, 1961. — 518.

256. *Серенсен С.В.* О расчете запасов прочности при переменных нагрузках // Вестник металлопромышленности. — 1937. — № 7-8. — С. 3-13.

257. *Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М.* Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность. Руководство и справочное пособие. — М.: Машиностроение, 1975. — 448 с.

258. *Серенсен С.В.* Об условиях прочности при переменных нагрузках для плоского и объемного напряженного состояния. // С.В. Серенсен. Избранные труды. Т.2. Усталость материалов и элементов конструкций. — Киев: Наукова думка, 1985. — С. 14-22.

259. *Серенсен С.В.* Избранные труды. Т.3. Квазистатическое и усталостное разрушение материалов и элементов конструкций. — Киев: Наукова думка, 1985. — 232 с.

260. *Смирнов А.Ф.* Устойчивость и колебания сооружений. — М.: Государственное транспортное железнодорожное издательство, 1958. — 571 с.

261. Соппротивление материалов / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Н.И. Монахов, Д.Ф. Парфенов, В.Д. Потапов, А.И. Скрябин, Г.В. Федорков, В.В. Холчев. — М.: Высшая школа, 1975. — 480 с.

262. Соппротивление материалов / Г.С.Писаренко, В.А.Агарев, А.Л. Квитка, В.Г. Попков, Э.С. Уманский. — Киев: Вища школа, 1986. — 294 с.

263. *Соснин О.В., Горев Б.В., Никитенко А.Ф.* Энергетический вариант теории ползучести. — Новосибирск: Академия наук СССР, Сибирское отделение. Институт гидродинамики, 1986. — 95 с.

264. Строительная механика. Стержневые системы / А.Ф.Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лашенников, Н.Н. Шапошников. — М.: Стройиздат, 1981. — 512 с.

265. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений / А.Ф. Смирнов, А.В. Александров, Б.Я. Лашенников, Н.Н. Шапошников. — М.: Стройиздат, 1984. — 415 с.

266. *Терегулов И.Г.* Сопротивление материалов и основы теории упругости. — М.: Высшая школа, 1984. — 472 с.
267. Термопрочность деталей машин. Теория. Экспериментальные исследования. Расчет / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, И.В. Демьянушко, Р.А. Дульнев, Р.И. Сизова. — М.: Машиностроение, 1975. — 455 с.
268. *Тимошенко С.П., Лессельс Д.М.* Прикладная теория упругости. — Л.: ГНТИ, 1930. — 392 с.
269. *Тимошенко С.П.* Сборник задач по сопротивлению материалов. — М.: ГНТИ, 1931. — 224 с.
270. *Тимошенко С.П.* Статика сооружений. — М.: ГНТИ, 1934. — 364 с.
271. *Тимошенко С.П.* Устойчивость упругих систем. — М.—Л.: Гостехиздат, 1946. — 532 с.
272. *Тимошенко С.П., Войновски-Кригер С.* Пластинки и оболочки. — М.: Физматгиз, 1963. — 635 с.
273. *Тимошенко С.П.* Сопротивление материалов. Т. I. Элементарная теория и задачи. — М.: Физматгиз, 1960. — 379 с. Т. II. Более сложные вопросы теории и задачи. — М.: Наука, 1965. — 480 с.
274. *Тимошенко С.П.* Об устойчивости плоской формы изгиба двутавровой балки под влиянием сил, действующих в плоскости ее наибольшей жесткости // С.П. Тимошенко. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. — М.: Наука, 1971. — С. 9-105.
275. *Тимошенко С.П.* Теория изгиба, кручение и устойчивость тонкостенных стержней открытого поперечного сечения. // С.П. Тимошенко. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. — М.: Наука, 1971. — С. 670 — 727.
276. *Тимошенко С.П.* Об устойчивости упругих систем // С.П. Тимошенко. Устойчивость стержней, пластин и оболочек. — М.: Наука, 1971. — С. 208-383.
277. *Тимошенко С.П.* Теория висячих мостов. // С.П. Тимошенко. Статические и динамические проблемы теории упругости. — Киев: Наукова думка, 1975. — С. 418-447.
278. *Тимошенко С.П.* Прочность и колебания элементов конструкций. — М.: Наука, 1975. — 704 с.
279. *Тимошенко С.П., Дж.Гере.* Механика материалов. — М.: Мир, 1976. — 669 с.
280. *Тимошенко С.П., Дж. Гудьер.* Теория упругости. — М.: Наука, 1979. — 560 с.
281. *Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер.У.* Колебания в инженерном деле. — М.: Машиностроение, 1985. — 472 с.
282. *Ужик Г.В.* Об условиях прочности при наличии сдвига фаз переменных напряжений. // Известия Академии наук СССР, Отделение технических наук, — 1947. — № 6. — С. 709-716.

283. *Ужик Г.В.* Методы испытания металлов и деталей машин на выносливость. — М.—Л.: Издательство Академии наук СССР, 1948. — 263 с.

284. *Ужик Г.В.* Прочность металлов и влияние концентрации напряжений при изгибе с кручением в условиях симметричных циклов переменных нагрузок. // Вестник машиностроения, — 1951, № 7. — С. 5-14.

285. *Ужик Г.В.* Прочность металлов и влияние концентрации напряжений при изгибе с кручением в условиях несимметричных циклов переменных нагрузок. // Вестник машиностроения, — 1954, № 4. — С. 11-14.

286. *Фейрбейрн У.* Железо, исторический обзор, производство, свойства. — СПб.: 1864. — 287 с.

287. *Феодосьев В. И.* Упругие элементы точного приборостроения. — М.: Оборонгиз, 1943. — 343 с.

288. *Феодосьев В.И.* Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов. — М.: Наука, 1973. — 400 с.

289. *Феодосьев В.И.* Десять лекций-бесед по сопротивлению материалов. — 2-е изд. — М.: Наука, 1975. — 172 с.

290. *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов. — М.: Наука, 1986. — 512 с.

291. *Фепль А.* Техническая механика. Том третий. Сопротивление материалов. — М.: ОНТИ, 1937. — 334 с.

292. *Филин А.П.* Некоторые элементарные сведения из линейной алгебры // Современные методы расчета сложных статически неопределимых систем. Сборник статей. — Л.: Судпромгиз, 1961. — С. 729-876.

293. *Филин А.П.* Прикладная механика твердого деформируемого тела: Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. — М.: Наука, Т. I. 1975. — 832 с. Т. II. 1978. — 616 с. Т. III. 1981. — 480 с.

294. *Филин А.П.* Элементы теории оболочек. — Л.: Стройиздат, 1987. — 384 с.

295. *Филоненко-Бородич М.М.* Основы работы упругих сил в плоских системах. — М.: ГТТИ, 1932. — 224 с.

296. *Филоненко-Бородич М.М.* Об условиях прочности материалов, обладающих различным сопротивлением растяжению и сжатию // Инженерный сборник. — 1954. — Т. XIX. — С. 13-36.

297. *Филоненко-Бородич М.М.* Теория упругости. — М.: Физматгиз, 1959. — 364 с.

298. *Филоненко-Бородич М.М.* О возможном обобщении теории прочности Мора и Губера—Мизеса—Генки // Инженерный сборник. — 1961. — Т. XXXI. — С. 15-23.

299. Филоненко-Бородич М.М. Механические теории прочности. — М.: Издательство Московского университета, 1961. — 90 с.
300. Хилл Р. Математическая теория пластичности. — М.: Гостехиздат, 1956. — 407 с.
301. Ходж.Ф.Г. Расчет конструкций с учетом пластических деформаций. — М.: Машгиз, 1963. — 380 с.
302. Шестериков С.А. Об одном условии для законов ползучести. // Известия Академии наук СССР. Отделение технических наук. Механика и машиностроение, — 1959, — № 1. — С. 131.
303. Шестериков С.А., Юмашева М.А. Конкретизация уравнения состояния в теории ползучести. // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела, — 1984, — № 1. — С. 86-91.
304. Шмидт Р. О зависимости между напряжениями и деформациями в области упрочнения. // Теория пластичности. Сборник статей. — М.: ИЛ, 1948. — С. 231 — 256.
305. Шулькин Ю.Б. Теория упругих стержневых конструкций. — М.: Наука, 1984. — 271 с.
306. Шухов В.Г. Уравнение  $EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -\alpha y$  в задачах строительной механики. // В.Г. Шухов. Избранные труды. Строительная механика. — М.: Наука, 1977. — С. 53-64.
307. Эйлер Л. Метод нахождения кривых линий, обладающих свойствами максимума либо минимума, или решение изопериметрической задачи, взятой в самом широком смысле. — М.-Л.: ГТТИ, 1934. Приложение 1. Об упругих кривых. — С. 447-572.
308. Ягн Ю.И. Новые методы расчета на прочность. // Вестник инженеров и техников, — 1931, — № 6. — С. 237-244.
309. Ягн Ю.И. Изгибно-крутильные деформации тонкостенных стержней открытого профиля. — М.: Гостехиздат, 1952. — 108 с.
310. Ясинский Ф.С. Опыт развития теории продольного изгиба. // Ф.С. Ясинский. Избранные работы по устойчивости сжатых стержней. — М.-Л.: Гостехиздат, 1952. — С. 138 — 194.
311. Ясинский Ф.С. О сопротивлении продольному изгибу (диссертация). // Ф.С. Ясинский. Избранные работы по устойчивости сжатых стержней. — М.-Л.: Гостехиздат, 1952. — с. 11-137.
312. Andrade E.N. da C. On the viscous flow in metals and allied phenomena // Proceedings of the Royal Society. — 1910. — Ser. A. — V. 84. — N A 567. — P. 1-12.
313. Aron H. Das Gleich gewich und die Bewegung einer unendlich duennen beliebig gekruemmtten elastischen Schale //Crelle Journal fur die reine und angewandte Mathematik. — 1874. — Bd. 78. — S. 136-174.
314. Bailey R.W. Creep of steel under simple and compound stresses and the use of high initial temperature in steam power plant. //Transactions of the World Power Conference. V. 3. — Tokyo: 1929.

315. *Bailey R.W.* The utilization of creep test data in engineering design // The Institution of mechanical engineers. Proceeding. — 1935. — V. 131. — P. 131-269.

316. *Bauschinger J.* Ueber die Quercontraction und Dilatation bei der Laengenausdehnung und Zusammendruckung prismatischer Koerper // Civilingenieur. — Leipzig: — 1879. — Bd.25. — S. 81-124.

317. *Bauschinger J.* Elemente der graphischen statik. 1880.

318. *Bauschinger J.* // Mittheilungen aus dem mechanisch technischen Laboratorium der Technischen Hochschule in Munchen. — 1886, 1887. — H. XV.

319. *Belidor B.F.* La science des ingenieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile. — Paris: La Haye, 1729. Русский перевод: Белидор Б. Инженерная наука в производстве работ при укреплениях и архитектура гражданская. — СПб: 1802. — 368 с.

320. *Belidor B.F.* L'architecture hydraulique, 1819.

321. *Beltrami E.* Sulle condizioni di resistenza dei corpi elastici // Rendiconti. — Lombardo. — 1885. — Ser. II. — V. XVIII.

322. *Bernoulli D.* De vibrationibus et sono laminarum elasticarum commentationes physico-geometricae // Commentari Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae. T.13 ad annum 1741-43. — Petropoli. — 1751. — P. 105-120.

323. *Bernoulli J.* Curvatura laminai elasticae // Acta Eruditorum. Lipsiae: 1694. June. — P. 262-276.

324. *Bernoulli J.* Veritable hypothese de la resistance des solides avec la demonstration de la courbure des corps qui font ressort // Histoire de l'Academie des sciences de Paris, 1705. — P. 176-186.

325. *Bernoulli J.* Essai theoretique sur les vibrations des plaques elastiques rectangulaires et libres // Nova Acta Academiae Scientiarum Petropolitanae. — 1789. — T. V.

326. *Betti E.* Teoria della elasticita // II Nuovo Cimento. — 1872/ 73. — Ser. 2. — N 7-10.

327. *Boscovich R.J.* Philosophiae naturalis ad unicam legem virium in natura existentium. — Venezia: 1763. — 322 p.

328. *Boussinesq J.* Application des potentiels a l'etude de l'equilibre et du mouvement des solides elastiques, principalement au calcul des deformations et des pression que produisent, dans ces solides, des efforts quelconques exerces sur une petite partie de leur surface ou de leur interieur. Memoires suivis de notes etendues sur divers points de physique mathematique et d'analyse. — Paris: Gautier — Villars, 1885 — 722 p.

329. *Bresse J.A.* Recherches analytiques sur la flexion et la resistance des pieces courbes. — Paris: 1854. — 269 p.

330. *Bresse J.A.* Cours de mecanique appliquee Troisiem partie. — Paris: 1880.

331. *Buffon G.L.L.* Experiences sur la force du bois. Second memoire // Memoire de l'Academie Royale des Sciences. — Paris: 1741. — P.292-334.
332. *Buelfinger G.B.* De solidorum resistentia specimen // Commentarii Academiae Scientiarum imperialis Petropolitanae ad annum 1729 — Petroli. — 1735. — Т. IV — P. 164-181.
333. *Burzynski W.T.* Studium nad hipotezami wytezenia // W.T. Burzynski, Dzieła wybrane, T. I. — Warszawa: Państwowe Wydawnictwo naukowe. — 1982. — S. 69-258.
334. *Burzynski W.T.* O rozwinięciu potencjau sprężystosci i zastosowaniach // Włodzimierz Burzynski. Dzieła wybrane. — Warszawa: Państwowe wydawnictwo naukowe. T. II — 1982. — S. 7-140.
335. *Burzynski W.T.* O nedomaganiach i koniecznych usupelnieniach de Saidt-Venantowskiej teorii pretow prostych // Włodzimierz Burzynski Dzieła Wybrane. T. II. — Warszawa: Państwowe wydawnictwo naukowe. — 1982. — S. 213-283.
336. *Castigliano A.* Intorno all'equilibrio dei sistemi elastici // Atti delle Reale Academie delle Scienze di Torino. 1875. — V. X.
337. *Castigliano A.* Nuova teorie intorno all'equilibrio dei sistemi elastici // Atti della Reale Academie delle Scienze di Torino. — 1875.- V. XI.
338. *Castigliano A.* Theorie de l'equilibre des systemes elastiques. — Turin: 1879.
339. *Cauchy O.L.* Recherches sur l'equilibre et le mouvement interieur des corps solides ou fluides, elastiques ou non elastiques // Bulletin de sciences par la Societe Philomatique. — 1823.- P. 9-13.
340. *Cauchy O.L.* Sur l'equilibre et le mouvement d'une plaque solide // Exercices de mathematiques. — 1828. — V. 3. — P. 328 -355.
341. *Cauchy O.L.* Sur la torsion et les vibrations tournants d'une verge rectangulaire // Memoire de l'Academie des Sciences. — Paris: — 1830. — P. 119-134.
342. *Chladni E.F.F.* Die Akustik. Leipzig, 1802.
343. *Clapeyron E.* Calcul d'une poutre elastique reposant librement sur des appuis inegalement espaces // Comptes rendus. — 1857. — T. 45 . — P, 1076-1080.
344. *Clebsch A.* Theorie der Elasticitaet der fester Koerper. — Leipzig: 1862. — 424 S. Перевод на французский язык с примечаниями и дополнениями Б. Сен-Венана: — Clebsch A. Theorie de l'elasticite des corps solides. — Paris: Dunod, 1883. — 980 p.
345. *Clebsch A.* Ueber die Gleichgewichts figur eines biegsamen Fodens // Grelles Journal fur die reine und angewandte Mathematik. — 1860. — Bd. 57.
346. *Considere A.G.* Resistance des pienes compriees // Congres International des procedes de construction. — T. 3. — Paris: 1891. — P. 371.



347. *Coriolis G.G.* Experiences sur la resistance du plomb a l'ecrasement et sur l'influence qu'a sur sa durete une quantite inapreciable d'oxide //Annales de chimie et de physique. – 1830. – T. 44. – P. 103-111.

348. *Cotterill J.H.* On the extension of dynamical principle least action //Philosophical magazin. Ser. 4. – 1865. – V. 29. – P. 299.

349. *Cotterill J.H.* On the equilibrium of arched ribs of uniform section //Philosophical magazin. Ser. 4. – 1865. – V. 29. – P. 380.

350. *Cotterill J.H.* Further application of the principle of least action //Philosophical magazin. Ser. 4. – 1865. – V. 29. – P. 430.

351. *Cotterill J.H.* On elliptic ribs // Philosophical magazin. – Ser. 4. – 1865. – V. 30.

352. *Coulomb C.A.* Essai sur une application des regles de maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs a l'architecture // Memoires de Mathematique et de Physique. presentes a l'Academie des Sciences par divers savants. – Paris: 1776. – V. VIII . – P. 343 – 382.

353. *Coulomb C.A.* Recherches theoriques et experimentales sur la force de torsion, et sur l'elasticite des fils de metal: Application de cette theorie a l'emploi des metaux dans les Arts et dans differentes experiences de Physique: Construction de differentes balances de torsion, pour mesurer les plus petits degres de force. Observations sur la loi de l'elasticite et de la coherence // Historire de l'Academie Royale des Sciences annee 1784. – Paris: 1787. – P. 229-269.

354. *Cox H.* On impacts on elastic beams // Transaction on the Cambridge Philosophical Society. – 1849. – V. 9. -P. 73.

355. *Culmann K.* Die graphische statik. 1866.

356. *Davenport C.C.* Correlation of creep and relaxation properties of copper // Journal of applied mechanics. – 1938. – V. 5, N 2. – P. A-53: A-60.

357. *Duleau A.* Essai the orique et experimental sur la resistance du fer forge. – Paris: 1820.

358. *Dupin P.C.F.* Experiences sur la flexibilite, la force, l'elasticite de bois avec des applications aux construction en general, et specialement a la construction des vaisseaux //Journal de l'Ecole Royale Polytechnique. – 1815. T. 10. – P. 137-211.

359. *Engesser F.* Ueber Knickfestigkeit gerader Staebe //Zeitschrift des Architekten und Ingeniuer Verein zu Hannover. 1889. – Bd. 35 – S. 456-468.

360. *Engesser F.* Ueber Knick Flagen // Schweizerische Bauzeitung.- 1895. – Bd.26. – S. 24.

361. *Euler L.* De motu vibratorio tympanorum //Nove commentarii Acadamaiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae. – 1767. – V. 10.

362. *Euler L.* Sur la force des colonnes // Memoires de l'Academie de Berlin. – 1757. – T. 13 . – P. 252-282.

363. *Euler L.* Determinatio onerum, quae columnae gestare valent. Examen insignis paradoxii in theoria columnarum occurrentis. De altitudine columnarum sub proprio pondere corruentium // Acta Academie Scientiarum Imperialis Petropolitanae. 1778. Pars 1-S. Petersburg: 1780. — P. 121-194.

364. *Finnie I., Heller W.R.* Creep of engineering materials. — New York: McGraw-Hill Book Company. — 1959. — 341 p.

365. *Fuss N.I.* Varia problemata circa acquilibri teabium compactilium oneratarum, earumque vires et pressionem contra anterides // Acta Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae. — 1778. — 1780. — T. II. Pars I — P. 194-216.

366. *Gehring F.D.* De acquationibus differentialibus quibus acquilibrium et modus laminae crystallinae definiuntur. — Berlin: 1860.

367. *Germain S.* Recherches sur la theorie des surfaces elastiques. — Paris: 1821. — 96 p.

368. *Germain S.* Remarques sur la nature, les bornes et l'etendue de la question des surfaces elastiques, et equation generale des ces surfaces. Paris: 1826. — 21 p.

369. *Gerstner F.J.* Handbuck der Mechanik. Bd 1-3. — Prag: 1831- 1834.

370. *Girard P.S.* Traite analytique de la resistance des solides et des solides d'egale resistance auquel on a joint . Une suite de nouvelles experiences sur la force et l'elasticite specifiques des bois de chene et de sapin. — Paris: 1798. — 239 p.

371. *Gough H.J., Pollard H.V.* The strength of metals under combined alternating stresses // The Institution of Mechanical Engineers. Proceedings. — 1935. — V. 131. — P. 3 — 104.

372. *Gough H.J., Pollard H.V.* Properties of some materials for cast crank shafts with special reference to combined stresses // The Institution of automobile engineers. Proceedings of session. — 1936-1937. — V. 31 . — P. 821-893.

373. *Gough H.J.* Engineering steels under combined cyclic and static stresses // The Institution of Mechanical Engineers. Proceedings. — 1949. — V. 160. — N 4. — P. 417-440.

374. *Green G.* On the laws of the reflection and refraction of light at the common surface of two non-crystallized media // Transactions of the Cambridge Philosophical Society. — 1839. — V. 7 . — P. 1-24.

375. *Greenhill A.* On height consistent with stability // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. — 1881. — V. 4.

376. *Griffith. A.A.* The phenomenon of rupture and flow of solids. — Philosophical Transactions of the Royal Society of London: Series A. — 1920. — V. 221. — P. 163-198.

377. *Helmholtz H.* Dynamik continuerlich verbreiteten Massen. — Leipzig: Verlag von Johann Ambrosius Barth. — 1902. — 247 S.

378. *Hertz H.* Ueber die Beruehrung fester elastischer Koerper. Gesammelte Werke, Bd.1. Leipzig: 1895.

379. *Hill R.* A theory of yielding and plastic flow of anisotropic metals //Proceedings of the Royal Society. – 1948. – A.193. – P. 281-297.

380. *Hill R., Wills H.H.* On the state of stress in a plasticrigid bodi at the yield point //The Philosophical magazine, Seventh series. – 1951. – V. 42, N 331. – P. 868-875.

381. *Hodgkinsom E.* On the traverse strain and strength of materials //Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester, Second Series. – London: 1824. – V. 4.

382. *Hodgkinson E.* Theoretical and experimental researches to ascertain, the strength and best forms of iron beams // Manchester Literary and Philosophical Society, – 1831. – V. 5. P. 407-544.

383. *Hodgkinson E.* On the collision of imperfectly elastic bodies. //Report of the 4th Meeting of the British Association – London. – 1834. – P. 534-543.

384. *Hodgkinson E.* On the effect of impact on beams and on the direct tensile strength of cast iron //Report of the third meeting of the British Association (Cambridge 1833). – 1834. – P. 421-424.

385. *Hodgkinson E.* Impact iron-beams //Report of the Fifth ( or Dublin) Meeting of the British Association in 1835. – London. – 1836. – P. 93-116.

386. *Hodgkinson E.* Experimental research on the strength of pillars of cast iron and other materials //Philosophical Transactions. – 1840. – Part II. – P. 385-456.

387. *Hult J.A.H.* Creep in engineering structures. – Toronto, London, Waltham: Blaisdell Publishing Company. 1966. – 115 p.

388. *Hooke R.* A description of helioscopis and some other instruments // Early Science in Oxford. V. VIII. – Oxford: R.T. Gunther. 1931.

389. *Hooke R.* Lectures. De potentia restitutiva, or of spring, Explaining, the power of springing bodies // Early Science in Oxford. V. VIII. – Oxford: R.T. Gunther. – 1931. – P. 331-356.

390. *Huber M.T.* Teoria sprzystosci. – Warszawa: Panstwowe Wydawnictwo Naukowe. – 1954. – 375 S.

391. *Huber M.T.* Nowoczesne wzory wytrzymaosci ozonej // Pisma. T. II. – Warszawa: Panstwowe Wydawnictwo Naukowe. – 1956. – S. 21-42.

392. *Huber M.T.* Wasciwa praca odkształcenia jako miara wytezenia materialu. Przyczynek do podstaw teorii wytrzymaosci. // Pisma. T. II. – Warszawa: Panstwowe Wydawnictwo Naukowe. – 1956. – S. 3-20.

393. *Huber M.T.* Stereomechanika techniczna ( Wytrzymałosc materialow ). – Warszawa: Panstwowe Wydawnictwo Naukowe. – 1958. – 722 S.

394. *Inglis C.E.* Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharp corners // Transaction of the Institute of Naval Architects. – 1913. – V. 55. – P. 219-230.

395. *Irwin G.R.* Analysis of stresses and strain near the end of a crack traversing a plate // *Journal of applied mechanics*. — 1957. — V. 24, N 3. — P. 361-364.
396. *Irwin G.R.* Fracture I // *Handbuch der Physik VI*. — Berlin: Springer. — 1958. — P. 558-590.
397. *Jasinski F.* Zu den Knickfragen // *Schweizerische Bauzeitung*. — 1895. — T. 25. — S. 172.
398. *Karman T.* Ueber Knickfestigkeit // *Forschungsarbeiten*. — 1910. N 81.
399. *Karman T.* Encyklopaedie der mathematischen Wissenschaften. T. VI, 1910.
400. *Karman T.* Ueber die Formänderung dünnwandiger Rohre. // *Zeitschrift des VDJ*. — 1921.
401. *Karman T.* Beitrag zur Theorie des Walzvorganges // *Zeitschrift fuer angewandte Mathematik und Mechanik*. — 1925. — Band 5.
402. *Kazinczy G.* Kiserletek befalozott Tartokkal // *Betonszemle*. — 1914. V. 2, N 4. — P. 68; N 5. — P. 83; N 6. — P. 101.
403. *Kirchhoff G.R.* Ueber das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Scheibe // *Crelle Journal fuer die reine und angewandte Mathematik*. — 1850. — Bd 40. — S. 51-88.
404. *Kirchhoff G.R.* Ueber das Gleichgewicht und die Bewegung einer elastischen Staben // *Crelle Journal fuer die reine und angewandte Mathematik*. — 1858. — Bd. 56. — S. 285-313.
405. *Kirchhoff G.R.* Ueber des Verhältniss der Quercontraction zur Laengendilation bei Staeben von faderhartem Stahl // *Poggendorffs Annalen*. — 1859. — Bd 108. — S. 369-392.
406. *Kirchhoff G.R.* Vorlesungen ueber Mathematisch Physik. V. I, II, III, IV. — Leipzig: Verlag von B.G. Teubner. — 1874-1894.
407. *Kirkaldy W.G.* Strength and properties of materials with description of the system of testing. — London: 1891. — 302 p.
408. *Kist N.C.* Leidteen sterkteberekening // *Inaugural lectures*. — Delft: Technical University. 1917.
409. *Klausen.* Ueber die Formarchitectonischer Saeulen // *Bulletin physico-mathematique de l'Academie de St-Petersbourg*. — 1851. — T. 9.
410. *Kolosoff G.* Sur les problemes d'elasticite a deux dimension // *Comptes Rendus*. — 1908. — T. 146. — N 10; 1909. — T. 148. — N 17.
411. *Kupffer A.* Recherches experimentales sur l'elasticite des metaux. Premiere Partie // *Memoires de l'Academie de Sciences de Saint-Petersbourg. Sixieme Serie. Sciences mathematiques, physiques et naturelles, Tom VII, Sciences mathematiques et physiques*. — St-Petersbourg: — 1853. — T. V. — P. 231-302.
412. *Lagerhjelm P.* Foersok att bestaemma valsadt och smidt staengierns tather, jemnhet, spaenstighet, smidbarhet och styrka // *Jern Contorets*

- Annaler. — 1827. — Bd 10 senare haefet i 2 delar; Краткое содержание работы: Poggendorff's Annalen der Physik und Chemie. — 1828. — Bd. 13.
413. *Lagrange J.L.* Sur la figure des colonnes // Ouvres de Lagrange. T. 2. — Paris. — 1868. — P. 125-170.
414. *Lagrange J.L.* Sur la force des ressorts plies // Oeuvres de Lagrange. T. 3. — Paris. — 1869. — P. 77-109.
415. *Lamarle E.* Memoire sur la flexion du bois // Annales des travaux publics de Belgique. Brussels. — 1845. — T. 3; — 1846. — T. 4.
416. *Lame G.* Sur les ponts de chaines ( de Russie ) et sur les resistances des fers employes dans leur construction // Annales des Mines. — 1825. — T. 10. — P. 311-330.
417. *Lame G.* Memoire sur l'emploi du fer dans les ponts suspendus // Journal des Voies de Communication. — 1826-1827. — N 5. — P. 19-43; — N 9. — P. 29-55.
418. *Lame G., Clapeyron B.P.E.* Memoire sur l'equilibre interieur des corps solides homogenes // Memoires presentes par divers savants. — 1833. — V. 4. — P. 465-562.
419. *Lame G.* Lecons sur la theorie mathematique de l'elasticite des corps solides. — Paris. — 1852. — 355 p.
420. *Lame G.* Memoire sur l'equilibre d'elasticite des enveloppes spheriques // Liouville Journal de mathematiques. — 1854. — T. 19. — P. 51-87.
421. *Larmor J.* Origin of Clerk Maxwell's electric ideas. — London. — Cambridge University Press. — 1937. — P. 32.
422. *Leibniz G.W.* Demonstrationes novae de Resistentis solidorum // Acte Eruditorum Lipsiae 1684. — P. 319-325.
423. *Love A.* On the deformation of thin elastic shells // Philosophical Transactions of the Royal Society. Ser. A. — 1888. — V. 179.
424. *Marin J.* Design of members subjected to creep at high temperatures // Transactions of ASME. — 1937. — V. 59. — P. A-21 — A24.
425. *Marin J.* Mechanical behavior of engineering materials. Prentice — Hall, Inc. — 1962. — 502 p.
426. *Mariotte E.* Traite du mouvement des eaux et des autres corps fluides. — Paris: — 1686.
427. *Martens A.* Handbuch der Materialenkunde fuer den Maschinenbau. — Berlin: T. 1. — 1898; — T. 2. — 1912. ( совместно E. Heun ).
428. *Maxwell J.C.* On the equilibrium of elastic solids // The Transaction of the Royal Society of Edinburgh. — 1853. — V. 20. — P. 87-120.
429. *Maxwell J.C.* On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames // Philosophical Magazine, series (4). — 1864. — V. 27. — P. 294.
430. *Maxwell J.C.* The scientific papers. V. 1. — P. 604. — V. 2. — P. 801. — 1927.
431. *Menabrea L.F.* Principio generale per determinare le tensioni e le pressioni in un sistema elastico. Reale Academia delle Scienze di Torino. 1857.

432. *Menabrea L.F.* Nouveau principe sur la distribution des tensions dans le systemes elastiques // Comptes rendus de l'Academie des Sciences de Paris. — 1858. — V. 46. — P. 1056-1060.

433. *Mierzejewski H.* Podstawy mechaniki cial plastycznych. Warszawa: Nakladem Akademii nauk technicznych zasilku wydzialu nauki MWR i O.P. — 1927. — 103 S.

434. *Mises R.* Ausbiegung eines auf Knieknung beanspruchten Stabes // Zeitschrift fuer angewandten Mathematik und Mechanik. — 1924. — T. 4. — S. 435.

435. *Mises R.* Mechanik der plastischen Formaenderung von Kristallen // Zeitschrift fuer angewandte Mathematik und Mechanik. — 1928. — Band 8. — Heft 3. — S. 161-185.

436. *Mohr O.C.* Beitrag zur Theorie der Bogenfachwerkstraeger. // Zeitschrift des Architekten und Ingenieur Verein zu Hannover. — 1874. — Band 20. — S. 223.

437. *Mohr O.C.* Beitrag zur Theorie des Bogenfachswerks // Zeitschrift des Architekten und Ingenieur Verein zu Hannover. — 1874. — Band 20. — S. 243.

438. *Mohr O.C.* Beitrag zur Theorie des Fachwerks // Zeitschrift des Architekten und Ingenieur Verein zu Hannover. — 1874. — Band 20. — S. 509.

439. *Mohr O.C.* Ueber die Darstellung des Spannungszustandes und des Deformationzustandes eines Koerperselementes // Civil ingenieur. — 1882. — S. 113.

440. *Musschenbroek P. van.* Physique experimentales et geometricae. — Lugdum: 1729.

441. *Muschenbrock P. van.* Essai de physique. — Leyden: 1739.

442. *Nadai A.* Der Beginn des Fliessvorganges in einem tordierten Staben // Zeitschrift fur angewandten Mathematik und Mechanik. — 1923. — Band 3. — N 6. — S. 442.

443. *Nadai A.* Die elastischen Platten. — Berlin: Springer Verlag. — 1925. — 326 s.

444. *Nadai A.* The creep of metals // Transaction of the ASME. — 1933. — V. 55. — P. 61.

445. *Navier C.L.M.H.* Memoire sur les lois de l'equilibre et du mouvement des corps solides elastiques // Bulletin des Sciences par la Societe Philomatique. — 1823. — P. 177-183.

446. *Navier C.L.M.H.* Extrait des recherches sur la flexion des plans elastiques // Bulletin de Sciences par la Societe Philomatique. — 1823. — P. 95-102.

447. *Navier C.L.M.H.* Resume des lecons donnees a l'ecole des ponts et chaussees sur l'application de la mecanique a l'etablissement des constructions et des machines. Premiere Partie. — Paris: 1826. — 288 p.

448. *Navier C.L.M.H.* Memoire sur les lois de l'equilibre et du mouvement des corps solides elastiques // Memoires de l'Academie des Sciences de Paris. — 1827. — V. 7. — P. 375-393.
449. *Navier C.L.M.H.* Experiences sur la resistance de divers substances a la rupture causee par une tension longitudinale // Annales de chimie et de physique. — 1826. — V. 33. — P. 225-240.
450. *Norton F.H.* Creep of Steel at high temperatures. — New York: Mc. Graw-Hill Book Company. 1929. — 67 p.
451. *Odqvist F.K.G.* Plasticity theory and application (in Swedish), Stockholm: 1934. — 80 p.
452. *Odqvist F.K.G.* Creep stresses in a rotating disk // Proceedings of the IV International Congress of the Applied Mechanics. 1934. — Cambridge: University Press, 1935. — P. 228-229.
453. *Odqvist F.K.G.* Theory of creep under the action of combined stresses with applications to high temperature machinery // The Royal Swedish Institute for Engineering Research. Proceedings. — 1936. — N 141.
454. *Odqvist F.K.G., Hult J.* Kriechfestigkeit metallischer Werkstoffe. — Berlin: Springer-Verlag, 1962. — 303 S.
455. *Odqvist F.K.G.* Haellfast hetslaere (Strength of material and structure) (in Swedish). — Stockholm: Matur o Kultur. — 1966. — 815 p.
456. *Odqvist F.K.G.* Mathematical theory of creep and creep rupture. Second edition. — Oxford: At the Clarendon Press. 1974. 200 p.
457. *Odqvist F.K.G.* Haellfasthetslaeren som foerutsaettning foer materialprovning, sarskilt i Sverige. Sartryck ur D/ Edalus, 1977. — 112 S.
458. *Parent A.* Experiences pour connaitre la resistance de bois de chene et de sapin // Memoire de l'Academie, 1707. — P. 680.
459. *Parent A.* De la veritable mecanique de resistance des solides, et reflections sur la systeme de M. Bernoulli de Bale Essais et recherches des mathematiques et des physiques. — 1713. — V. 3. P. 187-201.
460. *Penny R.K., Mariott D.L.* Design for creep. London: Mc Graw Hill Book Company, 1971. — 291 p.
461. *Persy N.* Cours de stabilite des constructions a l'usage des eleves de l'Ecole d'application de l'artillerie et du genie, Metz: 1834.
462. *Poisson S.D.* Memoire sur l'equilibre et du mouvement des corps elastiques // Memoires de l'Academie des sciences de Paris. — 1829. — V. 8. — P. 357-570.
463. *Poisson S.D.* Traite de mecanique . V. 1-2. — Paris: — 1833.
464. *Poncelet J.V.* Cours de mecanique appliquee aux machines, Paris: 1826.
465. *Poncelet J.V.* Introduction a la mecanique industrielle faite aux artistes et ouvriers messins. — Paris: Part I. — 1827-1828. — Part II. — 1828-1829. — Part III. — 1831.
466. *Prager W.* Sectional adress at the Eighth International Congress of Theoretical and Applied Mechanics, Istanbul 1952. — 1955.

467. *Prandtl L.* Zur Torsion von prismatischen Staben // *Physikalisch Zeitschrift.* — 1903. — Band 4. — S. 758-759.
468. *Rankin W.J.M.* An experimental inquiry in to the adventage of cylindrical wheels on railways // *Proceedings of the Institute of Civil Engineers.* — 1843. — T. 2. — P. 102.
469. *Rankin W.J.M.* Manual of applied machanics. — London: 1858.
470. *Reaumur R.A.F.* L'art de convertir le fer forge en acier. — Paris. 1722.
471. *Resal H.F.* Traite de mecanique generale. T. 1-2. 2 ed. — Paris. — 1895. — T. 3-7. — Paris. — 1875-89.
472. *Riccati J.* Extracts from letters // *The sources of science.* — 1968. — V. 2, N 35. — New York and London: Johnson Reprint Corporation. — P. 101-102.
473. *Riccati G.* Delle vibrazioni sonore dei cilindri // *Memorie ci Matematica e Fisika della Societa Italiane.* — Verona: 1782. — T. 1. — P. 447-525.
474. *Rondelet J.B.* Traite theorique et pratique de l'art de batir. — Paris: — 1812.
475. *Saint-Venant B.* Memoires sur la resistance des solides suivis de deux notes la flexion des pieces a double cuorbure. — Paris: 1844.
476. *Saint-Venant B.* Divers resultats relatifs a la torsion // *Bulletin de sciences par la Societe Philomathiques.* — 1863. — P. 28-31.
477. *Saint-Venant B.* Memoire sur l'impulsion transversale et la resistance vive des barres elastiques appuyees aux extremities // *Comptes rendus.* — 1857. — T. 14. — P. 204-208.
478. *Schwedler J.W.* Theorie der Brueckenbalkensysteme // *Zeitschrift. Bauwesen.* — Berlin: — 1851. — T. 1.
479. *Shanley F.R.* Inelastic column theory // *Journal of the Aeronautical Science.* — 1946. — V. 13. — N 12.
480. *Soderberg C.R.* The interpretation of creep tests for machine disign // *Transactions of the ASME.* — 1936. — V. 58. — P. 733-743.
481. *Soderberg C.R.* Plasticity and creep in machine design // *Stephen Timoshenko. 60th anniversary volume.* N.Y. The Macmillan Company. 1938. — P. 197.
482. *Stodola A.* Die Kriecherscheinungen, ein neuer technisch wichtiger Aufgabenkreis der Elastizitaetstheorie // *Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Mechanik.* — 1933. — Bd 13. — S. 143-146.
483. *Stodola A.* Dampf und Gasturbinen . — Berlin: Julins Springer. — 1924. — 1111 S.
484. *Styffe K.* On jerns och stal elasticitet taenjbarhet och absoluta styrka // *Jern Contorets Annaler.* — 1866. — Bd 21. — S. 11-142.
485. *Tetmajer L.* Mittheilungen der Anstalt zur Pruefung von Baumaterialen in Zuerich. 1890. — H. IV.



486. *Timoshenko S.P.* Engineering education in Russia. New York: Mc Graw-Hill Book Co. Inc. — 1959. — 47 p.
487. *Tredgold T.* A practical essay on the strength of cast iron. London: — 1822.
488. *Trefftz E.* Ueber die Spanungsverteilung in tordierten Staben bei teilweiser ueberschreitung der Fliessgrenze // Zeitschrift fur angewandte Mathematik und Mechanik. — 1925. Band 5.
489. *Tresca H.E.* Memoire sur l'ecoulement des corps solides soumis a de fortes pressions // Comptes rendus. — 1864. — V. 59. — P. 754-758.
490. *Tresca H.E.* Memoire sur l'ecoulement des corps solides // Memoires presentes par divers savants. — Academie des sciences. Paris: — 1868. — V. 18. — P. 733-799.
491. *Varignon.* De la resistance des solides en general pour tout ce qu'on peut faire d'hypothesis touchant la force ou la tenacite des fibres des corps a rompre; et en particulier pour les hypotheses de Galilee et de M.Mariotte // Histoire de l'Academie Royale des Sciences Annee 1702. — Paris : 1704. — P. 66-94.
492. *Varignon.* Nouvelle mecanique. T. 2. Paris. 1725. — P. 174.
493. *Vicat L.J.* Recherches experimentales sur les phenomenes physiques qui precendent et accompagnent la rupture ou l'affaissement d'une certaine classe de solides // Annales des ponts et chausees. — 1833. — 2 semestre. — P. 201-268.
494. *Vicat L.J.* Note sur l'allongement progressif du fil de fer soumis a divers tensions // Annales des ponts et chausees — 1834. — premier semestre. — P. 40-44.
495. *Voight W.* Lehrbuch der Krystallphysik. — Leipzig und Berlin: B.G. Tenbuer. 1910.
496. *Weber W.* Ueber die Elastitaet der Seidenfaeden // Annalen der Physik und Chemie. — 1835. — Zweite serie. — 34. — S. 247-257.
497. *Wertheim G.* Memoire sur l'equilibre des corps solides homogenes // Annales de Chimie. — Paris — 1848. — T. 23. — P. 52-95.
498. *Westergaard H.M.* Bearing pressures and cracks // Journal of Applied Mechanics. — 1939. — V. 6. — N 2. — P. A. 49 — A-53.
499. *Wiedemann G.H.* Ueber die Torsion // Annalen der Physik und Chemie (Poggendorf ). — 1859. — Bd 103. — S. 563-577.
500. *Wiedemann G.H.* Ueber die Biegung // Annalen der Physik und Chemie (Poggendorf ). — 1859. — zweite Serie 107. — S. 439-448.
501. *Winkler E.* Formaenderung und Festigkeit gekruemmter Koerper, insbesondere der Ringe // Der Civilingenieur. — 1858. — Bd 4. S. 232-246.
502. *Winkler E.* Beitrage zur Theorie der Continnierlichen Bruchentraeger // Der Civilingenieur. — 1862. — Bd 8. S. 135-182.
503. *Winkler E.* Die Lehre von der Elasticitaet und Festigkeit. — Prag: 1867.

504. *Woehler A.* Bericht ueber die Versuche, welche auf der Koenigl. Nieder schlesisch-Maerkischen Eisenbahn mit Apparaten zum Messen der Biegung und Verdrehung von Eisenbahnwagen – Achen waehrend der Fahrt, angestellt wurden // *Erbkams Zeitschrift fuer Bauwesen.* – 1858. – Jahrang 8. – S. 642-652.

505. *Woehler A.* Versuche zur Ermittlung der auf die Eisenbahnwagen-Achen einwirkenden Krafte und der Widerstaendstaehigkeit der Wagen-Achsen // *Erbkams Zeitschrift fuer Bauwesen.* – 1860. – Jahrang 10. – S. 583-616.

506. *Young T.* A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts. – London. – 1807. – V. 2. – 738 p.

507. *Zyczkowski M.* Wytezenie materialu w stanach podkrytycznych. // *Rozprawy inzynierskie.* – 1960. – T. 8. – zeszyt 4. – S. 727-761.

508. *Zyczkowski M.* Combined lodings in the theory of plasticity Warsaw: Polish Scientific Publishers. – 1981. – 714 p.

**N.N. Malinin Prof., the Doctor of Technical Science.**

**WHO IS WHO IN STRENGTH OF MATERIALS:  
MATERIALS TO THE HISTORY OF THE SUBJECT**

**Readership:** Lecturers of the strength of materials, technical mechanics, theory of elasticity, structural mechanics, dynamics and strength of machines, theory of structures, research engineers and students.

**Summary :** The book deals with the history of the discovery of basic laws and formulas of the strength of materials. It is given not in chronological order but as it is usually done in textbooks on the subject. In each chapter there are biographies and portraits of scientists. The bibliography of the works on history of strength of materials, theory of elasticity, structural mechanics and original works is also given.

**Contents :** Introduction. Tension and compression of a rod. Torsion and bending of a rod. Displacements in a rod under arbitrary loading. Statically indeterminate rod systems. Theory of stresses and strains. Criteria of plasticity and rupture. Plates, shells, thick-walled cylinders, contact stresses. Stability of a compressed rod. Strength of materials under cyclic stresses and dynamic loading.

**The author:** Nikolai Malinin. In 1960 he won Lenin Prize as co-author of the three-volume monograph "Strength Calculations in Mechanical Engineering" and in 1990 he won State Prize of the Russian Federation for developing and experimental grounding of a mathematical theory of creep and its applications. He is a member of the National Committee on Theoretical and Applied Mechanics. In 1979 he received an honorary degree "Doctor honoris cause" from Vroclaw Politechnika (Poland).

## Об авторе

Николай Николаевич Малинин родился 22 октября 1917 года в Москве в семье военного инженера-строителя. Отец оказал сильное влияние на формирование интересов сына, привив ему любовь к математике и механике.

В 1934 году Н.Н. Малинин поступает в Московский механико-машиностроительный институт им. Н.Э. Баумана на специальность «Гидромашины». Еще будучи студентом он опубликовал две статьи по устойчивости стержней. Окончив в 1939 году с отличием институт, он остался на преподавательской работе на кафедре «Сопротивление материалов» и занялся научной работой в области прикладной теории упругости под руководством профессора Д.И. Шермана.

В связи с эвакуацией МВТУ им. Н.Э. Баумана в годы Великой Отечественной войны Н.Н. Малинин с 1941 по 1943 год находился в городе Ижевске, где преподавал сразу несколько предметов: сопротивление материалов, математику, механику и одновременно занимался испытаниями механических свойств металлов.

В январе 1943 года он защитил кандидатскую диссертацию по проблеме неупругого деформирования пружин.

По возвращении МВТУ им. Н.Э. Баумана в Москву Н.Н. Малинин продолжает педагогическую и научную деятельность в должности доцента кафедры «Теоретическая механика», а затем кафедры «Сопротивление материалов» и ведет большую исследовательскую работу в лаборатории испытания материалов, изучая пластические и реономные свойства металлов. Итогом этой работы явилась опубликованная в 1948 году книга «Основы расчетов на ползучесть», отмеченная премией МВТУ. Это была первая в мире монография, посвященная техническому применению явления ползучести металлов. С этого времени Н.Н. Малинин становится, по общему признанию, основоположником научной школы МВТУ им. Н.Э. Баумана «Прикладная теория пластичности и ползучести».

В эти же годы профессором С.Д. Пономаревым организуется группа ученых, в которую вошел и Н.Н. Малинин, с целью создания энциклопедического научного труда по методам расчета на прочность в машиностроении. В 1950 и 1952 годах выходят два тома этого труда, а затем в 1956, 1958 и 1959 годах в расширенном виде — три тома

«Расчеты на прочность в машиностроении», удостоенные в 1960 году высшей награды государства — Ленинской премии.

Значительные научные результаты были получены Н.Н. Малининым в области проектирования турбомашин. В октябре 1957 года он защитил докторскую диссертацию на тему «Расчет на прочность и ползучесть лопаток и дисков турбомашин», а затем издал монографию «Прочность турбомашин» и организовал одноименный учебный курс. С июня 1958 года Н.Н. Малинин становится профессором кафедры «Соппротивление материалов». С 1959 года в течение 16 лет он был научным руководителем отдела газотурбинных двигателей НАМИ.

Профессор Н.Н. Малинин был одним из основных организаторов специальности «Динамика и прочность машин», которая открылась в МВТУ им. Н.Э. Баумана в 1962 году. Для студентов этой специальности им написан учебник (1968 г., 1975 г.) «Прикладная теория пластичности и ползучести» и составлен сборник задач (1984 г.).

С 1962 года по 1979 год Н.Н. Малинин был бессменным редактором журнала «Известия высших учебных заведений. Машиностроение».

В 1972 году ему было присвоено звание «Заслуженный деятель науки и техники РСФСР». В 1979 году профессор Малинин избран Почетным доктором Вроцлавского Политехнического института (Польша).

С конца 1960-х годов область научных интересов профессора Н.Н. Малинина распространилась на проблемы технологии получения и обработки металлоизделий. Он внес существенный вклад в разработку математических моделей пластического деформирования, ползучести и разрушения металлов, а также в теорию обработки металлов давлением. Им создана новая инженерная дисциплина «Технологическая механика». Основы этой дисциплины изложены в книгах: «Технологические задачи пластичности и ползучести» (1979 г.) и «Ползучесть в обработке металлов» (1986 г.). За цикл работ в этой области в 1990 году ему была присуждена Государственная премия СССР.

С 1980 по 1987 год профессор Н.Н. Малинин возглавлял кафедру «Соппротивление материалов и динамика и прочность машин» МВТУ им. Н.Э. Баумана. В последние годы своей жизни он много внимания уделял методическим вопросам преподавания и истории формирования и развития курса «Соппротивление материалов». Результатом этой работы является данная книга.

Профессор,  
д-р техн. наук  
В.Л. Данилов

**Малинин Николай Николаевич**

**КТО ЕСТЬ КТО В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ**

Корректор *Л.И. Малютина*  
Художник *С.С. Водчиц*

Оригинал-макет подготовлен в Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана

Изд. лиц. № 020523 от 25.04.97. Подписано в печать 16.05.99.  
Формат 70x100/16. Бумага офсетная № 1. Печать офсетная.  
Печ.л. 15,5. Усл. печ.л. 20. Уч.-изд.л. 19,82. Тираж 500 экз. Заказ № 1845

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
107005, Москва, 2-я Бауманская, 5.

Отпечатано с оригинал-макета в ППП «Типография «Наука»  
121099, Москва, Шубинский пер., 6

